ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Асимптотика движения контрастной структуры типа всплеска в уравнении реакция–диффузия

Н. Н. Нефедов[a], Ю. В. Божевольнов[b], В. А. Пыркин

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: [a] nefedov@phys.msu.ru, [b] justislav@gmail.com

Статья поступила 17.04.2011, подписана в печать 28.06.2011

Построено асимптотическое приближение движущейся контрастной структуры типа всплеска для уравнения реакция-диффузия. Полученные результаты применены для важного случая кубической нелинейности.

Ключевые слова: контрастная структура, контрастная структура типа всплеска, асимптотика, асимптотическое приближение, уравнение реакция–диффузия.

УДК: 51-7. PACS: 02.30.Jr., 02.40.Xx.

1. Постановка задачи. Основные условия

Рассмотрим следующую задачу:

$$\varepsilon^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial t}\right)=f(u,x,\varepsilon),\quad (x,t)\in(-1,1)\times(0,+\infty),$$
$$u'(\pm 1,t,\varepsilon)=0,\quad u(x,0,\varepsilon)=u_{\text{init}}(x,\varepsilon), \tag{1}$$

$\varepsilon>0$ — малый положительный параметр.

Будем считать $f(u,x,\varepsilon)$ достаточно гладкой для проводимых ниже построений. Известно, что при определенных условиях баланса на нелинейность уравнение в (1) имеет стационарные решения типа всплеска — решения, которые близки к некоторому решению вырожденного уравнения $f(u,x,0)=0$ за исключением асимптотически малых (по ε) окрестностей некоторых точек. Этот результат был получен в [1]. В работе [2] было показано, что такое решение является неустойчивым. В дальнейшем эти исследования были распространены на многомерные по пространственной переменной задачи [3, 4]. Из работы [4], в частности, следует, что стационарные всплески в (1) неустойчивы с индексом неустойчивости 1 или 2. Целью настоящей работы является асимптотическое описание движущегося всплеска, если в начальный момент времени он сформирован (начальная функция $u_{\text{init}}(x,\varepsilon)$ представляет собой всплеск). При этом полученное решение можно интерпретировать как траекторию, соединяющую две точки покоя с разными индексами неустойчивости. Нами показано, что движение происходит в естественном направлении - от менее устойчивого стационарного положения к более устойчивому.

Задача рассматривается при следующих условиях.

У1. Пусть вырожденное уравнение $f(u,x,0)=0$ имеет относительно переменной u корень $u=\varphi(x)$, причем $f_u(\varphi(x),x,0)>0$ при $x\in[0,1]$.

Известно, что для существования всплеска нужно, чтобы на фазовой плоскости присоединенного уравнения была сепаратриса в виде петли, что может быть сформулировано в виде следующего требования [1].

У2. Пусть существует функция $\psi(x)$ такая, что

$$\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(u,x,0)\,du=0,$$

и для $x\in[0,1]$

$$f(\psi(x),x,0)<0,$$

причем $\forall s\in\big(\varphi(x),\psi(x)\big)$, $x\in[0,1]$:

$$\int_{\varphi(x)}^{s} f(u,x,0)\,du>0.$$

Точку, характеризующую положение всплеска, обозначим $\hat{x}(t,\varepsilon)$. Эта точка заранее не известна — она находится в процессе построения асимптотики. Будем определять ее из следующего условия:

$$\frac{\partial}{\partial x}u\big(\hat{x}(t,\varepsilon),\varepsilon\big)=0. \tag{2}$$

2. Алгоритм построения асимптотики

2.1. Структура асимптотики

Введем растянутую переменную вблизи $\hat{x}$:

$$\xi=\frac{x-\hat{x}}{\varepsilon}. \tag{3}$$

Асимптотику решения ищем в виде

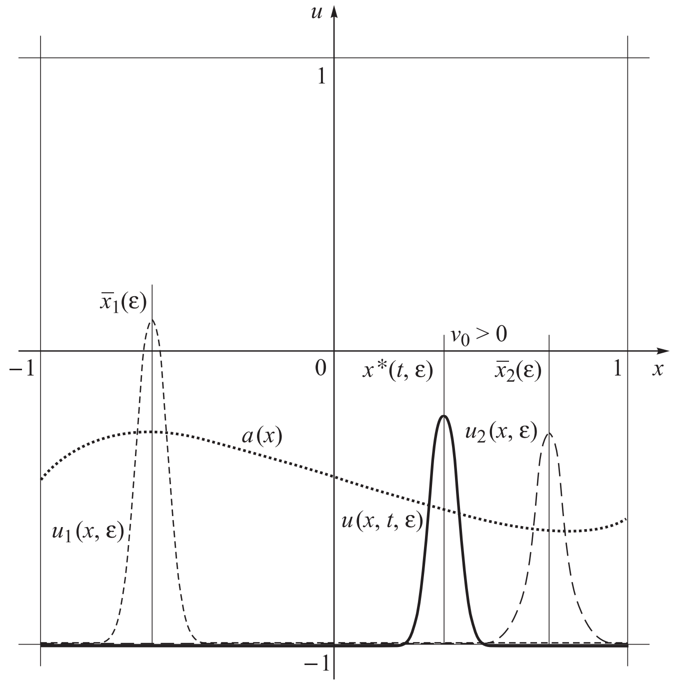
$$u(x,t,\varepsilon)=\bar{u}(x,\varepsilon)+Q(\xi,t,\varepsilon)+\Pi(\zeta,\varepsilon). \tag{4}$$

Здесь $\bar{u}(x,\varepsilon)$ — регулярная часть асимптотики, $Q(\xi,t,\varepsilon)$ — функции всплеска, служащие для описания контрастной структуры типа всплеска в малой окрестности точки $\hat{x}$, и $\Pi(\zeta_{1,2},\varepsilon)$ — функции пограничного слоя (см., например, [5]). Пограничные функции определяются стандартно, и на их построении в данной работе мы останавливаться не будем.

Каждое слагаемое в представлении (4), а также точка всплеска $\hat{x}(t,\varepsilon)$ ищутся в виде ряда по степеням малого параметра ε:

$$\bar{u}(x,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}\bar{u}_k(x)\varepsilon^k, \quad Q(\xi,t,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}Q_k(\xi,t)\varepsilon^k,$$
$$\Pi(\zeta,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}\Pi_k(\zeta)\varepsilon^k, \qquad \hat{x}(t,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}x_k(t)\varepsilon^k. \tag{5}$$

Договоримся обозначать точкой над величиной производную по времени t и штрихом производную по пространственной переменной (по x для регулярной величины и по ξ для величин, описывающих всплеск). Введем обозначение $v_0(t)=\dot{x}_0(t)$.



Движение всплеска $u(x,t,\varepsilon)$ вправо: от стационарного $u_2(x,\varepsilon)$ с индексом неустойчивости 2 к стационарному $u_1(x,\varepsilon)$ с индексом неустойчивости 1

2.2. Уравнения для определения членов асимптотики

Коэффициенты в разложениях (5) определяются по методу пограничных функций, при этом при действии параболического оператора на функции всплеска используется замена переменных (x,t) на (ξ,t), которая приводит этот оператор к виду

$$\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\hat{x}(t,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\xi}-\varepsilon^2\frac{\partial}{\partial t}. \tag{6}$$

Представляя правую часть уравнения (1) по методу пограничных функций и используя (6), получим уравнения, которые используются для последовательного определения членов асимптотического приближения (5):

$$\begin{aligned}
&\varepsilon^2\bar{u}''(x,t,\varepsilon)-\varepsilon^2\dot{\bar{u}}(x,t,\varepsilon)=f\left(\bar{u},x,\varepsilon\right),\\
&Q''(\xi,t,\varepsilon)+\varepsilon\dot{\hat{x}}(t,\varepsilon)Q'(\xi,t,\varepsilon)-\varepsilon^2\dot{Q}=\\
&\quad=f\left(\bar{u}(\hat{x}+\varepsilon\xi,t,\varepsilon)+Q(\xi,t,\varepsilon),\hat{x}+\varepsilon\xi,\varepsilon\right)-\\
&\quad\quad-f\left(Q(\xi,t,\varepsilon),\hat{x}+\varepsilon\xi,\varepsilon\right)\equiv Qf(\xi,t,\varepsilon),\\
&\varepsilon\bar{u}'(\hat{x},t,\varepsilon)+Q'(0,t)=0,
\end{aligned} \tag{7}$$

к которым нужно добавить условие убывания функций всплеска

$$Q_i(\pm\infty)=0. \tag{8}$$

2.3. Нулевое приближение

Используя представление (7), а также (2) и (8), получаем задачи для определения членов асимптотики.

Нулевой член регулярной части асимптотики, согласно условию У1, $\bar{u}_0=\varphi(x)$.

Коэффициент Q_0, описывающий всплеск в нулевом приближении, определяется из следующей задачи:

$$\begin{aligned}
Q_0''&=f\left(\bar{u}_0(x_0)+Q_0,x_0,0\right)-f\left(\bar{u}_0(x_0),x_0,0\right)=\\
&=f\left(\bar{u}_0(x_0)+Q_0,x_0,0\right),\\
&Q_0'(0,t)=0, \quad Q_0(\pm\infty)=0.
\end{aligned} \tag{9}$$

Из анализа на фазовой плоскости [1] следует, что задача (9) в силу условия У2 имеет нетривиальное решение. Отметим, что функция $Q_0(\xi)$ является четной. Коэффициент $x_0(t)$ остается пока произвольной функцией.

2.4. Высшие приближения

Коэффициент при первой степени ε регулярной части асимптотики определяется из уравнения:

$$f_u\left(\bar{u}_0(x),x,0\right)\bar{u}_1(x)+f_\varepsilon\left(\bar{u}_0(x),x,0\right)=0.$$

Разрешимость гарантируется условием У1. Аналогично определяются $\bar{u}_k(x)$ для $k\geqslant 2$.

Приравнивая коэффициенты при первой степени ε в уравнении для функций всплеска, получаем задачу для $Q_1(\xi)$:

$$\begin{aligned}
&Q_1''(\xi,t)-f_u\left(u_0(x_0)+Q_0(\xi),x_0,0\right)Q_1(\xi,t)=q_1(\xi,t),\\
&Q_1'(0,t)+\bar{u}_0'(x_0)=0, \quad Q_1(\pm\infty,t)=0,
\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
q_1(\xi,t)=&-\dot{x}_0Q_0'(\xi,t)+\\
&+f_u\left(\bar{u}(\xi),x_0,0\right)\left(\bar{u}_1(x_0)+\bar{u}_0'(x_0)(x_1+\xi)\right)+\\
&+f_x\left(\bar{u}(\xi),x_0,0\right)(x_1+\xi)+f_\varepsilon\left(\bar{u}(\xi),x_0,0\right)-\\
&-f_u\left(\bar{u}_0(x_0),x_0,0\right)\left(\bar{u}_1(x_0)+\bar{u}_0'(x_0)(x_1+\xi)\right)-\\
&-f_x\left(\bar{u}_0(x_0),x_0,0\right)(x_1+\xi)-f_\varepsilon\left(\bar{u}_0(x_0),x_0,0\right),
\end{aligned}$$

и $\bar{u}(\xi)=u_0(x_0)+Q_0(\xi)$.

Так как однородное уравнение с условиями на бесконечности имеет нетривиальное решение $Q_0'(\xi,t)$, то задача (10) имеет решение в случае, если выполнено условие разрешимости

$$\int_{-\infty}^{+\infty}q_1(\xi)Q_0'(\xi)\,d\xi=0. \tag{11}$$

Функция Q_0' является нечетной по аргументу ξ.

Очевидно, что слагаемые в $q_1(\xi,t)$, являющиеся четными (по ξ) функциями, дают нулевой вклад в данный интеграл. Учитывая это, а также то, что

$\bar{f}_u(x_0)\bar{u}_0'(x_0)+\bar{f}_x(x_0)=0$ (это равенство получается при дифференцировании по x вырожденного уравнения), условие разрешимости можно переписать в виде

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(-v_0Q_0'(\xi)+\left(\tilde{f}_u(\xi)\bar{u}_0'(x_0)+\tilde{f}_x(\xi)\right)\xi\right)Q_0'(\xi)\,d\xi=0, \tag{12}$$

где производные $\tilde{f}_u(\xi)$ и $\tilde{f}_x(\xi)$ вычисляются в точке $(\bar{u}(\xi),x_0,0)$.

Это выражение можно упростить, т.к интегрированием по частям можно показать, что интеграл от первого слагаемого подынтегральной функции равен нулю.

Окончательное выражение для $v_0(x_0)$ следующее:

$$\dot{x}_0\equiv v_0(x_0)=\frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\tilde{f}_x(\xi)Q_0'(\xi)\xi\,d\xi}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(Q_0'(\xi)\right)^2\,d\xi}. \tag{13}$$

Таким образом, для определения $x_0(t)$ получается дифференциальное уравнение, для которого задается начальное условие $x_0(0)$, определяющее положение всплеска в начальный момент времени. Отметим, что $x_1(t)$ в этом приближении остается произвольным. Эта функция определится при рассмотрении функции всплеска $Q_2(\xi,t)$.

Для определения $Q_2(\xi,t)$ приравняем коэффициенты при второй степени ε в равенстве для Q-функций из (7):

$$\begin{gathered}Q_2''+\dot{x}_0Q_1'+\dot{x}_1Q_0'+\dot{Q}_0=Qf_2,\\ Q_2'(0,t)+\bar{u}_1(x_0)+x_1\bar{u}_0'(x_0)=0,\quad Q_2(\pm\infty,t)=0.\end{gathered} \tag{14}$$

где $Qf_2(\xi,t)$ — коэффициент при ε^2 разложения функции $Qf(\xi,t,\varepsilon)$:

$$\begin{aligned}Qf_2(\xi)={}&\tilde{f}_u(\xi)Q_2(\xi)+\left(\tilde{f}_u(\xi)-\bar{f}_u(x_0)\right)\bar{u}_2(x_0)+\\&+\left(\tilde{f}_u(\xi)\bar{u}_0(x_0)+\tilde{f}_x(\xi)\right)x_2-\left(\bar{f}_u(x_0)\bar{u}_0(x_0)+\bar{f}_x(x_0)\right)x_2+\\&+\left(\tilde{f}_u(\xi)-\bar{f}_u(x_0)\right)\bar{u}_0''(x_0)(x_1+\xi)^2/2+\\&+\left(\tilde{f}_u(\xi)-\bar{f}_u(x_0)\right)\bar{u}_1'(x_0)(x_1+\xi)+\left(\tilde{f}_{uu}(\xi)-\bar{f}_{uu}(x_0)\right)\left(\bar{u}_1(x_0)\right)^2+\\&+\tilde{f}_{uu}(\xi)Q_1(\xi)^2/2+\left(\tilde{f}_{uu}(\xi)-\bar{f}_{uu}(x_0)\right)\left(\bar{u}_0'(x_0)\right)^2(x_1+\xi)^2/2+\\&+\left(\tilde{f}_{ux}(\xi)-\bar{f}_{ux}(x_0)\right)\bar{u}_0'(x_0)(x_1+\xi)^2+\\&+\left(\tilde{f}_{xx}(\xi)-\bar{f}_{xx}(x_0)\right)(x_1+\xi)^2/2+\left(\tilde{f}_{\varepsilon\varepsilon}(\xi)-\bar{f}_{\varepsilon\varepsilon}(x_0)\right)/2+\\&+\left(\tilde{f}_{uu}(\xi)-\bar{f}_{uu}(x_0)\right)\bar{u}_0'(x_0)\bar{u}_1(x_0)(x_1+\xi)+\\&+\left(\tilde{f}_{uu}(\xi)\bar{u}_0'(x_0)+\tilde{f}_{ux}(\xi)\right)Q_1(\xi)(x_1+\xi)+\\&+\left(\tilde{f}_{ux}(\xi)-\bar{f}_{ux}(x_0)\right)\bar{u}_1(x_0)(x_1+\xi)+\\&+\left(\tilde{f}_{u\varepsilon}(\xi)-\bar{f}_{u\varepsilon}(x_0)\right)\bar{u}_0'(x_0)(x_1+\xi)+\tilde{f}_{uu}(\xi)\bar{u}_1(x_0)Q_1(\xi)+\\&+\tilde{f}_{u\varepsilon}(\xi)Q_1(\xi)+\left(\tilde{f}_{u\varepsilon}(\xi)-\bar{f}_{u\varepsilon}(x_0)\right)\bar{u}_1(x_0)+\\&+\left(\tilde{f}_{x\varepsilon}(\xi)-\bar{f}_{x\varepsilon}(x_0)\right)(x_1+\xi).\end{aligned}$$

Учитывая представление для $Qf_2(\xi,t)$, перепишем (14) в виде

$$\begin{gathered}Q_2''(\xi,t)-\tilde{f}_u(\xi)Q_2(\xi,t)=q_2(\xi,t),\\ Q_2'(0,t)+\bar{u}_1'(x_0)+x_1\bar{u}_0''(x_0)=0,\quad Q_2(\pm\infty,t)=0.\end{gathered} \tag{15}$$

Эта задача аналогична задаче (10). Условие разрешимости этой задачи аналогично условию (11): правая часть q_2 должна быть ортогональна Q_0':

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}q_2(\xi)Q_0'(\xi)\,d\xi=0. \tag{16}$$

Поступая точно так же, как и на предыдущем шаге, т. е. сохраняя под интегралом (16) только четные функции, получим, что от q_2 надо оставить нечетную составляющую (Q_0' — нечетная функция). Из представления для q_2 можно получить, что коэффициент при x_2 — четная функция. Учитывая эти факты, после несложных преобразований получим линейное дифференциальное уравнение для определения $x_1(t)$

$$\dot{x}_1=x_1\frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{d^2}{d{x_0}^2}\tilde{f}(\xi)\right)Q_0'(\xi)\xi\,d\xi}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(Q_0'(\xi)\right)^2\,d\xi}+ +\frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}b_1(\xi,t)Q_0'(\xi)\xi\,d\xi}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(Q_0'(\xi)\right)^2\,d\xi}, \tag{17}$$

где b_1 — известная функция

$$\begin{aligned}b_1(\xi)={}&-v_0Q_1'+\left(\tilde{f}_{uu}(\xi)\bar{u}_0'(x_0)-\tilde{f}_{ux}(\xi)\right)Q_1(\xi)+\\&+\left(\tilde{f}_u(\xi)-\bar{f}_u(x_0)\right)\bar{u}_1'(x_0)+\left(\tilde{f}_{uu}(\xi)-\bar{f}_{uu}(x_0)\right)\bar{u}_0'(x_0)\bar{u}_1(x_0)+\\&+\left(\tilde{f}_{ux}(\xi)-\bar{f}_{ux}(x_0)\right)\bar{u}_1(x_0)+\left(\tilde{f}_{u\varepsilon}(\xi)-\bar{f}_{u\varepsilon}(x_0)\right)\bar{u}_0'(x_0)+\\&+\left(\tilde{f}_{x\varepsilon}(\xi)-\bar{f}_{x\varepsilon}(x_0)\right).\end{aligned}$$

Решение этого уравнения с нулевым начальным условием можно выписать в явном виде.

Если функция f достаточно гладкая, то процесс определения членов асимптотического представления может быть продолжен. При этом полученная частичная сумма порядка n в задаче по невязке с точностью $O(\varepsilon^{n+1})$, что следует из способа ее построения.

3. Случай кубической нелинейности

Рассмотрим важный для многих приложений случай кубической нелинейности:

$$f(u,x)=(u^2-1)(u-a(x)),\quad -1<a(x)<1. \tag{18}$$

Задача (1) с правой частью (18) принимает следующий вид:

$$\begin{gathered}\varepsilon^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u-\frac{\partial}{\partial t}u\right)=(u^2-1)(u-a(x)),\\ (x,t)\in(-1,1)\times(0,+\infty),\\ u'(\pm1,t,\varepsilon)=0,\quad u(x,0,\varepsilon)=u_{\text{init}}(x,\varepsilon).\end{gathered} \tag{19}$$

3.1. Стационарные решения

Стационарные решения задачи (19) есть решения следующей задачи:

$$\varepsilon^2 u''(x) = (u^2-1)(u-a(x)), \quad x \in (-1,1), \quad u'(\pm 1) = 0. \tag{20}$$

Очевидно, что вырожденное уравнение имеет решения $u(x) = \pm 1$ и $u(x) = a(x)$.

Замечание. Изветсно [5], что в задаче могут возникать внутренние переходные слои. Положение стационарных внутренних переходных слоев определяется корнями функции $a(x)$. Ниже будет показано, что положения контрастной структуры типа всплеска определяются экстремумами $a(x)$.

Рассмотрим случай $a(x) < 0$ при $x \in (-1,1)$. В этом случае переходных слоев нет.

Чтобы сформулировать условия существования контрастной структуры типа всплеска в уравнении (20), мы используем результаты работ [1] и [4].

Лемма 1. *При введенных условиях и достаточно малых ε для стационарной задачи* (20) *выполняется: существует решение в виде контрастной структуры типа всплеска $v_\varepsilon(x,\bar{x})$ в каждой точке $\bar{x}$, где $a'(\bar{x}) = 0$, не существует других решений в виде контрастной структуры типа всплеска.*

Результаты леммы 1, приведены в [1], где были построены стационарные решения произвольного порядка точности (по ε).

Прямой подстановкой в задачу (20) можно удбедиться, что $u = -1$ является решением, и в данном случае это регулярная часть асимптотики.

Замена

$$\tilde{u}(\xi) = Q_0(\xi) - 1 \tag{21}$$

и подстановка в задачу (9) с конкретным видом правой части (18)

$$\begin{gathered} \tilde{u}'' - (\tilde{u}^2-1)\big(\tilde{u} - a(\bar{x}+\varepsilon\xi)\big) = 0, \\ \tilde{u}(\pm\infty) = -1, \quad \tilde{u}'(0) = 0 \end{gathered} \tag{22}$$

позволяет описать семейство решений — всплесков, сосредоточенных в точках $\bar{x}$. Покажем, что точки $\bar{x}$ определяются условием $a'(\bar{x}) = 0$.

Условие разрешимости (11) в данном случае имеет вид

$$V(\bar{x}) \equiv -\int\limits_{-\infty}^{+\infty} a'(\bar{x})\big(\tilde{u}^2(\xi)-1\big)\xi\tilde{u}'\,d\xi = 0.$$

Принимая во внимание, что $\xi\tilde{u}(\xi) < 0$ для всех $\xi \neq 0$ и $\tilde{u}^2 - 1 < 0$, получаем, что корни $V(\bar{x})$ совпадают с корнями $a'(\bar{x})$.

Замечание. В нестационарном случае (19) скорость движения всплеска определяется выражением (13), которое в данном случае имеет вид

$$v_0 = -a'(x_0)\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\big(\tilde{u}^2(\xi)-1\big)\xi\tilde{u}'\,d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty}(\tilde{u}')^2\,d\xi}. \tag{23}$$

3.2. Устойчивость стационарных всплесков

Устойчивость по Ляпунову стационарных контрастных структур типа всплеска задачи (19) может быть исследована на основании рассмотрения задачи на собственные значения

$$\varepsilon^2 w'' - f_u\big(v_\varepsilon(x,\bar{x}),x\big)w = \lambda w, \quad x \in (-1,1), \quad w'(\pm 1) = 0,$$

где $v_\varepsilon(x,\bar{x})$ — контрастная структура типа всплеска.

Неустойчивость стационарных всплесков была установлена в [2]. Точнее, там было показано, что при достаточно малых ε задача на собственные значения имеет главное собственное значение $\lambda_0(\varepsilon)$ такое, что оно больше некоторой положительной величины, поэтому контрастная структура типа всплеска стационарной задачи неустойчива.

В работах [4] и [6] были рассмотрены многомерные по пространственной переменной аналоги задачи (19). Применение результатов этих работ к одномерному случаю приводит нас к следующей лемме.

Лемма 2. *Для каждого стационарного всплеска $v_\varepsilon(x,\bar{x})$ задача на собственные значения дает единственное собственное значение с*

$$\lim_{\varepsilon\to 0}(\lambda_1(\varepsilon)) = 0.$$

Кроме того,

$$\lambda_1(\varepsilon) = O(\varepsilon^2)$$

и

$$\lambda_1(\varepsilon) > 0, \quad V'(\bar{x}) > 0,$$
$$\lambda_1(\varepsilon) < 0, \quad V'(\bar{x}) < 0.$$

Следовательно, мы получаем для индексов неустойчивости $I(v_\varepsilon)$:

$$I(v_\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \textit{для четного номера всплleска}, \\ 2 & \textit{для нечетного номера всплеска}. \end{cases}$$

Результаты леммы 2 позволяют дать важную для приложений интерпретацию формулы (23) — полученное решение можно интерпретировать как траекторию, соединяющую две точки покоя с разными индексами неустойчивости. Движение происходит в естественном направлении — от менее устойчивого стационарного положения к более устойчивому.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект № 10-01-00319.

Список литературы

1. *Бутузов В. Ф., Васильева А. Б.* // Матем. заметки. 1987. **42**. № 6. С. 831.
2. *Васильева А. Б.* // Матем. моделирование. 1991. № 4. С. 114.
3. *Нефедов Н.Н.* // Докл. РАН. 1992. **327**, № 1. С. 16.
4. *Нефедов Н.Н.* // Фундам. и прикл. математика. 2006. **12**, № 5. С. 121.
5. *Васильвева А.Б., Бутузов В.Ф., Нефедов Н.Н.* // Фундам. и прикл. матем. 1998. **4**, № 4. С. 899.
6. *Nefedov N. N., Sakamoto K.* // Hiroshima Math. J. 2003. **33**, N 3. P. 391.

Asymptotic approximation of the moving spike type contrast structure in reaction diffusion quation

N. N. Nefedov[a], U. V. Bozhevolnov[b], V. A. Pyrkin

Department of Mathematics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: [a] nefedov@phys.msu.ru, [b] justislav@gmail.com.

Asymptitic approximation of the spike type contrast structure has been developed. Acheived results have been applyed to an important case of third degree nonlinearity.

Keywords: contrast structrure, spike type contrast structure, reaction–diffusion equations, asimptotic approximation.
PACS: 02.30.Jr., 02.40.Xx.
Received 17 April 2011.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2011).

Сведения об авторах

1. Нефедов Николай Николаевич — докт. физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-48-59, e-mail: nefedov@phys.msu.ru.
2. Божевольнов Юстислав Владиславович — канд. физ.-мат. наук, преподаватель; тел.: (495) 939-48-59, e-mail: justislav@gmail.com.
3. Пыркин Владимир Андреевич — студент; тел.: (495) 939-48-59, e-mail: pyrkinv@gmail.com.