ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Гипотеза локальной стационарности в задаче стохастического прогноза методом кригинга

А. В. Исаева[a], М. Л. Сердобольская

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра компьютерных методов физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: [a] avisaeva@gmail.com

Статья поступила 11.10.2010, подписана в печать 06.12.2010

Рассмотрен один из наиболее распространенных методов стохастического прогноза при оценивании запасов полезных ископаемых — метод кригинга. Предложена модификация этого метода, основанная на предположении о локальной стационарности пространственной переменной. Показано, что модифицированный метод кригинга в сочетании с морфологическим алгоритмом выделения подобластей локальной стационарности хорошо согласуется с априорными представлениями о структуре данных и позволяет снизить вычислительные затраты на построение прогноза по сравнению со стандартной методикой кригинга.

Ключевые слова: гипотеза стационарности, геостатистика, кригинг, стохастический прогноз, морфологический анализ сигналов.

УДК: 519.25, 550.8.056. PACS: 02.70.Rr, 02.60.Ed, 91.60.Np.

Введение

Одним из самых распространенных методов стохастического прогноза при оценивании запасов полезных ископаемых является метод кригинга. Впервые метод кригинга был реализован инженером-геологом Д. Г. Кригом, позже, в 1960-е гг., этот метод был теоретически обоснован в работах французского математика Ж. Матерона [1]. Кригинг возник как способ оценки среднего содержания металла в разведуемом рудном теле, однако получил широкое распространение при оценке различных по типу запасов полезных ископаемых, в том числе углеводородов. Идеологически метод кригинга близок к теории оптимальных фильтров Колмогорова–Винера [2], а также к регрессионному анализу [3] (иногда кригинг даже называют обобщенной регрессией). В последние 10–15 лет в дополнение к методу кригинга в его исходном варианте (simple kriging) [1, 4] было разработано несколько полезных модификаций этого метода [5]. Наиболее известные из них — это обыкновенный кригинг (ordinary kriging) [4], ко-кригинг (co-kriging) [6], универсальный кригинг (universal kriging, iterative universal kriging) [7] и байесов кригинг (bayesian kriging) [8, 9].

В математической модели, используемой в методе кригинга, активно используется гипотеза стационарности пространственной переменной. Проверить на практике, обладают изучаемые данные стационарным характером или нет, представляется сложной задачей. В ряде геофизических задач предположение стационарности пространственной переменной и вовсе противоречит физическому смыслу данных. Поэтому с целью преодоления ограничений, вносимых гипотезой стационарности, были предложены некоторые дополнительные математические конструкции, например внутренняя гипотеза [1], а также разработаны такие модификации метода кригинга, как уже упоминавшиеся универсальный кригинг и байесов кригинг [8, 9]. В этих модифицированных методах предлагается уйти от предположения о стационарности путем введения в рассмотрение некоторых трендовых функций и априорной информации о средних значениях пространственной переменной. Методы, так или иначе преодолевающие стационарность пространственной переменной в задачах стохастического прогноза, иногда объединяют термином «нестационарная геостатистика» [10, 11], в отличие от стационарной геостатистики — группы методов, основанных на гипотезе стационарности.

В настоящей работе предложен еще один способ преодоления ограничений гипотезы стационарности в задаче стохастического прогноза геофизических данных: вводится гипотеза локальной стационарности пространственной переменной и на этой основе модифицируются формулы кригинга.

1. Геостатистика и гипотеза стационарности

Раздел геофизической и геологической науки, который занимается интерпретацией данных, основанной на математическом аппарате случайных функций и статистических методах, называется геостатистикой. Мы часто будем пользоваться принятой в ней терминологией. Назовем *пространственной переменной* некоторую функцию $f(\cdot)\colon V \to \mathbb{R}^1$, где $V \subset \mathbb{R}^3$. Какой физический смысл следует придавать пространственной переменной, зависит от конкретного содержания проблемы. Далее мы будем понимать под $f(\cdot)$ пористость породы, а область V называть геометрическим полем.

Геостатистика базируется на представлении о том, что $f(x)$ является реализацией некоторой случайной функции $\xi(x) = \xi(\omega, x)$, где $x \in V$ — точка геометрического поля, а ω — элементарный исход. Случайная функция — это семейство случайных величин, зависящих от параметра, который может принимать

значения из дискретного или непрерывного множества. В рассматриваемом нами случае в качестве параметра выступает точка геометрического поля $x \in V$.

Особенностью анализа геофизических данных является то, что значения пространственной переменной во всех точках поля должны рассматриваться как полученные в результате одного испытания, т. е. одного случайного выбора. Это испытание оказывается уникальным и не позволяет восстановить распределение случайной функции. Таким образом, поскольку лишь численные значения пространственной переменной представляют собой физическую реализацию, всякая априорная вероятностная интерпретация (при отсутствии дополнительных знаний об объекте) будет совершенно произвольной. В таких условиях приходится привлекать дополнительную информацию об исследуемом объекте. Экспериментальные и теоретические данные позволяют ограничить множество возможных вероятностных характеристик пространственной переменной. Исходя из подобных соображений часто можно считать, что случайная функция, реализацией которой является пространственная переменная, обладает стационарным характером. Во многих случаях, когда оперируют только математическими ожиданиями и автокорреляционными функциями, т.е. моментами первого и второго порядков, имеет смысл говорить о стационарности пространственной переменной в широком смысле. Если закон распределения случайной функции $\xi(x)$ таков, что ее моменты первого и второго порядка существуют и удовлетворяют соотношениям

$$m(x) = \mathrm{E}\xi(x) = m,$$
$$K(x, x') = \mathrm{E}\big(\xi(x) - \mathrm{E}\xi(x)\big)\big(\xi(x') - \mathrm{E}\xi(x')\big) = K(x - x')$$

для всех x, $x' \in V$, то говорят, что случайная функция удовлетворяет условию *слабой стационарности*, или *стационарности в широком смысле*.

2. Метод кригинга

Рассмотрим задачу прогноза значений случайной функции. Пусть в результате измерений получены значения $f(x_1)$, ..., $f(x_N)$ пространственной переменной в N точках геометрического поля x_1, ..., $x_N \in V$. По этим экспериментальным данным требуется построить наиболее точную в определенном смысле оценку значения $f(x_0)$ этой пространственной переменной в точке $x_0 \in V$, отличной от точек x_1, ..., x_N. Если полагать, что $f(x_1)$, ..., $f(x_N)$ являются реализациями случайных величин $\xi(x_1)$, ..., $\xi(x_N)$, где $\xi(x)$ — случайная функция, то естественно поставить задачу прогноза как задачу оценивания значения случайной величины $\xi(x_0)$. Требуется построить оценку $Y = Y\big(\xi(x_1), \ldots, \xi(x_N)\big)$, доставляющую минимум среднеквадратичной погрешности в некотором классе оценок,

$$\mathrm{E}\big(\xi(x_0) - Y\big)^2 = \inf_{Y'} \mathrm{E}\big(\xi(x_0) - Y'\big)^2, \qquad Y' = Y'\big(\xi(x_1), \ldots, \xi(x_N)\big). \tag{1}$$

В случае стационарной в широком смысле случайной функции $\xi(x)$ для класса линейных несмещенных оценок вида $Y = \mu + \sum\limits_{i=1}^{N} \lambda_i \xi(x_i)$, где μ, λ_i — произвольные конечные числовые коэффициенты, $i = \overline{1, N}$, решение задачи (1) приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов λ_i:

$$\sum_{j=1}^{N} \lambda_j K(x_i - x_j) = K(x_0 - x_i), \quad i = \overline{1, N}. \tag{2}$$

Если коэффициенты удовлетворяют системе (2), а для коэффициента μ справедливо выражение

$$\mu = m\left(1 - \sum_{j=1}^{N} \lambda_j\right), \tag{3}$$

то говорят, что оценка $Y = \mu + \sum\limits_{i=1}^{N} \lambda_i f(x_i)$ *реализует кригинг величины* $f(x_0)$ — значения пространственной переменной в точке $x_0 \in V$. При этом оценка Y является несмещенной линейной оценкой, имеющей минимальную дисперсию оценивания, которую в этом случае называют *дисперсией кригинга*,

$$\mathrm{D}(\xi(x_0) - Y) = K(0) - \sum_{j=1}^{N} \lambda_j K(x_0 - x_j).$$

Для построения оценки методом кригинга согласно формулам (2), (3) необходимо знать априорное генеральное среднее m пространственной переменной, а также автокорреляционную функцию. На практике подобную априорную информацию получить сложно, выводы о среднем и автокорреляционной функции делаются непосредственно по тем же данным, по которым проводится кригинг. Обычно поступают следующим образом: выборочную автокорреляционную функцию приближают гладкой функцией из заданного класса, затем из системы уравнений (2) определяют λ_i. Выбор класса автокорреляционных функций называется выбором *геостатистической модели*. В качестве автокорреляционных функций чаще всего используются экспоненциальные, кусочно-линейные, степенные и гауссовы функции [1, 4]. Вид этих функций представлен на рис. 1.

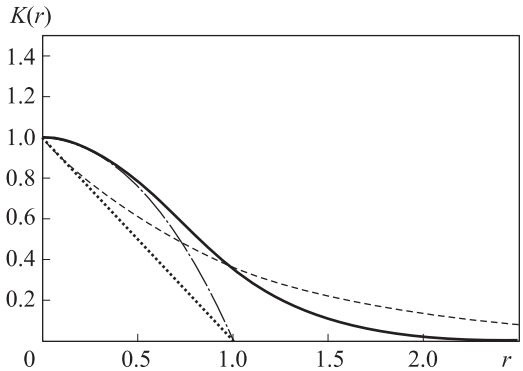

Рис. 1. Типичные автокорреляционные функции

Известно, что для больших значений N метод кригинга работает неэффективно: для решения системы (2) требуется строить обратную матрицу размера $N \times N$. Если при этом пользоваться стандартным методом обращения Гаусса, то количество требуемых операций составит $O(N^3)$.

3. Гипотеза локальной стационарности

Утверждение о слабой стационарности пространственной переменной является достаточно сильным, и далеко не всегда существуют рациональные физические соображения, ведущие к слабой стационарности: фактически мы полагаем, что во всех точках пространственная переменная имеет одну и ту же дисперсию и то же математическое ожидание. С другой стороны, ряд важных с практической точки зрения задач позволяет считать данные удовлетворяющими условиям слабой стационарности в некоторых подобластях, на которые разбивается геометрическое поле рассматриваемой пространственной переменной.

Пусть геометрическое поле V может быть разбито на несколько непересекающихся подобластей: $V = \bigcup\limits_{k=1}^{T} V_k$, $V_k \cap V_{k'} = \emptyset$, $k \neq k'$. На каждой из этих подобластей пространственная переменная является слабо стационарной, т. е.

$$\mathrm{E}\xi(x) = m_k, \quad K_k(x, x') = \operatorname{cov}\big(\xi(x), \xi(x')\big) = K_k(x - x'),$$
$$x,\, x' \in V_k, \quad k = \overline{1, T}.$$

Кроме того, будем считать, что $K(x, x') = 0$ для всех $x \in V_k$, $x' \in V_{k'}$, если $k \neq k'$, другими словами, корреляция значений пространственной переменной в различных подобластях отсутствует. В этом случае назовем пространственную переменную *локально стационарной в широком смысле*.

Рассмотрим теперь, как модифицируются формулы кригинга, если считать, что пространственная переменная является локально стационарной. Результаты можно сформулировать в виде следующей теоремы.

Теорема. *Пусть пространственная переменная является локально стационарной на геометрическом поле V, разбитом на T подобластей стационарности, $T \geqslant 2$. Тогда для оценки Y значения $f(x_0)$ пространственной переменной в некоторой точке $x_0 \in V_q$ по процедуре модифицированного кригинга имеем $Y = \mu + \sum\limits_{j:\, x_j \in V_q} \lambda_j f(x_j)$, где*

$$\mu = m_q \Bigg(1 - \sum_{j:\ x_j \in V_q} \lambda_j\Bigg),$$

$$\sum_{i:\ x_i \in V_q} \lambda_i K_q(x_j - x_i) = K_q(x_0 - x_j), \quad j\colon x_j \in V_q.$$

Если локальная стационарность пространственной переменной приводит к разбиению исходного набора данных размера N на T частей приблизительно равного объема, то для построения соответствующей оценки потребуется $O(N^3/T^3) \leqslant O(N^3)$ операций.

Таким образом, для ряда практических задач гипотеза локальной стационарности, с одной стороны, согласуется с физическими представлениями о структуре данных, а с другой стороны, позволяет сократить вычислительные затраты, сопряженные с построением прогноза. Однако применение гипотезы локальной стационарности ставит перед исследователем новую задачу: требуется корректно определить подобласти слабой стационарности данных.

4. Морфологический алгоритм выделения областей слабой стационарности

При решении некоторых практических задач для выделения областей слабой стационарности можно воспользоваться морфологическими методами анализа сигналов и изображений [12, 13]. Морфологические методы позволяют находить фрагмент одного сигнала или изображения на другом сигнале или изображении соответственно [13].

Опишем в общих чертах алгоритм поиска сходных по форме участков на двух сигналах, заданных как функции $f(z)$, $z \in [A, B]$, и $g(z)$, $z \in [a, b]$. Для этого примем один сигнал, скажем $g(\cdot)$, за «эталонный» и рассмотрим задачу поиска на изучаемом сигнале $f(\cdot)$ участков, схожих по форме с $g(\cdot)$. При этом будем считать, что длина отрезка $[A, B]$ много больше длины отрезка $[a, b]$. Выберем некоторую систему уровней «эталонного» сигнала

$$\min_{z \in [a,b]} g(z) = c_0 < c_2 < \cdots < c_L = \max_{z \in [a,b]} g(z)$$

и разобьем отрезок $[a, b]$ на подмножества $C_l = \big\{z\colon c_{l-1} \leqslant g(z) < c_l\big\}$, $l = \overline{1, L}$. Количество уровней L будем выбирать так, чтобы квадратичная (по норме пространства $L_2[a, b]$) погрешность аппроксимации функции $g(\cdot)$ функцией, кусочно-постоянной на множествах C_l, $l = \overline{1, L}$, была меньше заданного порогового значения ε_1. Как известно, проектор в $L_2[a, b]$ на линейное подпространство таких кусочно-постоянных функций может быть построен в явном виде:

$$\Pi_{[a,b]}(\cdot) = \sum_{l=1}^{L} \frac{(\cdot, \chi_l)\chi_l}{\sqrt{(\chi_l, \chi_l)}}, \quad \chi_l(z) = \begin{cases} 1, & z \in C_l, \\ 0, & z \notin C_l, \end{cases}$$

где $(\cdot, \cdot)$ — скалярное произведение в $L_2[a, b]$. Согласно идеологии морфологического анализа сигналов и изображений мы можем считать, что проектор $\Pi_{[a,b]}(\cdot)$ определяет *форму* эталонного сигнала [12].

Определим также проектор $\Pi_{[a+h,b+h]}(\cdot)$ на «сдвинутом» отрезке $[a+h, b+h]$ как

$$\Pi_{[a+h,b+h]}(\cdot) = \sum_{l=1}^{L} \frac{(\cdot, \chi_l^h)\chi_l^h}{\sqrt{(\chi_l^h, \chi_l^h)}}, \quad \chi_l^h(z) = \begin{cases} 1, & z - h \in C_l, \\ 0, & z - h \notin C_l, \end{cases}$$

где h — произвольная постоянная.

Согласно [13] будем говорить, что участок изучаемого сигнала $f(z)$, отвечающий значениям $z \in [a+h, b+h] \subset [A, B]$, схож по форме с эталонным сигналом $g(\cdot)$, если для выбранного значения h

$$\|\Pi_{[a+h,b+h]} f - f\| \leqslant \varepsilon_2, \tag{4}$$

где $\|\cdot\|$ — норма в $L_2[a + h, b + h]$, ε_2 — заданное пороговое значение. Выбирая различные значения $h \in [A-a, B-b]$, мы можем «просканировать» изучаемый сигнал окном $[a+h, b+h]$ и определить в соответствии с (4) те участки изучаемого сигнала, которые с точностью ε_2 совпадают по форме с эталонным сигналом $g(\cdot)$. Если задать порог ε_2 достаточно большим, то в результате такого сканирования можно получить, вообще говоря, несколько участков $[a+h_1, b+h_1]$, ..., $[a+h_s, b+h_s]$, на которых исследуемый сигнал схож с эталонным по форме.

Теперь сформулируем алгоритм, по которому мы будем выделять области слабой стационарности. Пусть нам предоставлены одномерные сигналы $f^1(\cdot)$, ..., $f^P(\cdot)$. Допустим, что с помощью некоторого эмпирического правила каждый сигнал $f^p(\cdot)$ мы разбили на характерные структурные элементы. Например, для ряда задач, задав некоторое значение ε_3, можно выделить систему отрезков $\{I^p_\alpha\}$ такую, что на каждом отрезке I^p_α из этой системы $f^p(z) \geqslant \varepsilon_3$. Соответствующие этим отрезкам участки сигнала образуют систему структурных элементов для $f^p(\cdot)$. Выберем теперь некоторый фиксированный отрезок I^p_α из этой системы и примем соответствующий ему участок p-го сигнала за «эталонный» сигнал: $g(z) \equiv f^p(z)$ при $z \in I^p_\alpha$. По описанной выше процедуре «сканирования» изучаемого сигнала окном, определяемым эталонным сигналом $g(\cdot)$, проанализируем другой сигнал $f^{\tilde p}(\cdot)$ и выделим на нем участки $\{J^{\tilde p}_\beta\}$ значений переменной z, на которых сигнал $f^{\tilde p}(z)$ схож по форме с эталонным. Теперь поменяем местами p-й и $\tilde p$-й сигналы: на $\tilde p$-м сигнале выберем участок, отвечающий $z \in I^{\tilde p}_{\tilde\alpha}$, примем его за эталонный сигнал и просканируем p-й сигнал с целью нахождения на нем отрезков $\{J^p_\beta\}$ значений переменной z, на которых он схож по форме с участком профиля $f^{\tilde p}(z)$ на отрезке $z \in I^{\tilde p}_{\tilde\alpha}$.

Будем считать, что участок p-го сигнала $f^p(z)$, $z \in I^p_\alpha$, и участок $\tilde p$-го сигнала $f^{\tilde p}(z)$, $z \in I^{\tilde p}_{\tilde\alpha}$, отвечают одной и той же области локальной стационарности, если найдутся такой отрезок $J^{\tilde p}_* \in \{J^{\tilde p}_\beta\}$ и такой отрезок $J^p_* \in \{J^p_\beta\}$, что одновременно выполнены два неравенства

$$\mathrm{mes}(I^p_\alpha \cap J^p_*) \geqslant \varepsilon_4, \quad \mathrm{mes}(I^{\tilde p}_{\tilde\alpha} \cap J^{\tilde p}_*) \geqslant \varepsilon_4,$$

где $\mathrm{mes}(\cdot)$ — длина отрезка, стоящего в аргументе, ε_4 — заданное минимальное значение длины пересечения соответствующих отрезков. Другими словами, одновременно на участках сигналов $f^p(z)$, $z \in I^p_\alpha$, и $f^{\tilde p}(z)$, $z \in I^{\tilde p}_{\tilde\alpha}$, найдутся части достаточно большой длины, на которых сигнал $f^p(z)$ схож по форме с $f^{\tilde p}(z)$, а сигнал $f^{\tilde p}(z)$ схож по форме с $f^p(z)$.

Предложенный алгоритм выделения областей локальной стационарности как областей, на которых сигналы схожи по форме, является полуэмпирическим — результат его работы зависит от выбора четырех параметров: ε_1, ε_2, ε_3 и ε_4.

5. Задача стохастического прогноза значений пористости горных пород, слагающих нефтеносное месторождение

Для оценивания запасов углеводородов, а также моделирования процесса их добычи принципиально важным параметром является пористость пород, слагающих месторождение. Пористость определяет такое свойство пород, как их способность содержать в себе различные флюиды, в том числе углеводороды и воду. Невозможность получать информацию о пористости в межскважинном пространстве непосредственно путем измерений заставляет исследователей прибегать к использованию методов прогноза. Задача интерполяции значений пористости в межскважинном пространстве для пород, слагающих месторождения углеводородов, возникает всякий раз при построении геологической модели месторождения.

ОАО «Зарубежнефть» предоставило экспериментальные данные исследований пористости терригенного пласта по шести скважинам, пробуренным в нефтяном месторождении южного шельфа Республики Вьетнам. Задача заключалась в построении прогнозных значений пористости в межскважинном пространстве. Для проверки достоверности получаемых результатов и сопоставления различных методик прогноза был проведен следующий эксперимент. Прогноз значений пористости строился вдоль траектории одной из шести рассматриваемых скважин на основании данных от остальных пяти. Рассчитанные значения сопоставлялись с фактическими значениями пористости вдоль траектории этой скважины.

При расчете прогноза значений пористости применялись следующие методики: стандартная методика кригинга и модифицированный кригинг с учетом гипотезы локальной стационарности. При этом считалось, что пористость можно рассматривать как локально стационарную пространственную переменную. Действительно, в качестве исследуемых сигналов мы имеем профили пористости $f^1(z)$, ..., $f^P(z)$ вдоль траекторий P скважин (z — координата, отсчитываемая вдоль траектории скважины). В этом случае можно считать, что форма сигналов зависит от распределения фильтрационно-емкостных свойств породы и отражает чередование различающихся по свойствам пропластков. В свою очередь форма тех участков профилей, которые соответствуют одним и тем же пропласткам, определяется внешними условиями, существовавшими в момент их формирования. Поэтому логично предположить, что форма участков, отвечающих одному и тому же пропластку на различных профилях, будет сходной. С другой стороны, пропласток должен характеризоваться единообразием ряда геофизических параметров, за счет чего и удалось выделить его как отдельное геологическое тело. Поэтому мы можем предположить, что для ряда параметров справедлива гипотеза локальной стационарности: пространственная переменная является слабостационарной в рамках одного пропластка. Таким образом, мы считаем пористость локально стационарной в пропластках и переходим от задачи о выделении подобластей слабой стационарности к задаче поиска схожих по форме участков сигналов $f^p(z)$. Сопоставить схожие по форме участки профилей позволяет сформулированный в п. 4 морфологический алгоритм.

В таблице, а также на рис. 2–4 представлены результаты сопоставления прогнозных значений пористости с фактическими. В таблице приведены значения выборочных среднеквадратичных (с.к.) отклонений значений пористости, полученных в результате прогноза, от реальных значений, полученных при измерениях, и выборочные коэффициенты корреляции прогнозных и экспериментальных значений для трех методик прогноза. Первая методика соответствует стандартной методике кригинга, вторая и третья — модифицированному кригингу с учетом локальной стационарности пористости в пропластках. Причем во втором случае использовалось равномерное разбиение на пропластки (к одному пропластку относился интервал высотой 0.5 м),

Результаты прогноза значений пористости пласта терригенного коллектора: выборочное с.к. отклонение значений, полученных в результате прогноза, от данных измерений и выборочный коэффициент корреляции между результатами прогноза и данными измерений

Метод прогноза	Стандартный кригинг	Модифицированный кригинг	
		Равномерное разбиение на пропластки	Морфологический метод
Линейная геостатистическая модель			
С.к. уклонение	$\Delta = 0.072$	$\Delta = 0.064$	$\Delta = 0.063$
Корреляция	$r = -0.18$	$r = 0.14$	$r = 0.40$
Экспоненциальная геостатистическая модель			
С.к. уклонение	$\Delta = 0.074$	$\Delta = 0.065$	$\Delta = 0.063$
Корреляция	$r = -0.14$	$r = 0.18$	$r = 0.42$

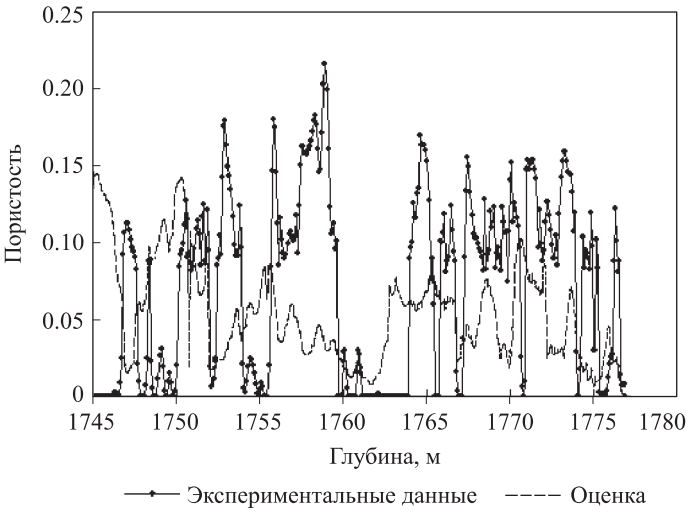

Рис. 2. Прогноз профиля пористости вдоль скважины и экспериментальные данные. Стандартная методика кригинга

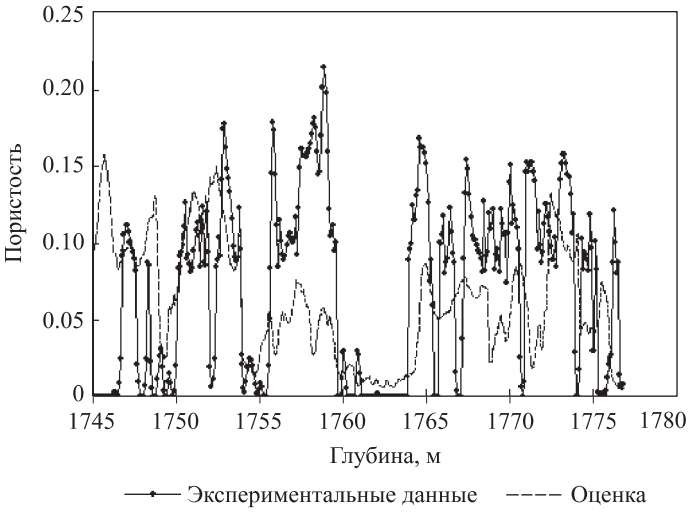

Рис. 3. Прогноз профиля пористости вдоль скважины и экспериментальные данные. Модифицированный кригинг и равномерное разбиение на пропластки

в третьем — морфологический алгоритм выделения областей слабой стационарности из п. 4. Видно, что применение модифицированной методики кригинга улучшает достоверность получаемого прогноза. Наилучший

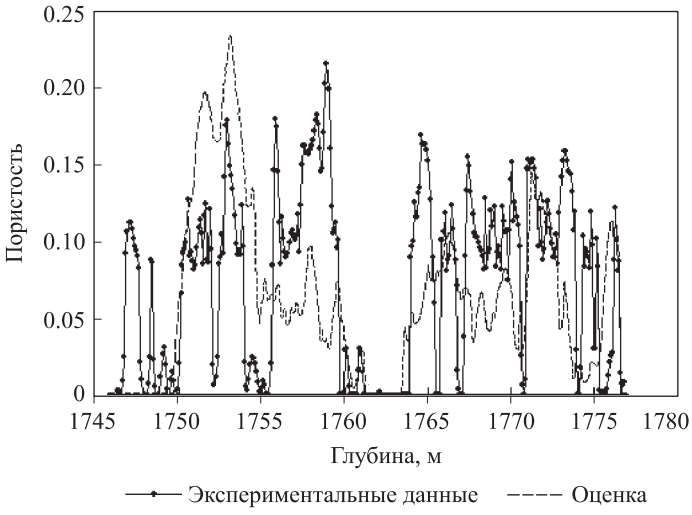

Рис. 4. Прогноз профиля пористости вдоль скважины и экспериментальные данные. Модифицированный кригинг и морфологический алгоритм выделения пропластков

результат был получен при использовании модифицированного кригинга совместно с морфологическим алгоритмом выделения и корреляции пропластков.

Заключение

В настоящей работе исследована проблема стохастического прогноза геофизических наборов данных. Рассмотрен один из наиболее популярных методов стохастического прогноза — метод кригинга. Введена гипотеза локальной стационарности и показано, что в случае локально стационарной пространственной переменной модифицированная методика кригинга требует меньше вычислительных затрат, чем стандартная. Для задачи интерполяции значений пористости пород гипотеза локальной стационарности хорошо согласуется с физическими представлениями о строении месторождений углеводородов, однако на практике применение модифицированной методики кригинга ставит перед исследователем задачу выделения и корреляции пропластков. В связи с этим был предложен полуэмпирический алгоритм выделения пропластков как подобластей слабой стационарности, основанный на морфологических принципах анализа сигналов и изображений. Расчеты,

проведенные на реальных экспериментальных данных исследований пористости терригенного пласта, показали, что наилучший результат прогноза по модифицированному методу кригинга получается при использовании морфологического метода выделения пропластков.

Авторы выражают благодарность Е. А. Грачеву, доценту кафедры компьютерных методов физики физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, за плодотворное сотрудничество, а также ОАО «Зарубежнефть» за предоставленные экспериментальные данные.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-07-00133-а).

Список литературы

1. *Матерон Ж.* Основы прикладной геостатистики. М., 1968.
2. *Граничин О.Н.* Введение в методы стохастической оптимизации и оценивания. СПб., 2003.
3. *Меерсон Е.Л., Бродягин В.В.* Математические методы моделирования в нефтяной геологии: Учеб. пособие. Пермь, 2008.
4. IRAP RSM Maintenance Release 9.0.1. RSM User Guide. 2007.
5. Методические указания по созданию постоянно действующих геолого-технологических моделей нефтяных и газонефтяных месторождений. Ч. 1. Геологические модели. М., 2003.
6. *Liu T.-L., Juang K.-W., Lee D.-Y.* // Soil Sci. Soc. Amer. J. 2006. **70**, N 4. P. 1200.
7. *Sherwood S.C.* // J. Climate. 2007. **20**, N 15. P. 4047.
8. *Omre H.* // Math. Geol. 1987. **21**, N 7. P. 767.
9. *Fisk M.D., McCartor G.D.* // Bull. Seismol. Soc. Amer. 2008. **98**, N 4. P. 1768.
10. *Renard D.* Non-stationary geostatistics. CFSG course notes. Fontainebleau, 2001.
11. *Елобогоев А.* Гипотеза стационарности в геостатистике и ее формы: к вопросу применимости геостатистических методов на практике. http://www.dataplus.ru/support/ESRI/ArcGIS/
12. *Пытьев Ю.П., Чуличков А.И.* Методы морфологического анализа изображений. М., 2010.
13. *Богданов И.В., Чуличков А.И.* // 6-я Междунар. конф. «Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии». РОАИ-6-2002. В. Новгород, 2002. С. 71.

Local stationarity hypothesis in the problem of stochastic prognosis by criging method

A. V. Isaeva[a], **M. L. Serdobolskaya**

Department of Computer Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: [a] *avisaeva@gmail.com.*

One of the most popular stochastic forecast method for estimating of mineral reserves, kriging method, is considered. A modification of this method based on the assumption of local stationarity of spatial variable is proposed. It is shown that the modified kriging in conjunction with morphological algorithm of local stationary subdomains detection is consistent with *a priori* notion about the structure of data and reduces the computational cost of the forecast procedure in comparison with the standard kriging method.

Keywords: weak stationarity hypothesis, geostatistics, kriging, layer tracking, stochastic prognosis, morphological analysis.
PACS: 02.70.Rr, 02.60.Ed, 91.60.Np.
Received 11 October 2010.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 2(2011).

Сведения об авторах

1. Исаева Анна Вячеславовна — аспирантка; тел.: (495) 939-4178, e-mail: avisaeva@gmail.com.
2. Сердобольская Мария Львовна — канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент; тел.: (495) 939-4178, e-mail: serdobolskaya@physics.msu.ru.