Влияние возбужденных уровней на скорость фотоионизации околозвездного газа

К. В. Бычков[1,a], Е. С. Морченко[2,b]

[1] *Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ). Россия, 119991, Москва, Университетский пр-т, д. 13.*

[2] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра астрофизики и звездной астрономии. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

E-mail: [a] *bychkov@sai.msu.ru*, [b] *mor59@yandex.ru*

Статья поступила 31.10.2010, подписана в печать 25.01.2010

Показано, что населенность возбужденных уровней газа вблизи горячей звезды определяется ее полем излучения. Вклад возбужденных состояний в скорость фотоионизации R_{exc} может заметно превышать вклад основного состояния R_{base}. Получена простая формула для аппроксимации отношения $R_{\text{exc}}/R_{\text{base}}$.

Ключевые слова: звезды, околозвездный газ, фотоионизация.

УДК: 524.3-6. PACS: 97.90.+j.

Введение

В теоретической астрофизике есть две модели, описывающие космический газ с разных точек зрения: модель атмосферы звезды в случае плотного газа и модель межзвездной среды, если газ достаточно разрежен (иногда вторую модель называют «корональным приближением»). При исследовании ионизационного и теплового баланса в первом случае с успехом применяется представление о термодинамическом равновесии, а во втором — теория строится на основании предположения о малой роли возбужденных состояний.

В настоящей работе мы рассматриваем околозвездный газ, т. е. газ, расположенный вблизи звезды, над ее поверхностью либо удаленный от нее не более чем на несколько десятков радиусов. Им может быть ветер от OB- и WR-звезд, а также поток с соседнего компонента двойной системы на горячую звезду в виде диска, либо струи; возможен также ветер, либо разлетающиеся облака после вспышки новых звезд разных типов. Электронная плотность околозвездного газа обычно лежит в диапазоне

$$10^9 \text{ см}^{-3} < N_e < 10^{13} \text{ см}^{-3}, \tag{1}$$

занимающем промежуточную область между плотностью фотосферы звезды (10^{13}–10^{17} см$^{-3}$) и плотностью межзвездного газа (10^6 см$^{-3}$).

Околозвездный газ представляет собой более сложный объект для изучения, чем фотосфера звезды и межзвездный газ. С одной стороны, его относительная разреженность, по сравнению с фотосферой, не позволяет априорно применять к нему методы локального термодинамического равновесия, но с другой — относительно высокая плотность по сравнению с межзвездной средой и влияние излучения звезды требуют учета возбужденных состояний. Поэтому в общем случае анализ состояния околозвездного газа требует численного решения интегро-дифференциальных уравнений ионизации, нагрева и переноса излучения и не может быть выполнен с той же степенью наглядности, как в указанных двух предельных случаях.

Однако существует ситуация, в которой ионизация и возбуждение определяются излучением, а влияние электронов можно рассматривать как малую поправку. Это газ около горячей звезды. Расчет его состояния можно выполнить аналитическим или полуаналитическим способом.

В настоящей работе выполнены расчеты скорости фотоионизации для газа вблизи горячей звезды при малых значениях фактора дилюции W. Мы рассмотрели водород и гелий — два химических элемента, дающих основной вклад в нагрев газа при фотоионизации.

1. Скорости ударных и радиационных процессов

Звезды считаются «горячими», если их эффективная температура T превышает $3 \cdot 10^4$ К, или 3 эВ. В настоящей работе мы рассмотрим диапазон температур

$$3 \text{ эВ} < T < 10 \text{ эВ}. \tag{2}$$

Будем считать звезду черным телом, тогда T одновременно является температурой черного тела. Рассмотрим два уровня: «1» и «2», причем уровень «1» считаем основным, а «2» — возбужденным. Их населенности обозначим соответственно N_1 и N_2.

Отношение скорости деактивации электронным ударом $q_{21}N_eN_2$ к темпу спонтанных переходов $A_{21}N_2$ равно

$$r_{21} = \frac{q_{21}N_e}{A_{21}}. \tag{3}$$

Легко видеть, что в условиях околозвездного газа выполнено неравенство

$$r_{21} \ll 1. \tag{4}$$

Например, для атома водорода

$$A_{21} = 4.67 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}, \quad q_{21} \approx 4 \cdot 10^{-9}\sqrt{T_e} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1},$$

где выражение для q_{21} вычислено по формуле (29.2) из [1], электронная температура T_e выражена в электронвольтах и составляет 1–2 эВ. Подставляя эти значения в (3), с учетом (1) приходим к (4). Для ионов и атомов других химических элементов знак неравенства тот же.

Теперь рассмотрим возбуждение уровня «2» резонансным излучением с темпом $B_{12}I_{12}N_1$ и электронным ударом $q_{12}N_eN_1$:

$$r_{12} = \frac{q_{12}N_e}{B_{12}U_{12}}.$$

Здесь U_{12} — спектральная плотность энергии излучения в частотах дискретного перехода, B_{12} — коэффициент Эйнштейна для возбуждения фотоном, а g_1 и g_2 — статистические веса уровней. С помощью соотношений

$$\frac{q_{12}}{q_{21}} = \frac{g_2}{g_1}\exp\left(-\frac{E_{12}}{T_e}\right), \quad B_{12}U_{12} = \frac{g_2}{g_1}\frac{A_{21}}{\exp\left(\frac{E_{12}}{T}\right)-1},$$

где E_{12} — энергия возбуждения уровня «2», выразим r_{12} через q_{21} и A_{21}:

$$r_{12} = \frac{q_{21}N_e}{A_{21}}\left\{\exp\left[E_{12}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_e}\right)\right] - \exp\left(-\frac{E_{12}}{T_e}\right)\right\}. \quad (5)$$

Теперь учтем, что в рассматриваемой задаче, когда ионизация и нагрев газа полностью определяются излучением звезды, температура газа меньше температуры звезды:

$$T_e < T.$$

Хорошо видно, что при выполнении последнего условия множитель в фигурных скобках правой части (5) заведомо меньше единицы. Отсюда следует неравенство

$$r_{12} < r_{21} < 1.$$

Итак, возбуждение и деактивация дискретных уровней газа вблизи горячей звезды выполняется, главным образом, излучением самой звезды. Иными словами, выполнен принцип детального баланса. Это обстоятельство позволяет провести расчеты ионизационно-теплового режима газа аналитическим либо полуаналитическим способом.

2. Поле излучения

Спектр излучения звезды предполагаем планковским с учетом дилюции:

$$I_\nu = WB_\nu = W\frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\exp(h\nu/T)-1}. \quad (6)$$

Фактор дилюции W равен доле небосвода, занимаемой звездой, если смотреть на нее из точки, в которой мы измеряем поле излучения:

$$W = \frac{1}{2}\left[1-\sqrt{1-\left(\frac{R_*}{r}\right)^2}\right].$$

На больших расстояниях от звезды справедлива простая формула:

$$W = \frac{1}{4}\left(\frac{R_*}{r}\right)^2.$$

Наш анализ мы ограничиваем областями, прозрачными для ионизующего излучения, поэтому уменьшение интенсивности вследствие поглощения не учитывается.

3. Фотоионизация из основного состояния

Скорость фотоионизации $\mathcal{R}_{\rm base}$ из основного состояния равна

$$\mathcal{R}_{\rm base} = 4\pi W\frac{g_{\rm base}}{U}\int_{\nu_{\rm th}}^{\infty}\frac{B_\nu}{h\nu}\sigma(\nu)\,d\nu.$$

Здесь $\nu_{\rm th}$ — красная граница фотоэффекта, $\sigma(\nu)$ — сечение фотоионизации, $g_{\rm base}$ — статистический вес основного состояния, U — сумма по состояниям:

$$U = g_{\rm base} + W\cdot\sum_{n=2}^{n_{\max}} g_n\exp\left(-\frac{\Delta E_n}{T}\right). \quad (7)$$

Мы полагаем, что возбужденные состояния всех рассматриваемых систем, включая атом гелия, являются водородоподобными. При таком подходе индекс суммирования n в (7) является главным квантовым числом, а статистический вес уровня g_n равен

$$g_n = 2n^2. \quad (8)$$

Основанием для такого подхода является тот факт, что электрон в основном состоянии хорошо экранирует ядро от сильно возбужденного электрона. Нам важны состояния с $n \gg 1$, так как именно они дают основной вклад в скорость фотоионизации. Энергия E_n таких состояний в случае атома гелия с достаточной для нас точностью описывается формулой

$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2}\,\mathrm{Ry}$$

при $Z=1$. Соответственно энергия возбуждения равна

$$\Delta E_n = P - \frac{Z^2}{n^2}\,\mathrm{Ry}, \quad (9)$$

где P — потенциал ионизации атомной системы. Для вычисления верхнего предела суммирования $n_{\max}$ пользуемся формулой Инглиса–Теллера:

$$n_{\max} = 1.04\cdot 10^3\cdot Z^{1/5}N_e^{-2/15}.$$

С помощью (8) и (9) перепишем формулу (7), оставляя под знаком суммы только сомножители, явно зависящие от n:

$$U = g_{\rm base} + 2\cdot e^{-\beta}\cdot\sum_{n=2}^{n_{\max}} n^2 e^{\beta_n}.$$

Мы ввели обозначения

$$\beta = \frac{P}{T}, \quad \beta_n = \frac{Z^2}{n^2}\frac{\mathrm{Ry}}{T}.$$

Сечение фотоионизации берем из [2] в форме

$$\sigma(\nu) = \sigma_{\rm th}\cdot\left[ay^{-s} + (1-a)y^{-s-1}\right], \quad y = \nu/\nu_{\rm th}.$$

Используемые в работе значения $\sigma_{\rm th}$, a и s для водорода, атома и первого иона гелия приведены в табл. 1. Пороговое сечение $\sigma_{\rm th}$ измерено в единицах 10^{-18} см^2 и обозначено σ_{18}.

Таблица 1

Параметры сечений фотоионизации

Атомная система	σ_{18}	a	s
HI	6.30	1.34	3
HeI	7.83	1.66	2
HeII	1.58	1.34	3

В поле излучения (6) скорость фотоионизации равна

$$\mathcal{R}_{\text{base}} = \frac{g_{\text{base}}}{U} W \cdot 4\pi \int\limits_{\nu_{\text{th}}}^{\infty} \frac{B_\nu}{h\nu} \sigma(\nu)\, d\nu = $$
$$= C_{\text{rbase}} \cdot W \cdot \frac{g_{\text{base}}}{U} \cdot \sigma_{18} \cdot \left(\frac{P}{\text{Ry}}\right)^3 \cdot \Phi_s(\beta),$$

где

$$C_{\text{rbase}} = \frac{1}{8\pi} \frac{10^{-18}}{\pi a_0^2} \alpha^3 \frac{c}{a_0} = 0.995689 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}.$$

Здесь P — потенциал ионизации, g_{base} — статистический вес основного состояния, α — постоянная тонкой структуры, a_0 — радиус первой боровской орбиты, c — скорость света. Функции $\Phi_{2,3}$ выражаются через интегралы K_p $(p = 0,\ 1,\ 2)$:

$$\Phi_3(x) = a_3 \cdot K_1(x) + (1 - a_3) \cdot K_2(x), \qquad a_3 = 1.34,$$
$$\Phi_2(x) = a_2 \cdot K_0(x) + (1 - a_2) \cdot K_1(x), \qquad a_2 = 1.66,$$

где

$$K_p(x) = \int\limits_1^\infty \frac{t^{-p}\, dt}{e^{xt} - 1}.$$

Интеграл K_0 имеет аналитическое представление, а $K_{1,2}(x)$ выражаются в виде рядов по интегральным показательным функциям порядка p:

$$K_p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{E}_p(nx) \approx \sum_{n=1}^{m} \mathcal{E}_p(nx). \qquad (10)$$

В рассматриваемом нами интервале температур (2) аргумент K_p-функций заведомо больше единицы, поэтому ряды (10) быстро сходятся.

Верхний предел суммирования m вычисляем путем оценки «хвоста»:

$$L = \sum_{n=m}^{\infty} \mathcal{E}_p(nx) < \frac{e^{-mx}}{mx} \frac{1}{1 - e^{-x}}.$$

Последняя оценка вытекает из неравенства

$$\mathcal{E}_p(x) = \int\limits_1^\infty \frac{e^{-xt}\, dt}{t^p} = x^{p-1} \int\limits_x^\infty \frac{e^{-y}\, dy}{y^p} < \frac{1}{x} \int\limits_x^\infty e^{-t}\, dt = \frac{e^{-x}}{x}.$$

Для расчета $\mathcal{E}_p(x)$ мы воспользовались аппроксимационной формулой, приведенной на с. 145 монографии [3], относительная ошибка не превышает $2 \cdot 10^{-7}$.

4. Фотоионизация из возбужденных состояний

Сечение фотоионизации $\sigma_n(\nu)$ из возбужденных водородоподобных состояний, характеризуемых главным квантовым числом n, вычисляем в известном приближении Крамерса (см., например, [1])

$$\sigma_n(\nu) = \frac{64}{3\sqrt{3}} \alpha \pi a_0^2 \frac{Z^4}{n^5} \left(\frac{\text{Ry}}{h\nu}\right)^3. \qquad (11)$$

Здесь α — постоянная тонкой структуры, a_0 — радиус первой боровской орбиты. В случае водородоподобных систем — самого атома водорода и иона HeII — величина Z равна атомному номеру. Формулой (11) мы будем пользоваться также и для атома гелия, положив в этом случае параметр Z равным единице.

Населенность возбужденных состояний вычисляем по формуле Больцмана при температуре черного тела с учетом фактора дилюции:

$$y_n = W \frac{2n^2}{U} e^{-\beta} \cdot e^{\beta_n}. \qquad (12)$$

Суммарная по всем возбужденным состояниям скорость фотоионизации равна

$$\mathcal{R}_{\text{exc}} = 4\pi W \sum_{n=2}^{n_{\max}} y_n \int\limits_{\nu_n}^{\infty} \frac{I_\nu}{h\nu} \sigma_n(\nu)\, d\nu.$$

Подставляя в последнюю формулу явные выражения для y_n (12), интенсивности (6) и сечения (11), получим формулу

$$\mathcal{R}_{\text{exc}} = \frac{1}{U} \cdot C_{\text{rexc}} \cdot W^2 \cdot e^{-\beta} \cdot Z^4 \cdot S_R, \qquad (13a)$$

где

$$S_R = \sum_{n=2}^{n_{\max}} \frac{e^{\beta_n}}{n^3} K_1(\beta_n), \qquad (13b)$$

$$C_{\text{rexc}} = \frac{16}{3\pi\sqrt{3}} \cdot \alpha^4 \frac{c}{a_0} = 1.574596 \cdot 10^{10} \text{с}^{-1}.$$

В случае сильно возбужденных состояний $(n \gg 1)$ аргумент функции K_1 может оказаться весьма малым, поэтому разложение (10) становится неприменимым. В диапазоне $0 < x \leqslant 1$ мы пользовались разложением e^x в ряд Тейлора до слагаемого x^{14} включительно. Аналитическое вычисление интегралов приводит к приближению

$$K_1(x) = 0.28679242 + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{12}\right)(1 - x) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) -$$
$$- \frac{1}{3 \cdot 6!}\left(1 - x^3\right) + \frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 7!}\left(1 - x^5\right) - \frac{3}{7 \cdot 10!}\left(1 - x^7\right) +$$
$$+ \frac{2}{3 \cdot 12!}\left(1 - x^9\right) - \frac{691}{165 \cdot 14!}\left(1 - x^{11}\right),$$

которое дает по крайней мере семь верных значащих цифр.

5. Вклад возбужденных состояний

Заметный вклад возбужденных состояний определяется их многочисленностью. При больших значениях n величина β_n становится меньше единицы, поэтому в сумме (13b) можно положить $e^{\beta_n} \approx 1$, а для интеграла K_1 становится справедливым приближение

$$K_1(x) \approx \frac{1}{x}, \quad x \ll 1.$$

Отсюда следует формула для суммы

$$S_R \approx \frac{1}{\beta} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \frac{1}{n} \approx \frac{\ln(n_{\max})}{\beta}.$$

Если мы применим формулу (11) к состоянию с $n=1$ и обозначим результат R_1, то отношение R_{exc}/R_1 при больших значениях β, но при малых β_n приблизительно равно произведению $W \cdot \ln(n_{\max})$.

Перейдем к изложению результатов вычислений по формулам (13). Наши расчеты показали, что дробь

$$r_e = \frac{R_{\mathrm{exc}}}{W \cdot \ln(n_{\max}/2) \cdot R_{\mathrm{base}}}$$

при фиксированной температуре звезды T слабо зависит от фактора дилюции и $n_{\max}$. А именно в типичных условиях околозвездного газа, когда значения W и $n_{\max}$ находятся в пределах

$$0.5 \geqslant W > 1 \cdot 10^{-3}, \quad 25 \leqslant n_{\max} \leqslant 80,$$

относительное отклонение зависимости $r_e(n_{\max})$ от $1/\ln(n_{\max})$ не превышает $5 \cdot 10^{-4}$. Сумма по состояниям U, которая усложняет зависимость от W обеих величин — R_{exc} и R_{base} — в отношении $R_{\mathrm{exc}}/R_{\mathrm{base}}$, сокращается, поэтому обратная пропорциональность $r_e \sim 1/W$ выполняется точно. Расчеты также показали, что для обоих состояний ионизации гелия (HeI и HeII) величина r_e в диапазоне (2) сравнительно слабо зависит от температуры, поэтому достаточную точность дает линейная аппроксимация

$$r_e = A \cdot (1 + B \cdot T), \tag{14}$$

где A и B — подгоночные параметры, их значения приведены во втором и третьем столбцах табл. 2.

Таблица 2

Параметры аппроксимационной формулы (14)

Система	A	B	$\delta_{\max}$
HI	1.317	$1.525 \cdot 10^{-2}$	4%
HeI	0.591	$-1.146 \cdot 10^{-2}$	1%
HeII	1.182	$1.533 \cdot 10^{-2}$	0.3%

Четвертый столбец содержит информацию о величине максимальной ошибки аппроксимационной формулы, выраженной в процентах. Хорошо видно, что линейная аппроксимация вполне достаточна для HeI и HeII, но в случае атома водорода необходима более точная формула. Поэтому мы вычислили коэффициенты a, b и c квадратичной аппроксимации

$$r_e = a \cdot (T - 2.5)^2 + b \cdot (T - 2.5) + c. \tag{15}$$

Табл. 3 составлена аналогично табл. 2: в первом столбце — обозначение атомной системы, со второго по четвертый — подгоночные коэффициенты, в последнем столбце содержится максимальная ошибка аппроксимации. Отметим, что в диапазоне $T<7.5$ эВ величина $\delta_{\max}$ для водорода не превышает 0.4%.

Таблица 3

Параметры квадратичной аппроксимации по формуле (15)

Система	a	b	c	$\delta_{\max}$
HI	$-4.972 \cdot 10^{-3}$	$5.737 \cdot 10^{-2}$	1.367	1%
HeI	$-4.426 \cdot 10^{-4}$	$-3.453 \cdot 10^{-3}$	0.574	0.2%
HeII	$-2.134 \cdot 10^{-4}$	$1.972 \cdot 10^{-2}$	1.228	0.1%

Заключение

Полученные выше формулы позволяют сделать следующий вывод. Вклад возбужденных состояний в скорость фотоионизации определяется главным образом фактором дилюции и в зависимости от электронной плотности околозвездного газа лежит в диапазоне

$$\frac{R_{\mathrm{exc}}}{R_{\mathrm{base}}} \approx (4 \div 6) \cdot W.$$

Таким образом, возбужденные состояния играют существенную роль вблизи звезды и на расстояниях порядка $(1 \div 2)R_*$ от ее поверхности, но уменьшаются до величины порядка процента, если газ удален от звезды более, чем на $(7 \div 8)R_*$.

Рассмотренное приближение может иметь применения не только в проблеме газа вокруг горячих звезд. Например, в активных областях хромосфер звезд солнечного типа возбуждение из основного состояния может определяться электронами, нагретыми до (15 000–20 000) K, а переходы между возбужденными уровнями могут контролироваться излучением фотосферы, температура которой составляет (5000–6000) K.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Миннауки (грант РНП-2.1.1.2906) и Программы поддержки ведущих научных школ (грант НШ-7179.2010.2).

Список литературы

1. *Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А.* Сечения возбуждения атомов и ионов электронами. М., 1973.
2. *Головатый В.В., Сапар А.А., Феклистова Т.Х., Холтыгин А.Ф.* Атомные данные для спектроскопии разреженной астрофизической плазмы. Таллин, 1991.
3. *Грей Д.* Наблюдения и анализ звездных фотосфер. М., 1980.

Influence of excited levels on the circumstellar gas ionization rate

K. V. Bychkov[1,a], **E. S. Morchenko**[2,b]

[1] *P. K. Sternberg State Institute of Astronomy, Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
[2] *Department of Astrophysics and Stellar Astronomy, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
E-mail: [a] *bychkov@sai.msu.ru,* [b] *mor59@yandex.ru.*

It is shown that gas surrounding a hot star is excited mainly by the stellar radiation field. The input of the excited states in ionization rate R_{exc} can exceed one of the base state R_{base}. Simple approximation formula is drawn for the relation $R_{\mathrm{exc}}/R_{\mathrm{base}}$.

Keywords: stars, circumstellar gas, photoionization.
PACS: 97.90.+j.
Received 31 October 2010.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2011).

Сведения об авторах

1. Бычков Константин Вениаминович — докт. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.; тел.: (495) 939-16-72, e-mail: bychkov@sai.msu.ru.
2. Морченко Егор Сергеевич — студент; тел.: (495) 939-16-72, e-mail: mor59@yandex.ru.