

Токофазовое соотношение джозефсоновских *SFS*-контактов с учетом *s-d*-рассеяния

Т. С. Румянцева¹, Н. Г. Пугач^{2,a}, Н. В. Кленов^{3,b}

¹РНИЦ «Курчатовский институт». Россия, 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1.

^{2,3}Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет,

²кафедра магнетизма; ³кафедра атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники.

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: ^apugach@magn.ru, ^bnklenov@nm.ru

Статья поступила 01.06.2010, подписана в печать 18.10.2010

Получены аналитические выражения коэффициентов токофазовой зависимости джозефсоновских переходов с ферромагнитной прослойкой в модели, в которой рассеяние из *s*- в *d*-зону считается основным типом рассеяния носителей заряда в ферромагнетике. Показано, что величина коэффициентов осциллирует и затухает с увеличением толщины прослойки. Как период, так и длина затухания для первой и второй гармоник отличаются в два раза. Получен вид температурной зависимости критического тока, демонстрирующий 0- π переходы по температуре. Показана возможность создания потокового кубита на основе таких контактов.

Ключевые слова: сверхпроводимость, джозефсоновские контакты, структуры сверхпроводник-ферромагнетик, потоковый кубит.

УДК: 538.945. PACS: 74.50.+g, 74.45.+c.

Введение. Джозефсоновские контакты и возможность их применения для создания квантового компьютера

Джозефсоновский контакт представляет собой два сверхпроводника (*S*), разделенных некоторой слабой связью. В настоящей работе рассматривались контакты, разделенные ферромагнитной прослойкой (*F*) (рис. 1). За счет взаимодействия волновых функций левого и правого сверхпроводящих берегов возникает стационарный эффект Джозефсона: через прослойку протекает сверхпроводящий ток J_S . Вид зависимости тока J_S от разности фаз φ параметра сверхпроводящего порядка на берегах перехода можно получить из следующих соображений: во-первых, в отсутствие разности фаз ток должен равняться нулю, во-вторых, смена знака разности фаз должна приводить к смене направления тока, и, в-третьих, изменение разности фаз на 2π не должно влиять на ток [1]. Наиболее простым и часто встречающимся соотношением, удовлетворяющим этим условиям, является синусоидальное соотношение

$$J_S(\varphi) = J_C \sin(\varphi),$$

где J_C — критический ток перехода, максимально возможный сверхпроводящий ток через прослойку. Возможны и другие случаи, в частности в разложении могут присутствовать гармоники высшего порядка:

$$J_S(\varphi) = A \sin \varphi + B \sin 2\varphi + C \sin 3\varphi + \dots \quad (1)$$

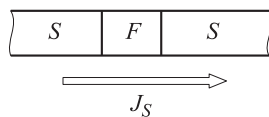


Рис. 1. Джозефсоновский контакт с ферромагнитной прослойкой: *S* — сверхпроводник, *F* — ферромагнетик, J_S — сверхпроводящий ток

В контактах с ферромагнитной прослойкой величина критического тока может быть отрицательна $J_C < 0$. Это состояние называется π -состоянием, так как разность фаз в отсутствие тока, т.е. в основном состоянии, становится равна не нулю, а π [2]. Причина возникновения этого состояния заключается в воздействии магнитного поля на куперовскую пару. Так как ее составляют электроны с противоположным направлением спина, то вследствие зеемановского расщепления обменное поле дает разный вклад в энергии электронов пары. Это приводит к осцилляциям параметра порядка. Устанавливается сверхпроводящее состояние типа ЛОФФ фазы (Ларкина, Овчинникова, Фулде, Ферелла) [3, 4]. Тогда параметр порядка приблизительно выглядит следующим образом:

$$\Psi_f = \Psi_{f0} \exp\left(-\frac{z}{\xi_f}\right) = \Psi_{f0} \exp\left(-\frac{z}{\xi_{f1}}\right) \exp\left(-\frac{iz}{\xi_{f2}}\right),$$

$$\frac{1}{\xi_f} = \frac{1}{\xi_{f1}} + i \frac{1}{\xi_{f2}},$$

где Ψ_{f0} — параметр порядка на границе сверхпроводник-ферромагнетик, ξ_f — комплексная длина когерентности, ξ_{f1} — длина затухания, $2\pi\xi_{f2}$ — период осцилляций параметра порядка. Для несинусоидальной токофазовой зависимости (1), при изменении разности фаз на π , меняется знак нечетных гармоник. Если основное состояние достигается при разности фаз, равной нулю, тогда это 0-состояние и первый коэффициент в разложении (1) $A > 0$. Если основное состояние достигается при разности фаз, равной π , тогда это π -состояние и $A < 0$. Важное значение имеют π -контакты в связи с возможностью их использования для создания квантового бита.

Для создания квантового бита необходимо построить систему с двухъямным потенциалом [5]. Между ямами потенциала возможно туннелирование, снима-

ющее вырождение, тогда двум базисным состояниям кубита отвечают антисимметричная и симметричная суперпозиции состояний в левом и правом минимумах [6]. Для реализации таких кубитов необходимы контакты с нетривиальной токофазовой зависимостью [7, 8]. В качестве схемы для реализации так называемого «поточкового» кубита рассмотрим двухконтактный низкоиндуктивный сверхпроводящий интерферометр. Он представляет собой два включенных параллельно джозефсоновских контакта. Такой кубит называется потоковым, так как величиной, кодирующей информацию, является «захваченный» магнитный поток. Мы рассматривали случай с одинаковыми параметрами контактов и с одинаковыми токофазовыми характеристиками. Условия для реализации кубита выглядят следующим образом [7–9]:

$$|2(B_1 + B_2)| > |A_1 + A_2|, \quad \frac{A_1 + A_2}{2(B_1 + B_2)} \leq 0. \quad (2)$$

Из этих условий следует, что необходимо найти контакты, токофазовая зависимость которых достаточно сильно отличается от синусоидальной.

1. Модель

1.1. Плотность состояний s - и d -электронов

В работе [10] группой Рязанова были представлены экспериментальные данные, показывающие, что в ферромагнетике ξ_{j2} превышает длину затухания параметра порядка ξ_{j1} приблизительно в три раза, что вступало в противоречие с решением, следующим из уравнения Узаделя [2]. Так как это требовало объяснения, было предложено учесть следующие механизмы рассеяния в ферромагнетике: профессор А.И. Буздин [11] предложил объяснить это рассеянием с переворотом спина, и группа А.В. Ведяева [12] предложила модель, учитывающую s - d -рассеяние в ферромагнетике. В настоящей работе использована модель для расчета токофазовой зависимости, разработанная группой Ведяева.

В работе [13] приведен модельный расчет плотности состояний для никеля и для сплава меди с никелем (рис. 3 и 4 в работе [13]). Авторы работы показали, что на уровне Ферми плотность d -электронов значительно больше, и, так как вероятность рассеяния пропорциональна плотности состояний, вероятность рассеяния в d -зону должна быть больше. Мы рассматривали контакты со сверхпроводниками из алюминия, в нем нет электронов в d -зоне, следовательно, d -электроны отражаются зеркально на границе сверхпроводника и ферромагнетика и не образуют куперовских пар, поэтому рассеяние в d -зону приводит к развалу пар.

1.2. Выражение для тока в модели, учитывающей s - d -рассеяние

С учетом описанного типа рассеяния группой Ведяева были решены уравнения Горькова и получено следующее выражение для сверхпроводящего тока [12]:

$$J = \frac{4e}{\pi} T \sum_{\omega} \int k dk \operatorname{Re} \frac{(1 - R^2) \sin \varphi}{\operatorname{Den}(\varphi, a, \dots)}, \quad (3)$$

где T — температура, k — квазиимпульс Ферми, R — коэффициент андреевского отражения: $R = \frac{c^2 - c_2 c_1}{c^2 + c_1 c_2}$,

c, c_1, c_2 — действительные части импульсов квазичастиц $p, p_{\uparrow}, p_{\downarrow}$ в сверхпроводнике и ферромагнетике соответственно, φ — разность фаз параметра порядка, a — толщина ферромагнитной прослойки, $\omega = \pi T(2n + 1)$ — мацубаровские частоты, n — целое число, Den — осциллирующая функция, зависящая от параметров перехода. Так как фаза φ является аргументом функции Den , токофазовая зависимость отлична от синусоидальной.

1.3. Выражения для гармоник токофазовой зависимости

Рассмотрим токофазовую зависимость, описываемую выражением (3). Введем следующие обозначения: вектор-строка $\lambda_1 = (\cos(ap_{\uparrow}) \sin(ap_{\uparrow}))$, вектор-столбец $\lambda_2 = \begin{pmatrix} \cos(ap_{\downarrow}) \\ \sin(ap_{\downarrow}) \end{pmatrix}$, где $p_{\uparrow}, p_{\downarrow}$ — импульсы электронов в состояниях со спином против и вдоль намагниченности в ферромагнетике, которые являются решением уравнений Горькова [12]. Введем матрицу Q :

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^2 + \omega^2}{\Delta^2} (1 - R^2) + \frac{\omega^2}{\Delta^2} P^2 (1 - r^2) & 2i\omega \frac{\sqrt{\Delta^2 + \omega^2}}{\Delta^2} P (1 + rR) \\ -2i\omega \frac{\sqrt{\Delta^2 + \omega^2}}{\Delta^2} P (1 - rR) & \frac{\Delta^2 + \omega^2}{\Delta^2} (1 + R^2) + \frac{\omega^2}{\Delta^2} P^2 (1 + r^2) \end{pmatrix},$$

где Δ — ширина энергетической щели в сверхпроводнике, r — коэффициент отражения: $r = \frac{c_1 - c_2}{c_1 + c_2}$, $P = \frac{c_1 c + c_2 c}{c^2 + c_1 c_2}$. Используя введенные обозначения, выражение для тока (3) можно записать в более удобной форме

$$J = \frac{4e}{\pi} T \sum_{\omega} \int \operatorname{Re} \left(\frac{(1 - R^2) \sin \varphi}{(1 - R^2) \cos \varphi + \lambda_1 Q \lambda_2} \right) dE.$$

Теперь можно найти коэффициенты разложения этого выражения в ряд Фурье по φ . Используя формулы для производящей функции полиномов Чебышева второго рода $U_n(\cos \varphi)$ [14], получим

$$z_{1,2} = -\frac{(\lambda_1 Q \lambda_2)}{(1 - R^2)} \pm \sqrt{\left(\frac{(\lambda_1 Q \lambda_2)}{(1 - R^2)} \right)^2 - 1}.$$

Получены следующие выражения для коэффициентов A и B :

$$A = -2 \sum_{\omega} \int z dE, \quad B = -2 \sum_{\omega} \int z^2 dE, \quad (4)$$

где в качестве z выбирается то из значений z_1 и z_2 , которое удовлетворяет условию $|z| < 1$.

2. Исследование токофазовой зависимости SFS-контактов

2.1. Поиск областей, в которых происходит переход из 0- в π -состояние

С помощью полученных выражений (4) была исследована токофазовая зависимость для джозефсоновских контактов с прослойкой из ферромагнитного металла. Модельные параметры сверхпроводника соответствуют алюминию: критическая температура $T_C = 1.196$ К, квазиимпульс Ферми $k_f = 1.75 \text{ \AA}^{-1}$ [15]. Параметры ферромагнитной прослойки приблизительно соответствуют значениям для никеля: квазиимпульс Ферми

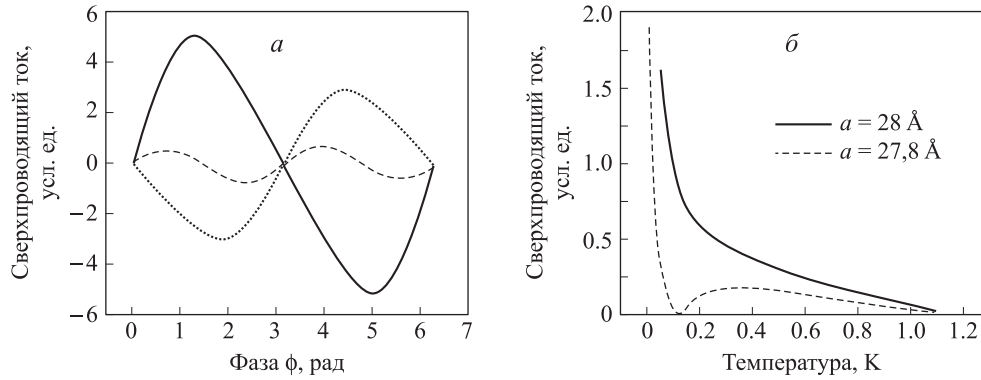


Рис. 2. *a* — Токофазовая зависимость. Пунктиром показано π -состояние, толщина прослойки $a = 32 \text{ \AA}$; сплошной линией показано 0-состояние, $a = 23 \text{ \AA}$; штриховой линией показан переход из 0- в π -состояние, $a = 27.8 \text{ \AA}$. $T = 0.5 \text{ K}$, $l = 28 \text{ \AA}$. *б* — Зависимость сверхпроводящего тока от температуры. Сплошной линией показано 0-состояние (толщина прослойки $a = 28 \text{ \AA}$). Штриховой линией показан переход из 0- в π -состояние (толщина прослойки $a = 27.8 \text{ \AA}$). Температура перехода из 0- в π -состояние $T = 0.12 \text{ K}$, $l = 28 \text{ \AA}$

$k_f = 1.18 \text{ \AA}^{-1}$, $H = 0.2 \text{ эВ}$ [16]. На рис. 2, *a* представлена зависимость сверхпроводящего тока от фазы при различных значениях толщины прослойки. Сплошной линией показана зависимость вдали 0- π -перехода, это обычное 0-состояние с синусоидальной зависимостью. Пунктирной линией также показана зависимость вдали от 0- π -перехода, но при другом значении толщины прослойки. По отношению к предыдущей кривой она имеет сдвиг по фазе на π , направление тока противоположно направлению тока в 0-состоянии — это синусоидальное π -состояние. Промежуточное состояние перехода из 0- в π -состояние показано штриховой линией. Ее вид отличен от синусоидального, в токофазовой зависимости должна присутствовать, по крайней мере, вторая гармоника. Переход из 0- в π -состояние можно также наблюдать при изучении зависимости критического тока от температуры. Такой переход наблюдался в эксперименте группой Рязанова [17]. На рис. 2, *б* представлены модельные кривые температурного перехода. Если в 0- и π -состояниях абсолютная величина критического тока просто убывает с температурой, то в промежуточном состоянии есть температура, при которой критический ток меняет свое направление и контакт переходит из 0- в π -состояние, в этой точке токофазовая зависимость должна быть несинусоидальна. На приведенном графике это температура 0.12 K .

2.2. Зависимость критического тока и гармоник от толщины прослойки

Для более внимательного исследования гармоник высшего порядка были рассчитаны кривые, показывающие зависимость коэффициентов от толщины прослойки. Результаты расчетов показаны на рис. 3. Минимумы на кривых означают переход через нуль и смену знака. Области, где первая гармоника положительна, это 0-состояние, области, где она отрицательна, это π -состояние. Графики для тока и первого коэффициента совпадают практически при всех значениях толщины прослойки, и, следовательно, ток определяется в основном первой гармоникой, т.е. синусоидален: $J_S(\varphi) = A \sin \varphi$. Области, где первая гармоника меняет свой знак, соответствуют промежуточному состоянию

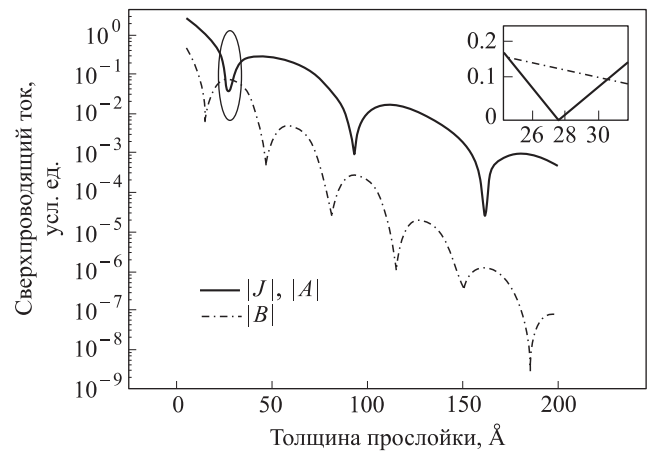


Рис. 3. Зависимость критического тока и гармоник A (сплошная линия) и гармоник B (штрихпунктирная линия) токофазового разложения от толщины прослойки. Область первого минимума первой гармоники ($25\text{--}31 \text{ \AA}$) показана отдельно на врезке. Штрихпунктирной линией на врезке показана удвоенная гармоника B . Область выполнения условий: $27.7\text{--}30.5 \text{ \AA}$. $T = 0.5 \text{ K}$, $l = 28 \text{ \AA}$

перехода из 0- в π -состояние. В этих областях коэффициент A проходит через нуль, в то время как коэффициент B еще отличен от нуля, поэтому в таких областях и реализуется несинусоидальное состояние, показанное на предыдущих рисунках $J_S(\varphi) = B \sin 2\varphi$. Периоды осцилляций первого и второго коэффициентов отличаются приблизительно в два раза. Благодаря этому появляются области, где первый коэффициент A находится в своем минимуме, в то время как второй коэффициент B близок к максимуму и токофазовая зависимость несинусоидальна. С увеличением толщины прослойки коэффициенты не только осциллируют, но и затухают, причем второй коэффициент B затухает в два раза быстрее первого коэффициента F , длина затухания которого в данном случае приблизительно равна заданной длине свободного пробега. Значение тока в областях с несинусоидальной зависимостью тем меньше, чем больше толщина прослойки, но даже при

небольших толщинах значения тока в этих областях малы по сравнению со значением тока в 0- и π -состояниях, поэтому обнаружить несинусоидальную зависимость на практике довольно трудно и имеет смысл рассматривать области с небольшой толщиной прослойки, где критический ток еще сравнительно велик, а различия в гармониках еще не так существенны. В работах [18, 19] были представлены экспериментальные свидетельства существования второй гармоники, что позволяет нам и дальше производить расчеты для поиска таких контактов.

2.3. Влияние длины свободного пробега на затухание критического тока

В используемой модели коэффициент затухания параметра порядка пропорционален длине свободного пробега [12], поэтому имеет смысл рассматривать контакты с большей длиной свободного пробега. На рис. 3 на врезке изображены результаты более подробного расчета области, показанной на основном графике овалом. Предположительно, в этой области токофазовая зависимость не синусоидальна, и эту область можно рассмотреть в качестве возможной для создания кубита. Исследование условий (2) в этой области показывает, что они выполняются при 27.7–30.5 Å. Также были проведены расчеты для контактов с меньшей длиной свободного пробега l . Результаты представлены на рис. 4. Видно, что при меньшем значении l ток затухает быстрее, так как чем меньше l , тем больше эффект от рассеяния. Для меньшей длины свободного пробега область выполнения условий очень узкая. Поэтому более чистые контакты являются более перспективными для создания кубита. Тем не менее такую узкую область также можно реализовать, если изготовить контакт с прослойкой, близкой по толщине к требуемому значению, затем, меняя температуру, «ловить» искомую область.

Для исследования влияния $s-d$ -рассеяния на протекание тока был произведен расчет зависимости критического тока от толщины прослойки при очень большой

длине свободного пробега. Результаты представлены на рис. 4. Для «чистого» контакта затухание сверхпроводящего тока происходит медленнее: не по экспоненциальному, а по степенному закону [19].

Заключение

Получены аналитические выражения коэффициентов токофазовой зависимости SFS джозефсоновских переходов в модели, в которой $s-d$ -рассеяние считалось основным типом рассеяния в ферромагнетике. Показано, что периоды осцилляций первого и второго коэффициентов токофазовой зависимости отличаются приблизительно в два раза, второй коэффициент при увеличении толщины прослойки затухает в два раза быстрее первого. Для заданных материалов, из которых выполнен контакт, существуют области параметров контакта, где токофазовая зависимость отлична от синусоидальной. Показана возможность создания потокового кубита на основе SFS джозефсоновских переходов. Наиболее перспективными являются переходы с достаточно большой длиной свободного пробега.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 09-02-12176, 10-02-00569, 10-02-00870).

Список литературы

1. Шмидт В.В. Введение в теорию сверхпроводимости. М., 1982.
2. Buzdin A.I. // Rev. Mod. Phys. 2005. **77**. P. 935.
3. Larkin A.I., Ovchinnikov Yu.N. // JETP. 1964. **47**. P. 1136.
4. Fulde P., Ferrell R.A. // Phys. Rev. A. 1964. **135**. P. 550.
5. van der Wal Caspar H., ter Haar A.C.J., Wilhelm F.K. et al. // Science. 2000. **290**. P. 773.
6. Валиев К.А. // УФН. 2005. **175**, № 1. С. 3.
7. Klenov N., Kornev V., Vedyayev A. et al. // J. Phys. Conference Series. 2008. **97**. P. 012037.
8. Кленов Н.В., Корнев В.К., Соловьев И.И. и др. // Нелинейный мир. 2005. **3**, № 1–2. С. 75.
9. Amin M.H.S., Smirnov A.Yu., Zagoskin A.M. et al. // Phys. Rev. B. 2005. **73**. P. 064516-1-5.
10. Ryazanov V.V., Oboznov V.A., Prokofiev A.S. et al. // J. Low Temp. Phys. 2004. **136**. P. 385.
11. Obobznov V.A., Bolginov V.V., Feofanov A.K. et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. **96**. P. 197003.
12. Vedyayev A., Ryzhanova N., Pugach N. // J. Magnetism and Magnetic Mat. 2006. **305**. P. 53.
13. Brouers F., Vedyayev A.V., Giorgino M. // Phys. Rev. B. 1973. **7**. P. 380.
14. Справочник по специальным функциям / Под ред М. Абрамовица, И. Стигана. М., 1979.
15. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. Т. 1, 2. М., 1979.
16. Shelukhin V., Tsukernik A., Karpovski M. et al. // Phys. Rev. B. 2006. **73**. P. 174506.
17. Frolov S.M., Harlingen D.J. van, Oboznov V.A. et al. // Phys. Rev. B. 2004. **70**. P. 144505.
18. Sellier H., Baraduc C., Lefloch F., Calemczuk R. // Phys. Rev. Lett. 2004. **92**. P. 257005.
19. Рязанов В.В., Обознов В.А., Большинов В.В., Россоленко А.Н. // Матер. симпоз. «Нанофизика и наноэлектроника». Нижн. Новгород, 2008. **1**. С. 42.
20. Buzdin A.I., Bulaevski L.N., Panyukov S.V. // JETP Lett. 1982. **35**. P. 147.

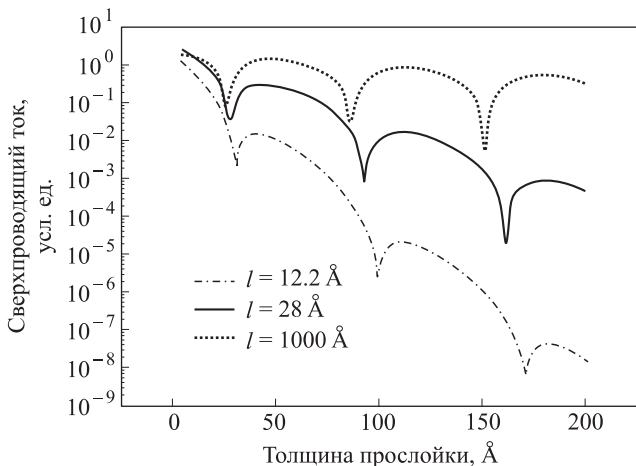


Рис. 4. Зависимость критического тока от толщины прослойки при разных значениях длины свободного пробега l : сплошной линией при $l = 28$ Å, штрихпунктиром — при $l = 12.2$ Å, пунктирной линией — $l = 1000$ Å. Область выполнения условий при $l = 12.2$ Å: 30.55–31.1 Å. $T = 0.5$ К

Current-phase relation of SFS junctions in the presence of $s-d$ scattering**T. S. Rumyantseva¹, N. G. Pugach^{2,a}, N. V. Klenov^{3,b}**¹*Russian Research Center "Kurchatov Institute". Kurchatov sq. 1, Moscow 123182, Russia.*²*Department of Magnetism; ³Department of Atomic Physics, Plasma Physics, and Microelectronics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.**E-mail: ^apugach@magn.ru, ^bnvklenov@nm.ru.*

An analytic form of the CPR coefficients in superconductor–ferromagnet–superconductor junctions is presented taking into account $s-d$ scattering as a basic pair-breaking mechanism. It is shown that magnitude of the coefficients oscillates and damps as a function of the ferromagnetic layer thickness, the oscillation period and damping length are differ in two times. Critical current has been calculated as a function of temperature. It is demonstrated the possibility of a design flux qubit based on such kind of Josephson junction.

Keywords: superconductivity, Josephson junctions, superconductor-ferromagnet structure, flux qubit.

PACS: 74.50.+r, 74.45.+c.

Received 1 June 2010.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2011).

Сведения об авторах

1. Румянцева Татьяна Сергеевна — инженер; тел.: (906) 051-84-94, e-mail: rumyantseva-tatyana@yandex.ru.

2. Пугач Наталия Григорьевна — канд. физ.-мат. наук, ассистент; тел.: (495) 939-47-87, e-mail: pugach@magn.ru.

3. Кленов Николай Викторович — канд. физ.-мат. наук, ассистент; тел.: (495) 939-43-51, e-mail: nvklenov@nm.ru.