

Методы ТФКП в модельных расчетах магнитосфер релятивистских звезд

И. В. Орешина^a, Б. В. Сомов^b

Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ),

отдел физики Солнца. Россия, 119992, Москва, Университетский просп., д. 13.

E-mail: ^aivo@sai.msu.ru, ^bsomov@sai.msu.ru

Статья поступила 11.05.2010, подписана в печать 18.08.2010

Получено решение двумерной задачи о магнитосфере релятивистской компактной звезды. Вычислены прямой и обратный токи в хвосте магнитосферы, а также сила, действующая со стороны магнитного поля на край токового слоя. Исследована зависимость решения от параметров модели.

Ключевые слова: математические методы в физике, конформное отображение, компактная звезда, магнитосфера.

УДК: 517.4. PACS: 97.10.Ex, 97.10.Ld.

Введение

Важная особенность релятивистских звезд — наличие сильного магнитного поля, которое оказывает огромное влияние на движение плазмы вблизи звезды. Именно оно ответственно за различные наблюдательные проявления этих объектов, такие, как рентгеновское излучение и выбросы вещества. Поэтому исследование магнитосферы звезды (ее формы и размеров, конфигурации и величины поля внутри нее) является одной из актуальных астрофизических проблем.

Для решения двумерных задач космической магнитогидродинамики успешно применяется теория функций комплексного переменного (см., например, обзор в [1]). Ниже рассматривается задача о магнитосфере компактной звезды после прохождения ударной волны, вызванной, например, взрывом сверхновой. Такая ударная волна деформирует магнитосферу и увлекает за собой часть ее магнитного потока. В разд. 1 излагается математическая постановка задачи. В разд. 2 рассматривается метод решения задачи и рассчитывается форма магнитосферы и конфигурация магнитного поля в ее пределах. В разд. 3 вычисляются электрические токи в хвосте магнитосферы и анализируется зависимость полученного решения от входных параметров модели. Магнитная сила, действующая на край токового слоя, вычисляется в разд. 4.

1. Постановка задачи

Предполагается, что в двумерном приближении физическая картина явления может быть описана следующей математической моделью (рис. 1, справа). Компактная звезда заменяется направленным вверх точечным магнитным диполем с моментом

$$\mathbf{m} = m\mathbf{e}_y. \tag{1}$$

Здесь \mathbf{e}_y — единичный вектор вдоль оси ординат. Магнитное поле бездивергентно и потенциально:

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = 0. \tag{2}$$

На границе магнитосферы S внутреннее магнитное давление уравновешено внешним газовым давлением:

$$\left. \frac{B^2}{8\pi} \right|_S = p. \tag{3}$$

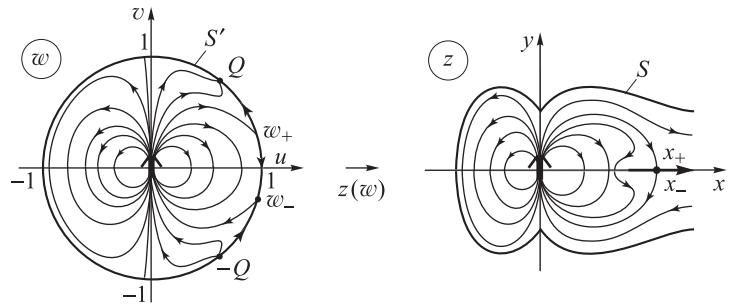


Рис. 1. Линии магнитного поля во вспомогательной плоскости w (слева) и в плоскости z (справа). S' и S — магнитопаузы в соответствующих плоскостях; Q — магнитные массы; w_+ и w_- — нулевые точки магнитного поля в плоскости w , которые при отображении $z(w)$ переходят в нулевые точки x_+ и x_- соответственно

Вне магнитосферы $\mathbf{B} = 0$ и, вообще говоря, применимы уравнения обычной газодинамики. Предполагаем, что поле звезды не проникает сквозь границу S , т. е.

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}|_S = 0. \tag{4}$$

Считаем, что величина магнитного момента $m = m_0$ и значение газового давления $p = p_0$ заданы. Нужно найти форму границы S и магнитное поле \mathbf{B} в пределах магнитосферы.

2. Метод решения

В приложениях к магнитосфере Земли метод решения двумерных задач с заранее неизвестной границей был предложен давно [2–4] и апробирован, например, в работе [1] применительно к магнитосферам компактных звезд с аккреционным диском. Суть его состоит в следующем. При любом фиксированном положении границы S решение уравнений (2) с условиями (1) и (4) единственно, поэтому условие (3) является достаточным для определения формы S .

Рассмотрим плоский случай $\mathbf{B} = (B_x(x, y), B_y(x, y), 0)$. Пусть $z = x + iy$ — комплексная плоскость. Тогда поле удобно описывать с помощью потенциала $F(z)$ —

аналитической функции, связанной с вектором \mathbf{B} соотношением [5]:

$$\mathbf{B} = B_x + iB_y = -i \left(\frac{dF}{dz} \right)^* . \quad (5)$$

Звездочка означает комплексное сопряжение.

Предположим, что существует конформное отображение области, занятой магнитосферой с неизвестной границей S в плоскости z , на некоторую известную простую область с заданной границей S' во вспомогательной плоскости $w = u + iv$. При этом требуется, чтобы отображение $w(z)$ переводило начало координат $z = 0$ в начало координат $w = 0$ и сохраняло угол наклона диполя. Тогда, построив потенциал $F(w)$, создаваемый диполем \mathbf{m} в плоскости w , так чтобы граница S' была линией поля, и зная зависимость $z = z(w)$, можно получить вектор магнитного поля в плоскости z по формуле (5). Таким образом, для решения задачи (1)–(4) нужно построить потенциал $F(w)$ и отображение $z(w)$.

Будем пользоваться безразмерными переменными, полученными делением размерных величин: магнитного момента m , давления p , магнитного поля B и расстояний x, y на $m_0, p_0, B_0 = (8\pi p_0)^{1/2}$ и L_0 соответственно. В качестве вспомогательной области в плоскости w выберем единичный круг. Тогда искомым потенциал имеет вид

$$F(w) = iQ \ln \frac{w - e^{i\alpha}}{w e^{i\alpha} - 1} + \left(w - \frac{1}{w} \right) . \quad (6)$$

Здесь Q — так называемая «магнитная масса» [4]; она характеризует магнитный поток, унесенный ударной волной в хвост магнитосферы. α — еще один свободный параметр задачи, такой, что дуга $(-\alpha, \alpha)$ единичной окружности в плоскости w переходит при отображении в поверхность нейтрального токового слоя в плоскости z , тогда как дуга $(\alpha, 2\pi - \alpha)$ в плоскости w соответствует внешней границе магнитосферы в плоскости z . Конфигурация магнитного поля, создаваемого потенциалом (6), приведена на рис. 1, слева.

Условие (3) в безразмерных переменных примет вид

$$B^2|_S = 1.$$

Отсюда, используя соотношение (5), получим обыкновенное дифференциальное уравнение, которое справедливо на внешней границе магнитосферы:

$$\left| \frac{dz}{dw} \right|^2 = \left| \frac{dF}{dw} \right|^2 .$$

Поскольку в плоскости w граница является единичной окружностью $u^2 + v^2 = 1$, по правилам дифференцирования комплексной функции из последнего равенства получаем следующее уравнение для определения вещественной части функции отображения на границе:

$$\left(\frac{dx}{du} \right)^2 = u^2 \left| \frac{dF}{dw} \right|^2 \Big|_{w=u+i\sqrt{1-u^2}} .$$

Уравнение решалось численно с помощью метода Рунге–Кутты. Чтобы рассчитать форму границы, нужно найти еще и мнимую часть отображения — функцию $y(u)$. Воспользуемся тем, что отображение конформно,

т.е. функция $z(w)$ аналитическая. Следовательно, ее вещественная и мнимая части — гармонически сопряженные функции. С помощью замены $u = \cos \varphi$, разложения $x(\varphi)$ в ряд Фурье и взятия гармонически сопряженного ряда находим $y(\varphi)$. Итак, функция отображения для внешней границы магнитосферы построена (рис. 1, справа).

Определим функцию отображения $z(w)$ на участке, отвечающем токовому слою $(-\alpha, \alpha)$ в хвосте магнитосферы. В силу симметрии задачи относительно оси x этот слой будет плоским. Следовательно, $y(\varphi) = 0$ при $\varphi \in (-\alpha, \alpha)$. Дуга $(0, \alpha)$ отображается на верхнюю сторону слоя (т.е. на верхний берег соответствующего разреза комплексной плоскости), а дуга $(0, -\alpha)$ — на нижнюю сторону.

Таким образом, полностью определена система функций $y(\varphi)$ для всех $\varphi \in (0, 2\pi)$. Теперь, воспользовавшись формулой Шварца [6]

$$z(w) = -\frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi} y(\varphi) \frac{e^{i\varphi} + w}{e^{i\varphi} - w} d\varphi, \quad (7)$$

найдем функцию $z(w)$ во всем круге $|w| \leq 1$ (интегрирование формулы осуществлялось численно). Зная потенциал $F(w)$ и отображение $z(w)$, переводящее единичный круг плоскости w в магнитосферу в плоскости z , получаем конфигурацию магнитного поля в плоскости z (рис. 1, справа).

Поясним смысл параметра α . При фиксированном значении магнитного потока Q , уносимого на бесконечность, α определяет, в частности, расстояние от звезды до начала токового слоя. Действительно, в плоскости w началу слоя отвечает точка $w = 1$. При отображении она переходит в точку $z = x_l$, которую можно найти из частного случая формулы (7). А именно запишем ее для точек единичной окружности $w = e^{i\varphi}$ и выделим вещественную часть

$$x_l = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} y(\varphi) \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} d\varphi .$$

Здесь учтено, что функция $y(\varphi)$ обращается в нуль на участке $(2\pi - \alpha, \alpha)$. Для примера отметим, что при выборе $Q = 1/6$ и $\alpha = \pi/3$ токовый слой начинается в точке $x_l = 0.20$, а с уменьшением α расстояние от звезды до токового слоя увеличивается, достигая $x_l = 0.48$ при $\alpha = \pi/6$.

Остановимся на вопросе о расположении и количестве нулевых точек магнитного поля в пределах магнитосферы. Такие точки возникают на токовом слое как следствие раздела потока диполя на две ветви: одна его часть уносится на бесконечность, а вторая остается замкнутой на диполь (рис. 1, справа). Достигая токового слоя, общий поток растекается вдоль него в противоположные стороны. Соответственно в точке раздела магнитное поле обращается в нуль. Более детальная картина магнитного поля в окрестности нулевых точек на токовом слое представлена на рис. 2, слева. Расчеты показывают, что в зависимости от параметров α и Q магнитосфера либо содержит две нулевые точки, лежащие на верхнем и нижнем берегах токового слоя, либо

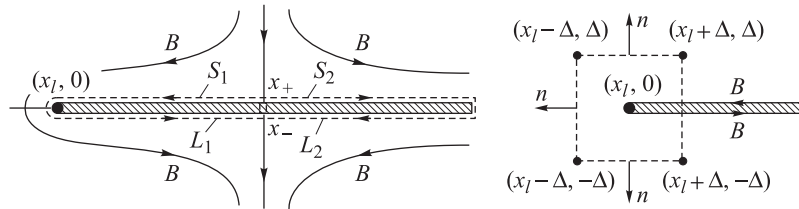


Рис. 2. Конфигурация магнитного поля в окрестности токового слоя. Слева: схема для расчета электрических токов; x_l — начальная точка слоя; x_+ — нулевая точка на верхней границе слоя; x_- — нулевая точка на его нижней границе; L_1 — контур, ограничивающий поверхность S_1 , через которую вычисляется обратный ток I_{rc} ; L_2 — контур, ограничивающий поверхность S_2 , через которую вычисляется прямой ток I_{dc} . Справа: схема для вычисления магнитной силы F_m , действующей на край токового слоя. Пунктиром показан контур, по которому производилось интегрирование; n — внешние нормали к контуру, Δ — половина стороны квадрата

эти точки совпадают с началом токового слоя, либо они расположены между звездой и токовым слоем.

Определим, при каких значениях параметров α и Q нулевая точка поля совпадает с внутренним краем токового слоя. Очевидно, нулевые точки в плоскости w отвечают нулевым точкам в плоскости z . Действительно, из (5) следует уравнение

$$\mathbf{B} = -i \left(\frac{dF}{dz} \right)^* = -i \left(\frac{dF}{dw} \frac{dw}{dz} \right)^* = 0.$$

Производная dw/dz отлична от нуля вследствие конформности отображения. Следовательно, должно выполняться равенство

$$\frac{dF}{dw} = 0, \tag{8}$$

означающее равенство нулю компонент B_u и B_v магнитного поля в плоскости w . Потенциал F в этой плоскости имеет удобный для анализа вид (6). Вследствие симметрии магнитного поля относительно оси абсцисс во вспомогательной плоскости w началу токового слоя отвечает точка $(1, 0)$. Подставив эти координаты в уравнение (8), после отделения действительной и мнимой частей получаем систему двух алгебраических уравнений относительно двух переменных α и Q . Ее решение показывает, что нулевая точка поля совпадает с внутренним краем токового слоя, если параметры выбраны так, что

$$Q_{\max} = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \tag{9}$$

Еще раз мы видим, что значению $Q = 0$ соответствует $\alpha = 0$ и при малых $Q \neq 0$ имеем $Q \approx \alpha$.

Изложенный метод позволяет получать оценки напряженности магнитного поля в любой точке магнитосферы.

Чтобы вернуться к размерным переменным, нужно задать значения магнитного момента m_0 и давления p_0 межзвездного газа на границе магнитосферы. Для типичной нейтронной звезды в межзвездном газе

$$m_0 = 10^{30} \text{ Гс} \cdot \text{см}^3, \quad p_0 = 1.38 \cdot 10^6 \text{ дин} \cdot \text{см}^{-2}. \tag{10}$$

3. Электрические токи в хвосте магнитосферы

Циркуляция магнитного поля относительно токового слоя определяет величину электрического тока в нем. В случае, когда нулевые точки лежат на токовом слое,

возникают два противоположно направленных тока: один определяется циркуляцией вокруг внутренней части слоя до нулевых точек x_+ и x_- , а другой — циркуляцией вокруг внешней части слоя, от нулевых точек x_+ и x_- до бесконечности (рис. 2, слева). Первый из токов называется обратным, а второй — прямым.

В безразмерных переменных плотность тока равна

$$\mathbf{j} = \xi^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{B}, \quad \text{где } \xi = \frac{4\pi j_0 L_0}{c B_0}.$$

Здесь c — скорость света, j_0 — характерная величина плотности тока. Пусть $j_0 = c B_0 / (4\pi L_0)$. Тогда получим $\xi = 1$, что упростит вычисления.

Сначала вычислим обратный ток, т. е. ток через площадку S_1 , охватывающую внутренний край токового слоя до нулевых точек x_+ и x_- (показана пунктиром на рис. 2, слева).

$$I_{rc} = \int_{S_1} \mathbf{j} ds = \int_{S_1} \operatorname{rot} \mathbf{B} ds = \oint_{L_1} \mathbf{B} dl,$$

где L_1 — контур, ограничивающий площадку S_1 . Выберем L_1 максимально близко прилегающим к токовому слою. Тогда с учетом формулы (5) получаем

$$I_{rc} = \operatorname{Im} \{F(z)\} |_{z=x_+} - \operatorname{Im} \{F(z)\} |_{z=x_-}.$$

Так как отображение $z(w)$ переводит нулевые точки в плоскости w в нулевые точки плоскости z , то из последнего равенства вытекает

$$I_{rc} = \operatorname{Im} \{F(z[w])\} |_{w=w_+} - \operatorname{Im} \{F(z[w])\} |_{w=w_-} = \operatorname{Im} \{F[w_+]\} - \operatorname{Im} \{F[w_-]\}.$$

Заметим, что для точек единичной окружности $w_{\pm} = \exp(i\varphi_{\pm})$. Поскольку $\varphi_+ = -\varphi_-$ в силу симметрии задачи относительно оси x , обозначим $\varphi_+ = -\varphi_- \equiv \varphi_0$ и перепишем последнюю формулу в виде

$$I_{rc} = \operatorname{Im} \{F[\exp(i\varphi_0)]\} - \operatorname{Im} \{F[\exp(-i\varphi_0)]\} = 4 \sin \varphi_0 + \frac{1}{2} Q \ln \frac{\cos(\alpha - \varphi_0) - 1}{\cos(\alpha + \varphi_0) - 1}. \tag{11}$$

При заданных α и Q угол φ_0 однозначно определяется из условия $\mathbf{B} = 0$ с помощью формул (5) и (6). Таким образом, формула (11) позволяет вычислять величину обратного тока для любых значений параметров α и Q . При этом величина обратного тока является конечной при любых конечных значениях Q .

Аналогично получаем выражение для прямого тока

$$I_{dc} = [\text{Im}\{F[\exp(i\alpha)]\} - \text{Im}\{F[\exp(i\varphi_0)]\}] + [\text{Im}\{F[\exp(-i\varphi_0)]\} - \text{Im}\{F[\exp(-i\alpha)]\}] = -I_{rc} + [\text{Im}\{F[\exp(i\alpha)]\} - \text{Im}\{F[\exp(-i\alpha)]\}]. \quad (12)$$

Точки α и $-\alpha$ являются особыми точками потенциала (6), в них расположены магнитные «массы». Как легко проверить, второе слагаемое оказывается бесконечной величиной. Таким образом, прямой ток в данной модельной постановке задачи является бесконечным.

Рассмотрим зависимость величины обратного тока от параметров модели. Вернемся к размерным переменным

$$I_{rc}^{\text{dim}} = \frac{c}{4\pi} B_0 L_0 I_{rc}(\alpha, Q). \quad (13)$$

Отсюда видно, что величина обратного тока зависит от четырех параметров: газового давления на границе магнитосферы p_0 , магнитного момента звезды m_0 , величины магнитного потока Q и угла α . Функция $I_{rc}(\alpha, Q)$ представлена на рис. 3, слева, демонстрирующем, что при фиксированном Q ток тем больше, чем больше α , а при фиксированном α ток тем больше, чем меньше Q .

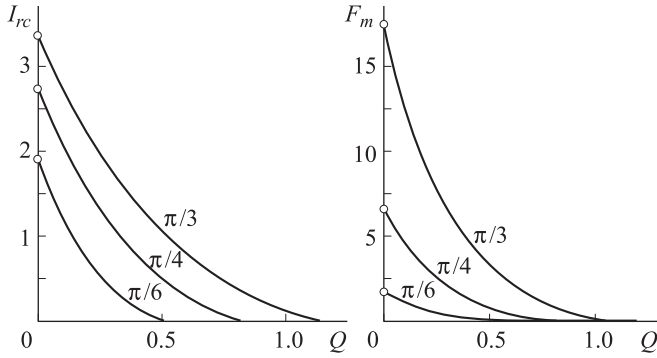


Рис. 3. Зависимость безразмерных функций I_{rc} (слева) и F_m (справа) от параметра Q для трех различных значений параметра α . Рядом с кривыми указаны значения α

Заметим, что при $Q = 0$ решение терпит разрыв: обратный ток обращается в нуль, так как токовый слой перестает существовать. Этот факт отражен в формуле для потенциала (6): первое слагаемое, ответственное за хвост магнитосферы, исчезает и остается только часть, связанная с диполем. При таком потенциале граничному условию (3) удовлетворяет замкнутая магнитосфера без токового слоя [7].

Заметим также, что при любом фиксированном α обратный ток отличен от нуля, только если значения Q лежат в некотором конечном интервале $(0, Q_{\text{max}})$. Действительно, увеличение Q означает увеличение потока, уносимого на бесконечность в хвост магнитосферы. Соответственно доля потока, замкнутого на диполь, уменьшается, и точки раздела потоков (нулевые точки x_- и x_+) смещаются ближе к диполю, т. е. к внутреннему краю токового слоя. В момент, когда они достигнут этого края, обратный ток обратится в нуль. Поэтому условие (9) можно рассматривать как условие равенства нулю обратного тока: при $Q > Q_{\text{max}}$ обратный ток не существует.

Зависимость величины обратного тока от момента звезды и газового давления естественна: чем больше эти величины, тем больше ток. Так как после прохождения ударной волны давление за ее фронтом резко увеличивается, то, выбирая значение p_0 таким же, как и раньше (см. (10)), получим нижний предел величины обратного тока. Например, при $\alpha = \pi/3$ и $Q = 1/6$ эта величина равна $I_{rc}^{\text{dim}} = 6 \cdot 10^{12}$ А. Поскольку давление за фронтом ударной волны большой амплитуды может на несколько порядков превышать начальное давление, обратный ток может быть много больше указанного минимального значения, что существенно для астрофизических приложений полученного решения.

4. Магнитная сила, действующая на край токового слоя

Вычислим силу, действующую со стороны магнитного поля на внутренний край токового слоя. Такая сила, приходящаяся на единицу объема, в безразмерных переменных равна

$$\mathbf{f}_m = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \text{grad}) \mathbf{B} - \frac{1}{2} \text{grad } B^2.$$

Чтобы найти результирующую силу, действующую на конечный объем, можно проинтегрировать \mathbf{f}_m по всему объему, а можно свести интеграл по объему к поверхностному интегралу:

$$\mathbf{F}_m = \int_V \mathbf{f}_m dV = \int_S \mathbf{B} \cdot (\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}) - \int_S \frac{1}{2} B^2 dS. \quad (14)$$

Здесь S — поверхность, ограничивающая объем V , а $d\mathbf{s}$ — вектор, равный по величине площади поверхности элемента и перпендикулярный к ней. Так как мы рассматриваем двумерный случай, то роль поверхности будет играть контур, охватывающий внутренний край токового слоя. Для простоты вычислений выберем в качестве контура квадрат со стороной 2Δ и центром в начале слоя — точке x_l (см. рис. 2, справа).

Далее, формула (5) может быть представлена в виде

$$\mathbf{B} = -i \left(\frac{dF}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dz} \right)^*. \quad (15)$$

Здесь $dF/d\omega$ — известная аналитическая функция. Для отыскания функции $d\omega/dz$ в малой окрестности токового слоя удастся избежать численного интегрирования формулы Шварца. Действительно, отображение $z(\omega)$, переводящее дугу единичной окружности $(-\alpha, \alpha)$ в плоскости ω в разрез $(x_l, +\infty)$ в плоскости z (рис. 4), имеет вид

$$z = \frac{x_l}{z_2} = x_l \left(\frac{z_1^2 + 1}{2z_1} \right)^{-1} = x_l \frac{2z_1}{z_1^2 + 1} = x_l \frac{2\omega^{\pi/2\alpha}}{\omega^{\pi/\alpha} + 1}.$$

Отсюда находим

$$\omega = \left(\frac{x_l \pm \sqrt{x_l^2 - z^2}}{z} \right)^{2\alpha/\pi}. \quad (16)$$

Подставляя отображение (16) в формулу (15), получим аналитическое выражение для компонент магнитного поля в плоскости z , что позволяет упростить вычисление интеграла (14). Вычисления показывают,

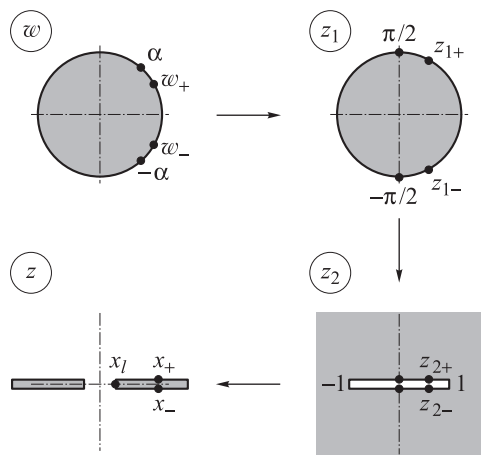


Рис. 4. Схема для построения отображения, переводящего дугу единичной окружности $(-\alpha, \alpha)$ во вспомогательной плоскости w в разрез $(x_l, +\infty)$ в плоскости z

что магнитная сила направлена вдоль оси x : $\mathbf{F}_m = F_m \mathbf{e}_x$. На рис. 3, справа представлены графики изменения величины F_m в зависимости от параметра Q для трех различных значений параметра α . С увеличением Q магнитная сила будет уменьшаться и обратится в нуль при $Q = Q_{\max}$, когда нулевая точка достигнет края диска (см. разд. 3). Как и раньше, при $Q = 0$ токовый слой исчезает, а следовательно, обращается в нуль и сила F_m . Для примера отметим, что в случае выбранных ранее параметров $\alpha = \pi/3$ и $Q = 1/6$ получим безразмерную величину силы $\mathbf{F}_m = 10.8 \mathbf{e}_x$. Это нижний предел магнитной силы, так как за фронтом ударной волны давление многократно возрастает.

Заключение

В двумерном приближении рассчитана конфигурация магнитного поля внутри магнитосферы релятивистской звезды после прохождения ударной волны, вызванной, например, взрывом сверхновой. Такая ударная волна деформирует магнитосферу, увлекая за собой часть ее магнитного потока. В результате в хвосте магнитосферы возникает токовый слой.

Methods of the theory of functions of a complex variable in modelling of magnetospheres of relativistic stars

I. V. Oreshina^a, B. V. Somov^b

Department of Sun Physics, P.K. Sternberg State Institute of Astronomy, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^aivo@sai.msu.ru, ^bsomov@sai.msu.ru.

A solution for the two-dimensional problem of the magnetosphere of a relativistic compact star is obtained. The direct and reverse electric currents in the magnetospheric tail as well as the magnetic-field strength on the edge of the current layer are calculated. The dependence of the solution on the input parameters is investigated.

Keywords: mathematical methods in physics, conformal mapping, compact star, magnetosphere.

PACS: 97.10.Ex, 97.10.Ld.

Received 11 May 2010.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2010).

Сведения об авторах

1. Орешина Инна Валерьевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.; тел.: (495) 939-16-44, e-mail: ivo@sai.msu.ru.
2. Сомов Борис Всеволодович — докт. физ.-мат. наук, профессор, зав. отделом; тел.: (495) 939-16-44, e-mail: somov@sai.msu.ru.

Вычислены прямой (I_{dc}) и обратный (I_{rc}) электрические токи, возникающие в этом слое, а также сила F_m , действующая со стороны магнитного поля на внутренний край токового слоя. Зависимости этих величин от входящих в задачу параметров представлены в виде графиков. Показано, что

1) прямой ток в нашей постановке задачи бесконечный: $I_{dc} = \infty$;

2) при фиксированном расстоянии от звезды до внутреннего края токового слоя величины I_{dc} и F_m ограничены и уменьшаются с ростом магнитного потока, уносимого на бесконечность. Получена аналитическая формула для вычисления максимальной величины магнитного потока, при которой обратный ток и магнитная сила обращаются в нуль;

3) при фиксированном потоке, уносимом на бесконечность, величины I_{dc} и F_m уменьшаются с ростом расстояния между звездой и краем токового слоя.

Представленные на графиках безразмерные величины могут быть использованы для определения соответствующих размерных величин для произвольных компактных объектов, если заданы магнитный момент звезды m_0 и газовое давление на границе магнитосферы p_0 . Приводятся нижние пределы размерных величин обратного тока и магнитной силы в магнитосфере стандартной нейтронной звезды.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-02-01033).

Список литературы

1. Орешина А.В., Орешина И.В., Сомов Б.В., Шакура Н.И. // Прикл. математика и механика. 2004. **68**, № 3. С. 452.
2. Жигулев В.Н. // Докл. АН СССР. 1959. **126**, № 3. С. 521.
3. Жигулев В.Н., Ромишевский Е.А. // Докл. АН СССР. 1959. **127**, № 5. С. 1001.
4. Оберц П. // Геомагнетизм и аэрономия. 1973. **13**, № 5. С. 896.
5. Somov B.V. Plasma Astrophysics. Part I: Fundamentals and Practice, N. Y., 2006.
6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М., 1987.
7. Орешина И.В., Сомов Б.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 1999. **63**, № 8. С. 1543.