# Сопоставление теоретических и экспериментальных данных о смещении перигелия Меркурия. Собственный вклад в смещение перигелия гравитационного поля Солнца

Ю. М. Лоскутов

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*
*E-mail: loskutova1937@mail.ru*

Статья поступила 31.05.2010, подписана в печать 08.11.2010

Получено выражение для углового смещения планет, обусловленного их ньютоновским взаимодействием друг с другом. Вытекающие из него численные результаты в отдельных случаях расходятся с публиковавшимися ранее (без указания на то, откуда и как они были получены). Вследствие этого на долю релятивистского гравитационного смещения перигелия Меркурия остается (после обработки наблюдательных данных) величина, более чем в полтора раза превышающая ту, которая получалась ранее и которая вытекала из ОТО. Однако эта остаточная величина хорошо согласуется с тем теоретическим значением, которое возникает, если, во-первых, признать материальность гравитационного поля Солнца и, во-вторых, вскрыть его физический вклад в тензор энергии-импульса материи, входящий в уравнения Гильберта–Эйнштейна.

*Ключевые слова*: взаимодействие планет, угловое смещение планет, релятивистские гравитационные эффекты.

УДК: 521.1. PACS: 04.70.–s, 95.30.Sf.

С целью проверки справедливости ОТО Эддингтон и Робертсон предложили в свое время следующую постньютоновскую параметризацию метрических коэффициентов в случае слабого гравитационного поля:

$$A = 1 + 2\gamma\frac{GM}{Zc^2},$$

$$B = 1 - \frac{2GM}{Zc^2} + 2(\beta - \gamma)\frac{G^2M^2}{Z^2c^4},$$

где $M$ — масса центрального тела, $Z$ — «стандартная» координата в интервале

$$ds^2 = B\,dt^2 - A\,dZ^2 - Z^2\,d\Omega^2,$$

а $\beta$ и $\gamma$ — свободные параметры.

Сравнивая расчетные данные с использованием этих параметров с данными наблюдений, можно судить о значениях $\beta$ и $\gamma$. Если (вариант 1) пользоваться ОТО в ее обычной трактовке, то возникнут значения $\gamma = 1$ и $\beta = 1$. Но если (вариант 2) признать материальность гравитационного поля центрального тела (в частности, материальность внешнего гравитационного поля Солнца) и вскрыть его вклад в плотность тензора энергии-импульса материи $T^{\varepsilon\lambda}$, входящую в уравнение Гильберта–Эйнштейна, то в итоге возникнут [1] значения $\gamma = 1$, $\beta = -1/2$ (!).

Еще А. Эйнштейн в [2] утверждал: «...тензор гравитационного поля $\vartheta_{\mu\nu}$ является источником поля наравне с тензором материальных систем $\Theta_{\mu\nu}$. Исключительное положение энергии гравитационного поля по сравнению со всеми другими видами энергии привело бы к недопустимым последствиям». Однако в [2] тензор $\vartheta_{\mu\nu}$ не был найден, а со временем это утверждение А. Эйнштейна и вовсе было забыто. В [1, 3, 4] был вскрыт вклад поля в плотность $T^{\varepsilon\lambda}$. Если его из $T^{\varepsilon\lambda}$ опустить, то это действительно приведет к «недопустимым последствиям». Например, не возникнет ньютоновского предела для энергии однородного покоящегося шара или для полной энергии двух протяженных тел. Если же этот вклад учесть, то ньютоновские пределы возникают [3].

При численном расчете тех или иных физических характеристик рассматриваемого процесса в программу расчетов закладываются числовые значения всех входящих в исходные уравнения параметров, включая $\gamma$ и $\beta$. Хорошее согласие высокоточных теоретических численных результатов[1], получаемых в рамках ОТО при рассмотрении различных процессов, с соответствующими данными наблюдений трактуется обычно как подтверждение справедливости ОТО. С этим, однако, нельзя согласиться. Дело в том, что при расчете абсолютно всех динамических процессов (за исключением одного-единственного — см. о нем ниже) в результаты расчетов (см. например, [5]) оказывается входящим только один (!) параметр $\gamma$, а $\beta$ в них не входит (это можно видеть лишь при аналитических оценках). Соответствие с наблюдениями возникает при $\gamma = 1$; о значении же $\beta$ судить оказывается невозможным. Следовательно, хорошее согласие получаемых численных результатов с данными наблюдений подтверждает всего лишь справедливость значения $\gamma = 1$, т. е. варианты 1 и 2 остаются в этом смысле равнозначно справедливыми. Однако есть, как сказано выше, один-единственный процесс, в описание которого входит не только $\gamma$, но и $\beta$. Это процесс релятивистского

[1] Современные высокоточные методы численных расчетов различных характеристик (в частности, эфемерид планет) физических процессов, имеющих место в Солнечной системе, разрабатываются в основном в трех группах: группа E. M. Standish в США, группа A. Fienga во Франции и группа Е. В. Питьевой в России.

гравитационного смещения перигелия, определяемый аналитическим значением (в радианах на один оборот)

$$\Delta\varphi^{\rm rel} = \frac{6\pi GM}{pc^2}\left(\frac{2+2\gamma-\beta}{3}\right),$$

где $p$ — фокальный параметр эллипса. Как видно, значения $\Delta\varphi^{\rm rel}$ в вариантах 1 и 2 отличаются друг от друга в 1.5 раза.

Чтобы установить, какой из вариантов является правильным, надо сравнить соответствующие теоретические значения $\Delta\varphi^{\rm rel}$ с вытекающим из наблюдений. В наблюдаемую величину $\Delta\varphi^{\rm vis}$ входят $\Delta\varphi^{\rm rel}$ и (наряду с угловым смещением за счет прецессии астрономической системы координат, связанной с Землей) смещение, обусловленное взаимодействием планет друг с другом. Поэтому *необходимо* с удовлетворительной точностью найти вклад взаимодействия планет в $\Delta\varphi^{\rm vis}$. В работах групп, упомянутых в сноске на с. 26, не содержится данных, аналогичных тем, которые помещены в таблице и которые *необходимы* для выделения из наблюдаемого смещения части, сопоставляемой релятивистскому гравитационному смещению перигелия. До настоящего времени единственной работой, в которой приводятся численные значения угловых смещений Меркурия (и Земли), обусловленных воздействием остальных планет, остается работа [6]; иных публикаций с приведением соответствующих смещений за определенный промежуток времени не обнаруживается.

Однако в работе [6] нет никаких указаний на то, откуда, как и при каких предположениях приведенные численные результаты были получены. Если результаты [6] использовать при обработке наблюдательных данных по Меркурию (а используемые наблюдательные данные вместе с приведенными погрешностями измерений считать верными), то это приведет к подтверждению выводов ОТО о величине $\Delta\varphi^{\rm rel}$ (и тогда уже можно бы говорить о справедливости ОТО). Вместе с тем в отдельных случаях результаты [6] вызывают серьезные сомнения.

Так, кажется весьма сомнительным, чтобы угловое смещение «тяжелой» Земли под влиянием «легкого» Марса превышало угловое смещение «легкого» Меркурия под влиянием «тяжелой» Земли, а в [6] именно это имеет место (таблица).

Далее, знак углового смещения Земли под влиянием Венеры должен быть, судя по всему, таким же, как и знак ее углового смещения под влиянием Меркурия. В [6] эти знаки противоположны (таблица).

Соображения относительно знаков основаны на следующем. В системе тел их внутренние силы взаимодействия не могут изменить полного углового момента. Поэтому если под влиянием тела $B$ угловой момент тела $A$ возрастает, то угловой момент тела $B$ должен соответственно падать. В поставленной задаче ищутся угловые смещения за длительный промежуток времени $\tau$ (конкретно берется $\tau \simeq 100$ лет). Как можно усмотреть из уравнения моментов, усредненный за длительный промежуток времени прирост углового момента планеты $A$, движущиеся по внутренней орбите, обусловленный моментом силы, действующим на планету $A$ со стороны планеты $B$, движущейся по внешней орбите, должен быть положительным, т. е.

$$<\Delta L_A>_\tau = <L_A(t) - L_A(t_0)>_\tau \ > 0. \qquad (1)$$

При этом

$$<\Delta L_B>_\tau = <L_B(t) - L_B(t_0)>_\tau \ < 0 \qquad (2)$$

и

$$<\Delta L_A>_\tau + <\Delta L_B>_\tau = 0. \qquad (3)$$

Судя по приведенным в [6] данным (таблица) о смещениях Земли и Меркурия, обусловленных их взаимодействием, в [6] это не выполняется.

Наконец, в результатах [6] не остается места для вклада в угловое смещение планет от квадрупольного момента Солнца, который, как отмечалось еще в [7], не равен нулю (в случае Меркурия этот вклад оценивается величиной $\sim 3.4''$ за столетие [5]). Хотя, надо заметить, что результаты [7] оспариваются в [8]. Вместе с тем убедительных доказательств отсутствия сплюснутости Солнца пока нет.

**Угловые смещения планет за столетие вследствие их взаимодействий**

| № п/п | Источник воздействия | Результаты смещений, следующие из (20), (21) | | Результаты смещений, выписанные из [6] | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Объекты воздействия | | | |
| | | Меркурий | Земля | Меркурий | Земля |
| 1 | Меркурий | — | $-0.73''$ | — | $-13.75'' \pm 2.3''$ |
| 2 | Венера | $237''$ | $-193.2''$ | $277.856'' \pm 0.68''$ | $345.49'' \pm 0.8''$ |
| 3 | Земля + Луна | $90.5''$ | — | $90.038'' \pm 0.08''$ | — |
| 4 | Марс | $2.4''$ | $18.2''$ | $2.536'' \pm 0''$ | $97.69'' \pm 0.1''$ |
| 5 | Юпитер | $162''$ | $712.4''$ | $153.584'' \pm 0''$ | $696.85'' \pm 0''$ |
| 6 | Сатурн | $7.8''$ | $33''$ | $7.302'' \pm 0.01''$ | $18.74'' \pm 0''$ |
| 7 | Уран | $0.145''$ | $0.61''$ | $0.141'' \pm 0''$ | $0.57'' \pm 0''$ |
| 8 | Нептун | $0.04''$ | $0.19''$ | $0.042'' \pm 0''$ | $0.18'' \pm 0''$ |
| 9 | $\sum$ | $500''$ | $570.5''$ | $531.5''$ | $1145.77''$ |
| 10 | Возможный недоучтенный вклад в $\sum$ | $\sim (5 \div 7.5)''$ | $\sim 0''$ | $\pm 0.77''$ | $\pm 3.2''$ |

Возникшие сомнения заставляют вернуться к решению поставленной задачи (тем более, что в [6] решения как такового нет и нет ссылок на него).

При строгой постановке задачи следовало бы учесть, что вклад в динамику планеты $A$ от прочих планет не является аддитивным. Из-за того что, например, положение планеты $B$ изменяется не только в силу влияния планеты $A$, но и всех остальных планет, воздействие $B$ на $A$ окажется со временем не таким, как если бы прочих планет не было. На временах порядка десятков или сотен лет возникающие из-за неаддитивности добавки оказываются однако очень и очень малыми. По крайней мере они на несколько порядков меньше тех погрешностей, с которыми соответствующие угловые смещения удается вычислить. Поэтому их учет теряет смысл; тем самым задача сводится к задаче двух тел и Солнца (с последующей конкретизацией этих тел). Если бы рассматривались времена $\tau$ порядка миллионов лет, то неаддитивность оказалась бы существенной: из-за нее перигелий сместился бы совсем не в ту точку, которая возникла бы при аддитивности вкладов.

В приближении неподвижного Солнца система ньютоновских уравнений движения планет имеет вид (в системе единиц $G = c = 1$)

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_i = -\frac{M_\odot}{r_i^3}\boldsymbol{r}_i - \sum_{j\neq i} m_j \frac{\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j|^3}, \tag{4}$$

где $m_i$ и $\boldsymbol{r}_i$ — массы планет и их радиусы-векторы относительно центра Солнца, а точки над $\boldsymbol{r}_i$ означают производные по времени $t$. Считая все планеты движущимися в экваториальной плоскости и пренебрегая неаддитивностью их вкладов в динамику отдельно взятой планеты, можно ограничиться уравнениями с парой индексов $i$ и $j$:

$$\begin{aligned}
&\ddot{r}_i - r_i\dot{\varphi}_i^2 = -\frac{M_\odot}{r_i^2} - \frac{m_j}{r_{ij}^3}[r_i - r_j\cos(\varphi_i - \varphi_j)],\\
&\ddot{r}_j - r_j\dot{\varphi}_j^2 = -\frac{M_\odot}{r_j^2} - \frac{m_i}{r_{ij}^3}[r_j - r_i\cos(\varphi_j - \varphi_i)],\\
&\frac{d}{dt}(r_i^2\dot{\varphi}_i) = -\frac{m_j r_i r_j}{r_{ij}^3}\sin(\varphi_i - \varphi_j),\\
&\frac{d}{dt}(r_j^2\dot{\varphi}_j) = -\frac{m_i r_i r_j}{r_{ij}^3}\sin(\varphi_j - \varphi_i),
\end{aligned} \tag{5}$$

где $r_{ij} = [r_i^2 + r_j^2 - 2r_i r_j\cos(\varphi_i - \varphi_j)]^{1/2}$, а $\varphi_i$ — полярный угол планеты с индексом $i$. Первое (как и второе) из этих уравнений удобнее преобразовать к виду

$$\begin{aligned}
&\frac{\sigma_i^2}{r_i^2}\left[\frac{d^2}{d\varphi_i^2}\left(\frac{1}{r_i}\right) + \frac{1}{r_i}\right] = \\
&\quad = \frac{M_\odot}{r_i^2} + \frac{m_j}{r_{ij}^3}(r_i - r_j\cos\varphi_{ij}) + \left[\frac{d}{d\varphi_i}\left(\frac{1}{r_i}\right)\right]\frac{m_j r_i r_j}{r_{ij}^3}\sin\varphi_{ij}.
\end{aligned} \tag{6}$$

При «выключенном» взаимодействии планеты $i$ с планетой $j$ она двигалась бы по замкнутой эллиптической траектории

$$\overset{\circ}{r}_i = \frac{p_i}{1 + e_i\cos\psi_i} \tag{7}$$

с постоянной секторной скоростью

$$\overset{\circ}{r}{}_i^2\dot{\psi}_i = \overset{\circ}{\sigma}_i = \sqrt{M_\odot p_i}. \tag{8}$$

Здесь $e_i$ и $p_i$ — эксцентриситет и фокальный параметр эллипса. Период обращения планеты вокруг Солнца был бы равен

$$T_i = \frac{2\pi p_i^{3/2}}{\sqrt{M_\odot}(1 - e_i^2)^{3/2}}. \tag{9}$$

При надобности движение по эллипсу можно аппроксимировать движением по окружности с эффективным радиусом $a_i \equiv p_i/(1 - e_i^2)^{3/4}$ со средней во времени угловой скоростью $\omega_i = 2\pi/T_i$ (в таком случае в среднем закон (8) не исказится).

При «включенном» взаимодействии $i$ с $j$ планета $j$ будет слабо деформировать траекторию (7). Поэтому $1/r_i$ можно искать в виде

$$\frac{1}{r_i} = \frac{1 + e_i\cos\varphi_i + \epsilon_i}{p_i}, \tag{10}$$

где $\epsilon_i$ и разность $(\varphi_i - \psi_i)$ будут малыми величинами, не сильно отличающимися по своему порядку от порядка величины $\mu_j \equiv (m_j/M_\odot)$.

Интегрируя уравнение моментов, получим

$$\sigma_i = \sigma_i^0 - m_j\int_{t_0}^{t}\frac{r_i r_j}{r_{ij}^3}\sin\varphi_{ij}\,dt. \tag{11}$$

Отсюда имеем

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\tau}[\varphi_i(t_1 + \tau) - \varphi_i(t_1)] = \\
&\quad = \frac{1}{\tau}\int_{t_1}^{t_1+\tau}\frac{\sigma_i^0}{r_i^2}\,dt - \frac{m_j}{\tau}\int_{t_1}^{t_1+\tau}\frac{dt}{r_i^2}\int_{t_0}^{t}\frac{r_i r_j}{r_{ij}^3}\sin\varphi_{ij}\,dt',
\end{aligned} \tag{12}$$

где $\tau$ будем считать близким к ста земным годам.

Учтем, что при наложении начальных условий на $\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{r}_j$ и $\dot{\boldsymbol{r}}_i, \dot{\boldsymbol{r}}_j$ есть еще свобода выбора моментов времени $t_0$ и $t_1$. Это позволяет взять $\varphi_{ij}(t_0) = \pi/2$ и $\sigma_i^0 = \overset{\circ}{\sigma}_i(1 + \delta_i^0)$ с последующим уточнением величины $\delta_i^0$, сообразуясь с требованиями задачи. Начало отсчета $t_1$ времени $\tau$, как и начальные значения $\varphi_i(t_1)$ и $\psi_i(t_1)$, без ограничения общности можно считать равным нулю: $t_1 = 0$, $\varphi_i(0) = \psi_i(0) = 0$.

Первый усредненный по времени член в правой части (12) запишется теперь в виде

$$I_1 \equiv \frac{1}{\tau}\int_0^\tau dt\,\dot{\psi}_i\left[1 + \frac{e_i(\cos\varphi_i - \cos\psi_i) + \epsilon_i}{1 + e_i\cos\psi_i}\right]^2(1 + \delta_i^0). \tag{13}$$

Полагая $\tau = \nu T_i$, $\nu \gg 1$ и ограничиваясь первым порядком малости по $\mu_j$, из (13) получим

$$I_1 \simeq \frac{\psi_i(\tau)}{\tau} + \frac{2\pi}{T_i}\left[\delta_i^0 + \frac{1}{\nu\pi}\int_0^{2\pi\nu} d\psi_i\,\frac{\epsilon_i - 2e_i\sin\frac{\varphi_i - \psi_i}{2}\sin\frac{\varphi_i + \psi_i}{2}}{1 + e_i\cos\psi_i}\right]. \tag{14}$$

Входящая сюда функция $\epsilon_i$ подчиняется в силу (6), (10), (11) уравнению

$$\epsilon_i'' + \epsilon_i = -2\delta_i^0 + 2\mu_j \frac{\overset{\circ}{\sigma}_i}{p_i} \int\limits_{t_0}^{t} \frac{r_i r_j}{r_{ij}^3} \sin\varphi_{ij}\, dt + \mu_j \frac{r_i^2}{r_{ij}^3}(r_i - r_j \cos\varphi_{ij}) + \\ + \mu_j \frac{r_i^2 r_j}{r_{ij}^3} \frac{(-e_i \sin\varphi_i)}{1 + e_i \cos\varphi_i} \sin\varphi_{ij}. \quad (15)$$

Зададим начальное значение $\delta_i^0$ величиной[1]

$$\delta_i^0 = -\frac{1}{\nu\pi} \int\limits_0^{2\pi\nu} d\psi_i \frac{\epsilon_i - 2e_i \sin\frac{\varphi_i - \psi_i}{2} \sin\frac{\varphi_i + \psi_i}{2}}{1 + e_i \cos\psi_i}. \quad (16)$$

Тогда искомое смещение $\Delta\varphi_i(j) \equiv \varphi_i(\tau) - \psi_i(\tau)$, обусловленное влиянием планеты $j$ на планету $i$, будет равным

$$\Delta\varphi_i(j) = -m_j \int\limits_0^{\tau} \frac{dt}{r_i^2} \int\limits_{t_0}^{t} \frac{r_i r_j}{r_{ij}^3} \sin\varphi_{ij}\, dt'. \quad (17)$$

Аппроксимируем в (17) значения $r_i$ и $r_j$ их эффективными радиусами $a_i$ и $a_j$ и соответственно разность $(\varphi_i - \varphi_j)$ выражением $(\omega_i - \omega_j)t$. Такая аппроксимация внесет в результаты вычислений некоторую погрешность. Ориентировочно ее недоучтенный относительный вклад оценивается величиной, не превышающей одного-полутора процентов в процессах с участием Меркурия (из-за его заметного эксцентриситета), и пренебрежимо малой величиной в процессах без участия Меркурия[2].

Учитывая сказанное и полагая $\tau = 100T_3$, где $T_3$ — время обращения Земли вокруг Солнца, из (17) получим (в угловых секундах за столетие)

$$\Delta\varphi_i(j) = 1.296 \cdot 10^8 \frac{\mu_j}{x_i^2\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \cdot \frac{T_i T_j}{(T_j - T_i)T_3} \times \\ \times \left[\frac{2}{\pi}\sqrt{1 + q_{ij}^2} K(q_{ij}) - 1\right]. \quad (18)$$

Здесь $x_i \equiv a_i/a_3$, $a_3$ — большая полуось эллипса Земли, $K(q_{ij})$ — полный эллиптический интеграл первого рода, а $q_{ij} = x_i/x_j$ при $x_i < x_j$ и $q_{ij} = x_j/x_i$ при $x_j < x_i$. Отсюда следует равенство

$$\mu_i x_i^2 \Delta\varphi_i(j) = -\mu_j x_j^2 \Delta\varphi_j(i), \quad (19)$$

что согласуется с (1)–(3). Ограничиваясь в (18) восьмой степенью $q_{ij}$, получим

$$\Delta\varphi_i(j) \simeq 97.2 \cdot 10^6 \frac{\mu_j}{x_i^2\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \cdot \frac{T_i T_j}{(T_j - T_i)T_3} \times \\ \times q_{ij}^2\left[1 + \frac{3}{16}q_{ij}^2 + \frac{17}{64}q_{ij}^4 + \frac{451}{4096}q_{ij}^6\right]. \quad (20)$$

В случае $x_i < x_j$ вместо (20) можно использовать более простое выражение

$$\Delta\varphi_i(j) \simeq 97.2 \cdot 10^6 \frac{\mu_j}{\sqrt{1 + (x_i/x_j)^2}} \cdot \frac{T_i T_3}{(T_j - T_i)T_j} \times \\ \times \left[1 + \frac{3}{16}q_{ij}^2 + \frac{17}{64}q_{ij}^4 + \frac{451}{4096}q_{ij}^6\right]. \quad (21)$$

При этом $\Delta\varphi_j(i)$ можно будет искать, пользуясь (19) или же (20).

В таблице приведены вытекающие из (20), (21) значения угловых сдвигов планет, обусловленных их взаимным влиянием (необходимые данные брались из [9-11]). Для сравнения указаны также соответствующие результаты из работы [6].

Как видно, в отдельных случаях результаты [6] и (20) заметно расходятся и даже имеют разные знаки (для смещения Земли под влиянием Венеры). Кстати, в [12] И. Шапиро приводит для смещения Меркурия под влиянием Венеры величину $\sim$240 угл. сек. за столетие. Это хорошо согласуется с (20), особенно если учесть еще вклад от погрешности, но заметно расходится с результатом в [6].

Считается, что вытекающее из наблюдений полное угловое смещение перигелия Меркурия за сто лет составляет [5, 6] величину $\Delta\varphi_1^{\rm vis} = 5599.74'' \pm 0.41''$. В нее входят: $5025.64'' \pm 0.5''$, обязанные вращению астрономической системы координат, связанной с Землей, и (при учете вклада погрешности) $505'' \pm 2.5''$ от воздействия планет, если исходить из (20). За их вычетом из $\Delta\varphi_1^{\rm vis}$ остается $\Delta\varphi_1^{\rm rest} = 69.1'' \pm 3.4''$. Это примерно в 1.5 раза превышает значение, вытекающее из [6], и следующее из ОТО. Однако оно хорошо согласуется с $\Delta\varphi_1^{\rm rel} = 64.5''$, полученным в [1]:

$$\Delta\varphi_i^{rel} = 9\pi M_\odot/p_i. \quad (22)$$

Хорошее согласие теоретического результата (22) с вытекающим из наблюдений значением $\Delta\varphi_1^{\rm rest}$ говорит в пользу материального толкования гравитационного поля, ведущего и к другим интересным физическим следствиям [3, 4]. Среди них: гравитационный дефект массы; нереализуемость решений, отвечающих «черным дырам»; появление экзотических сверхмассивных объектов с совершенно новыми физическими характеристиками их верхних слоев и т.д. [4].

Теперь что касается Земли. Согласно (22), релятивистское гравитационное смещение перигелия Земли составит величину $\Delta\varphi_3^{\rm rel} = 5.7''$ за столетие, а не $3.8''$, как было без учета вклада гравитационного поля Солнца в плотность $T^{\epsilon\lambda}$. Если к ним добавить $5025.64'' \pm 0.5''$ и $570.5''$, то получится $5601.84'' \pm 0.5''$ за столетие. Это число секунд и должно соответствовать полному (если к ним добавить еще сдвиг за счет Луны) угловому смещению Земли $\Delta\varphi_3^{\rm vis}$, вытекающему

[1] Если вместо указанного значения $\delta_i^0$ взять $\widetilde{\delta}_i^0$, несколько отличное от $\delta_i^0$, то это приведет к описанию динамических отклонений от иной, нежели в (7), (8), траектории. Выбор (16) — это всего лишь конкретизация величины $\delta_i^0$, позволяющая искать динамические отклонения от невозмущенной траектории.

[2] Из-за того что квадраты эксцентриситетов эффективно учитываются в радиусах $a_i$ и $a_j$ орбит, в погрешность могут войти (вследствие усреднения по длительному времени $\tau$) лишь небольшие «остаточные» доли от $e_i^2$ и $e_j^2$, а также член с $e_i e_j$. Это и дает основание для сделанного (после некоторых прикидок) утверждения. Оценить величину относительного вклада погрешности строго не удалось, и соответствующая необходимость остается.
К Икару приведенные рассуждения неприменимы.

из наблюдений. В [6] для $\Delta\varphi_3^{\rm vis}$ приведено значение $6183.7'' \pm 1.1''$, которое, по-видимому, следует признать ошибочным, как ошибочным является и число секунд, определяющих в [6] угловое смещение Земли вследствие воздействия на нее остальных планет.

При всем сказанном выше остается открытым вопрос о возможном вкладе в наблюдаемое смещение погрешностей, о которых шла речь в [1]. Поэтому сохраняется настоятельная необходимость повторных наблюдений уже на современном уровне.

В работе намеренно сохранены «элементарные» сведения и детали расчетов. Автор надеется, что они будут многократно перепроверены, так как их результаты имеют принципиальное значение для уяснения сущности теории гравитации и ее физического толкования.

Автор благодарит А. Г. Лоскутову, К. В. Парфенова и П. К. Силаева за помощь при подготовке рукописи к печати.

## Список литературы

1. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 4. С. 29.
2. *Эйнштейн А.* Собр. науч. тр. М., 1965. Т. 1. С. 227.
3. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 3. С. 18.
4. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 2. С. 3.
5. *Вейнберг С.* Гравитация и космология. М., 1975.
6. *Clemence G.M.* // Rev. Mod. Phys. 1947. **19**, N 4. P. 361.
7. *Dicke R.H., Goldenberg H.M.* // Phys. Rev. Lett. 1967 **18**. P. 313; Astrophys. J. Suppl. 1974. **27**. P. 131.
8. *Hill H.A., Stebbins R.T.* // Astrophys. J. 1975. **290**. P. 471.
9. *Мюррей К., Дермотт С.* Динамика Солнечной системы. М., 2009.
10. Физика космоса: Маленькая энциклопедия. М., 1986.
11. *Уипл Ф.Л.* Семья Солнца. М., 1984.
12. Астрофизика, кванты и теория относительности. М., 1982.

## Comparison of theoretical and experimental data on the Mercury perihelion advance. Proper contribution into perihelion advance of the Sun gravitational field

**Yu. M. Loskutov**

*Department of Quantum Theory and High-Energy Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
*E-mail: loskutova1937@mail.ru.*

An expression for the angular advance of planets determined by their Newtonian interaction with each other is derived. As it follows from the obtained results, in some cases the numeral values differ from earlier published ones (which do not contain any indication of sources and methods that have been used). As a consequence, after the observational data analysis it was found that the remainder of the relativistic gravitational advance of the Mercury perihelion is more than one and a half time exceeds the quantity that was known before and followed from General Relativity. However, this remainder value is in a very good agreement with the theoretically obtained quantity which appears if (i) to acknowledge the material nature of the gravitational field of the Sun and (ii) to reveal its physical contribution into the matter energy-momentum tensor in the Hilbert–Einstein equations.

*Keywords*: interaction of planets, angular advance of planets, relativistic gravitational effects.
PACS: 04.70.–s, 95.30.Sf.
*Received 21 May 2010.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 2(2011).

**Сведения об авторе**

Лоскутов Юрий Михайлович — докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (495) 939-16-47, e-mail: loskutova1937@mail.ru.