

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Особенности отражения световых пучков от границы одномерного фотонного кристаллаИ. Г. Захарова^а, В. Ф. Марченко, М. С. Неберо, А. П. Сухоруков^б*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: ^а zaharova@phys.msu.ru, ^б apmsu@gmail.com*

Статья поступила 29.03.2011, подписана в печать 13.07.2011

Рассматриваются характерные случаи бокового сдвига и деформации профиля двумерных световых пучков, отраженных от поверхности одномерного фотонного кристалла. Найдено аналитическое выражение для бокового сдвига Гооса–Хенхен и выяснены условия его применения. Максимальный сдвиг, составляющий несколько длин волн, наблюдается вблизи границ запрещенной полосы, при этом происходит заметное искажение профиля отраженного пучка. Показано, что имеется временной аналог пространственного сдвига, который выражается в задержке отраженного импульса относительно падающего.

Ключевые слова: фотонный кристалл, световой пучок, эффект Гооса–Хенхен.

УДК: 535.44. PACS: 42.25.Fx, 42.70.Qs.

Введение

Одним из известных эффектов в линейной оптике является боковой сдвиг светового пучка при отражении от границы раздела двух однородных сред в условиях полного внутреннего отражения (эффект Гооса–Хенхен, 1947, [1]). Если рассматривать ограниченный пучок как суперпозицию плоских волн, то причиной смещения является зависимость фазы коэффициента отражения $R = |R| \exp(i\psi)$ каждой плоской волны от угла падения. Интерференция падающего и отраженного пучков в области перекрытия создает поток энергии вдоль границы, что и приводит как к положительному, так и обнаруженному в последнее время отрицательному боковому сдвигу пучка [2, 3]. Для слабо расходящихся пучков при $|R| = 1$ величина сдвига дается формулой [2]

$$\Delta = -1/(k_1 \cos \Theta_{10}) (\partial\psi/\partial\Theta) \Big|_{\Theta=\Theta_{10}}, \quad (1)$$

где $k_1 = \omega n_1/c$, Θ_{10} — угол падения центральной компоненты углового спектра пучка.

В последние годы появились публикации, в которых обсуждались возможности наблюдения эффекта Гооса–Хенхен в фотонных кристаллах [4–6]. Поскольку эти кристаллы представляют собой периодические структуры, ставить вопрос о сдвиге пучка при отражении как единого целого можно лишь для простых конфигураций. Например, пучок падает на границу плоскостной периодической среды (одномерный фотонный кристалл) или на границу блока периодически расположенных диэлектрических стержней (двумерный фотонный кристалл). Принципиальным моментом является тот факт, что при заданной частоте излучения угол падения Θ_{10} лежит в запрещенной полосе фотонного кристалла. В этом случае для полубесконечной среды модуль коэффициента отражения $|R| = 1$, а фазы центральных компонент, образующих пучок, зависят от

угла падения. Находя численно производную $\partial\psi/\partial\Theta$, можно оценить по формуле (1) величину сдвига Δ .

Применимость формулы (1) ограничена, поскольку она не учитывает тот факт, что часть спектральных компонент падающего пучка может лежать вне области брэгговского отражения. Эта ситуация реализуется на практике при использовании фотонных кристаллов с малым диэлектрическим контрастом, т.е. обладающих узкими запрещенными полосами. В этих условиях более реалистичной является оценка бокового сдвига, основанная на вычислении смещения центра тяжести отраженного пучка. В работах [5, 6] с помощью этого метода было показано, что величина бокового смещения при отражении от плоскостной среды составляет доли длины волны в центре запрещенной полосы и достигает значений нескольких длин волн вблизи ее границ. Указанный метод, однако, не позволяет исследовать искажения профиля отраженных пучков.

В настоящей работе на примере первой запрещенной полосы одномерного фотонного кристалла рассмотрены характерные случаи сдвига и деформации профиля двумерных отраженных световых пучков. Используется гармоническая модуляция пространственной зависимости диэлектрической проницаемости среды, позволяющая получить в ряде случаев аналитические результаты. При численных расчетах поле светового пучка представляется в форме хорошо известного интегрального представления [7]. Показано, что имеется временной аналог пространственного сдвига Гооса–Хенхен, который выражается в задержке отраженного импульса относительно падающего, если частота последнего лежит в запрещенной полосе одномерного фотонного кристалла.

1. Отражательные характеристики периодической структуры

Рассмотрим плоскостную периодическую среду (рис. 1), диэлектрическая проницаемость которой

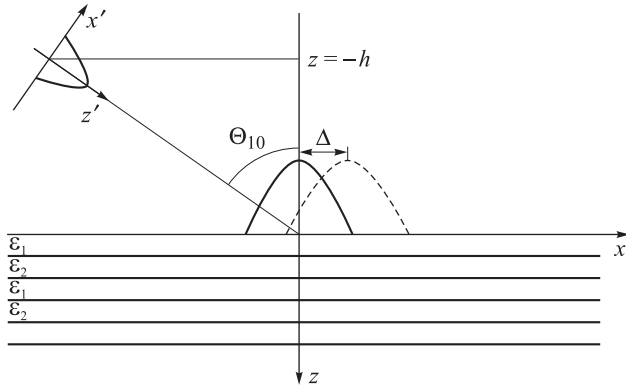


Рис. 1. Схема отражения светового пучка от периодической слоистой среды

характеризуется зависимостью $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \cos Kz$, где $K = 2\pi/d$, d — период слоистой структуры, $\varepsilon_0 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$, $\Delta\varepsilon = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/2$. Для TE -волны (электрический вектор E_y направлен вдоль оси y) и гармонической зависимости поля от частоты $\exp(-i\omega t)$ имеем скалярное уравнение

$$\partial^2 E_y / \partial x^2 + \partial^2 E_y / \partial z^2 + k_0^2 (\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \cos Kz) E_y = 0, \quad (2)$$

где $k_0 = \omega/c$. Частное решение (2) в форме Флоке-Блоха для полубесконечной среды можно представить в виде

$$E_y = F(z) \exp(ikz) \exp(ik_0 \sqrt{\varepsilon_0} \sin \Theta_0 x), \quad (3)$$

где $k = \pi/d + iq$, Θ_0 — угол распространения волны внутри среды. В окрестности первой запрещенной полосы при малых значениях контраста $\Delta\varepsilon/\varepsilon_0$ в разложении функции $F(z)$ можно ограничиться лишь двумя пространственными гармониками — нулевой и минус первой (см., например, [8]):

$$F(z) = [A_0 + A_{-1} \exp(-iKz)]. \quad (4)$$

где отношение амплитуд пространственных гармоник $A_0/A_{-1} = r_q = (iq - \delta)/\varkappa$, $q = \sqrt{\varkappa^2 - \delta^2}$, $\delta = k_0 \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_0 - \pi/d$ — отстройка от центра запрещенной полосы, $\varkappa = (k_0 \Delta\varepsilon)/(4\sqrt{\varepsilon_0})$. Величина q характеризует брэгговское затухание внутри полосы ($|q| \leq \varkappa$), а вне полосы ($|q| \geq \varkappa$) дает поправку к волновому числу, ответственную за дисперсию периодической структуры. Границы полосы находятся из условий $|q| = \pm \varkappa$, при этом ее ширина определяется как интервалом частот, так и углов Θ_0 .

В области $z < 0$ представим поле как сумму падающей и отраженной волн

$$E_y = A_{\text{in}} \exp\left(ip_1 x + i\sqrt{k_1^2 - p_1^2} z\right) + A_{\text{refl}} \exp\left(ip_1 x - i\sqrt{k_1^2 - p_1^2} z\right), \quad p_1 = k_1 \sin \Theta_{10}.$$

Используя выражение для поля внутри среды в форме (3), (4), а также стандартную процедуру сшивания E_y и H_x на границе $z=0$, получим выражение для коэффициента отражения

$$R = A_{\text{refl}}/A_{\text{in}} = (r + r_q)/(1 + rr_q), \quad (5)$$

где $r = (n_1 \cos \Theta_1 - n_0 \cos \Theta_0)/(n_1 \cos \Theta_1 + n_0 \cos \Theta_0)$ — коэффициент отражения Френеля. Если угол преломле-

ния Θ_0 лежит в запрещенной полосе, то $|R| = 1$, а фаза коэффициента отражения определяется соотношением

$$\psi = \arctg \left[\left(a \sqrt{\varkappa^2 - \delta^2} \right) / (b - \delta) \right], \quad (6)$$

где $a = (1 - r^2)/(1 + r^2)$, $b = (2\varkappa r)/(1 + r^2)$.

В этом интервале углов Θ_0 значения фазы меняются от 0 до π , вне запрещенной полосы $\psi = 0$ при $\delta < -\varkappa$ и $\psi = \pi$ при $\delta > \varkappa$. Рассчитанная по формулам (1)–(6) для случая $n_1 = 1$, $n_0 = 1.4$ нормированная зависимость бокового смещения пучка от угла падения $\Delta(\Theta_0)$ приведена на рис. 2. Если пренебречь френелевским отражением, т. е. считать, что показатель преломления n_1 близок к среднему значению показателя преломления периодической структуры n_0 , то, используя те же формулы, можно получить простое выражение для сдвига Гооса-Хенхен:

$$\Delta = \text{tg } \Theta_0 / \sqrt{\varkappa^2 - \delta^2}. \quad (7)$$

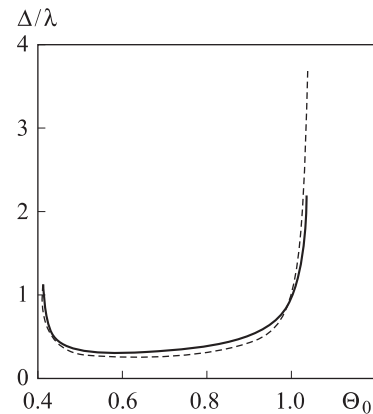


Рис. 2. Зависимость бокового сдвига пучка от угла падения без учета (сплошная кривая) и с учетом (пунктирная кривая) френелевского отражения

Как следует из вида кривых на рис. 2, величина Δ стремится к бесконечности при приближении к граничным углам запрещенной полосы. Ситуация аналогична той, которая имеет место при приближении угла падения пучка к углу полного внутреннего отражения от границы раздела двух однородных сред в условиях, когда $n_1 > n_0$ [2]. В этих областях формулы (6), (7) неприменимы; оценить смещение отраженного пучка можно, например, по смещению максимума его профиля (см. ниже). Ход кривых на рис. 2 качественно одинаков, поэтому в дальнейшем будем считать, что $n_1 \approx n_0$. Влияние френелевского отражения сводится к тому, что значения $\Delta(\Theta_0)$ для реальных пучков становятся несимметричными относительно центра запрещенной полосы $\delta = 0$. Так, при $r < 0$ область $\delta \geq \varkappa$ будет характеризоваться большими значениями бокового сдвига.

2. Профили отраженных пучков

Падающий световой пучок формируется в плоскости $z = -h$ (рис. 1). В системе координат $x' = x \cos \Theta_{10} - (z + h) \sin \Theta_{10}$, $z' = x \sin \Theta_{10} + (z + h) \cos \Theta_{10}$ его огибающая имеет гауссову форму

$$A_0 \exp \left[\left(-x'^2/a^2 \right) + ikz' \right],$$

где a — апертура пучка.

Интегральное представление пучка в системе координат (x, z) , связанной с кристаллом, выражается в виде

$$A_{in} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(p) \exp \left[ipx + i\sqrt{k_0^2 - p^2}(z + h) \right] dp, \quad (8)$$

где $\Phi(p) = a \exp \left[-(p - p_0)^2 a^2 / 4 \cos^2 \Theta_{10} \right] / 2\sqrt{\pi} \cos \Theta_{10}$,
 $p = k_0 \sin \Theta_0$, $p_0 = k_0 \sin \Theta_{10}$.

Здесь интегрирование проводится по всем плоским волнам с различными углами падения Θ_0 . Поскольку пределы численного интегрирования ограничены $[-\infty, \infty] \rightarrow [-P, P]$, то выражение (8) справедливо, строго говоря, для широких пучков. При численных расчетах интервалы $[-P, P]$, выбирались в зависимости от ширины пучка. Поле отраженного пучка в плоскости $z = 0$ представим в виде [2]

$$A_{refl} = \int \Phi(p)R(p) \exp \left\{ ipx + i\sqrt{k_0^2 - p^2}h \right\} dp, \quad (9)$$

где $R(p) = [iq(p) - \delta(p)]/\varkappa$ — коэффициент отражения, угловая зависимость которого определяется параметром p . Функция $R(p)$ не имеет особенностей, поэтому при вычислении по формуле (9) учитываются составляющие пучка, лежащие как внутри, так и вне запрещенной полосы.

На первом этапе рассмотрим случай, когда дифракционной расходимостью падающего пучка можно пренебречь (множитель $\exp \left[i\sqrt{k_0^2 - p^2}h \right]$ в (9) опускаем).

Характерные профили отраженных пучков представлены на рис. 3–6, где показаны угловой спектр пучка $\Phi(p)$ и угловая ширина брэгговской полосы, определяемая фазой $\psi(p)$, а также пространственные профили падающего и отраженного пучков. Если спектр падающего пучка много меньше угловой ширины запрещенной полосы, а угол падения Θ_{10} близок к ее центру, то значения Δ , найденные по формуле (1), и сдвига максимума профиля отраженного пучка практически совпадают (для выбранных значений $\Delta \approx 0.8\lambda$). Если ширина спектра $\Phi(p)$ становится близкой к угловой ширине запрещенной полосы, то при тех же условиях величина Δ возрастает до значений $\Delta \approx 3.5\lambda$ (рис. 3). Различие с формулой (1) объясняется тем, что заметный вклад дают крылья функции $\Phi(p)$, лежащие в области сильной крутизны фазы $\psi(p)$. При дальнейшем уменьшении апертуры падающего пучка величина сдвига Δ практически не растет, при этом наблюдается искажение профиля (рис. 4).

Случай отражения широкого пучка, когда угол падения лежит в окрестности граничного угла, иллюстрирует рис. 5. Сдвиг Δ , оцениваемый по смещению максимума профиля, достигает значений $\sim(10-12)\lambda$, при этом происходит искажение гауссовой формы падающего пучка. При дальнейшем увеличении углового спектра $\Phi(p)$ профиль отраженного пучка уширяется; величина Δ стремится к нулю, поскольку все меньшее число спектральных компонент испытывает фазовый сдвиг при отражении.

Численные расчеты, выполненные для сходящихся и расходящихся пучков, сформированных в плоскости

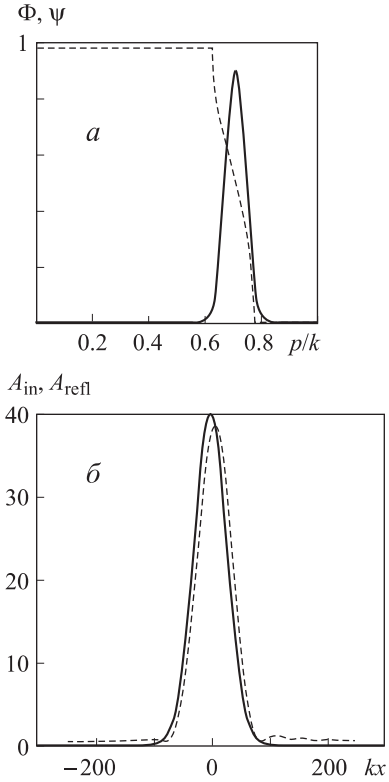


Рис. 3. Пучок с $a/\lambda = 30$: а — угловые спектры падающего пучка Φ (сплошная кривая) и брэгговской полосы ψ (пунктирная кривая); б — профили падающего A_{in} (сплошная кривая) и отраженного A_{refl} (пунктирная кривая) пучков

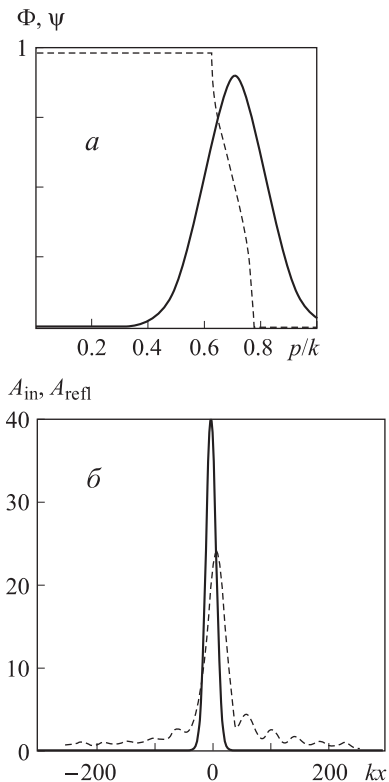


Рис. 4. Пучок с $a/\lambda = 5$: а — Φ (сплошная кривая) и ψ (пунктирная кривая); б — A_{in} (сплошная кривая) и A_{refl} (пунктирная кривая)

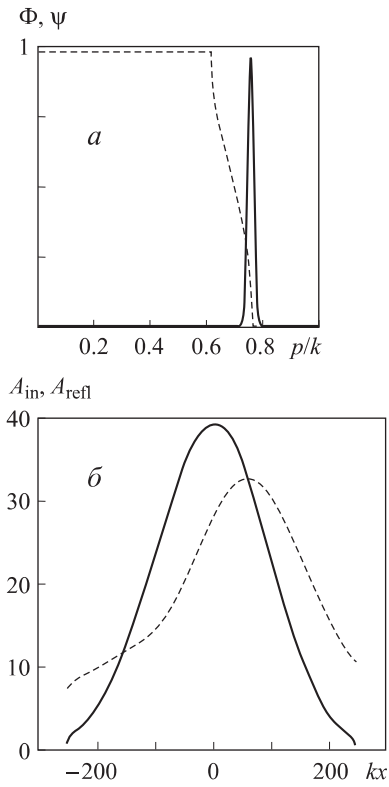


Рис. 5. Пучок с $a/\lambda = 90$: а — Φ (сплошная кривая) и ψ (пунктирная кривая); б — A_{in} (сплошная кривая) и A_{refl} (пунктирная кривая)

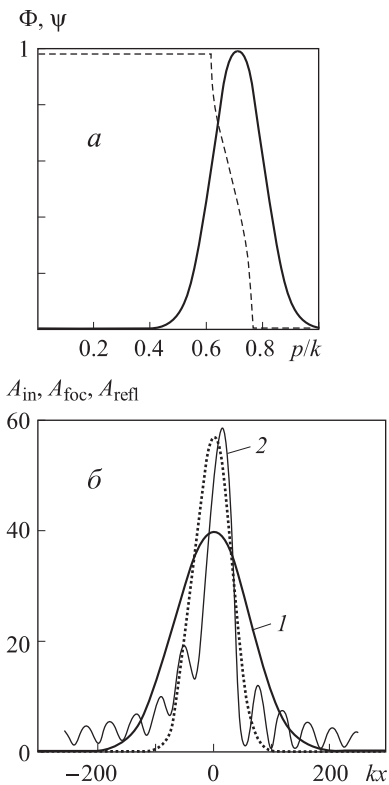


Рис. 6. Модулированный пучок с $a/\lambda = 60$: а — Φ (сплошная кривая) и ψ (пунктирная кривая); б — профили падающего (сплошная кривая 1), сфокусированного (пунктирная кривая) и отраженного (сплошная кривая 2) пучков

$z = -h$ (рис. 1), показывают, что отражение таких пучков характеризуется дополнительной деформацией (изрезанностью) профиля. Это объясняется тем, что угловой спектр $\Phi(p)$ становится комплексным, что связано с пространственной фазовой модуляцией фронтов падающих пучков. На рис. 6 приведены спектры и профили, относящиеся к отражению сфокусированного пучка в условиях, когда ширина его спектра близка к угловому спектру брэгговской полосы. Из-за сильного искажения профиля $|A_{refl}|$ оценка бокового сдвига отраженного пучка становится малоинформативной. По-видимому, выделять в чистом виде сдвиг Гооса-Хенхен имеет смысл лишь для хорошо коллимированных пучков, т.е. пучков, расходимостью (или сходимостью) которых в реальных условиях можно пренебречь.

Пространственный боковой сдвиг отраженного пучка имеет очевидную временную аналогию. Пусть на поверхность $1D$ фотонного кристалла падает временной импульс, который можно представить как суперпозицию плоских волн, имеющих одинаковый угол падения (для простоты полагаем $\Theta_{10} = 0$), но разные частоты. Поле отраженного импульса можно представить в виде

$$A_{refl} = \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega)\Phi(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (10)$$

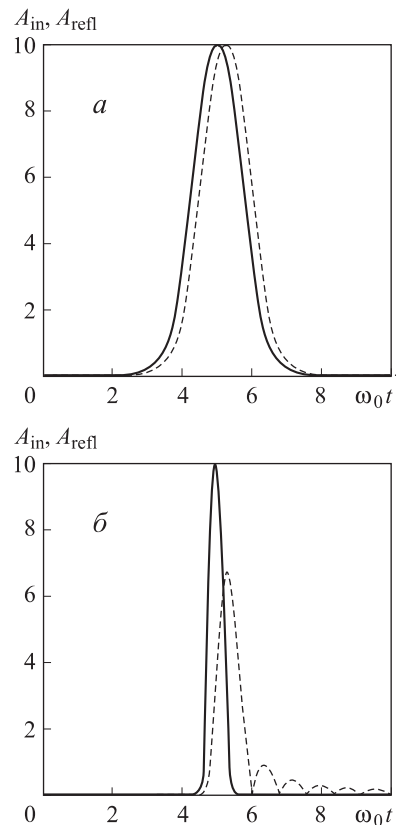


Рис. 7. Форма падающего (сплошные кривые) и отраженного (пунктирные кривые) импульсов при различных соотношениях частотных спектров: а — спектр импульса существенно меньше спектра брэгговской полосы; б — спектр импульса больше спектра брэгговской полосы

где спектр гауссова импульса $\Phi(\omega) = (\tau_0/2\sqrt{\pi}) \times \exp[-(\omega - \omega_0)^2\tau_0^2/4]$, $R(\omega) = [iq(\omega) - \delta(\omega)]/\varkappa = \exp[i\psi(\omega)]$, τ — длительность импульса, ω_0 — его несущая частота, эквивалентная угловому параметру ρ_0 в формуле (8).

Если спектр импульса много меньше частотной ширины запрещенной полосы, то время задержки отраженного импульса можно оценить по формуле

$$\Delta t = -d\psi/d\omega = \varepsilon_0 / (c\sqrt{\varkappa^2 - \delta^2}).$$

Из этой формулы следует, что чем меньше реактивная часть $R(\omega)$, т.е. чем больше глубина проникновения поля импульса в кристалле, тем сильнее задержка по отношению к зеркально отраженному импульсу. С физической точки зрения ситуация аналогична той, которая наблюдается при отражении радиоимпульса от слоя плазмы (ионосферы), диэлектрическая проницаемость которого отрицательна [9]. Огибающие падающего и отраженного импульсов, вычисленные по формуле (10), представлены на рис. 7. С уменьшением длительности импульса увеличивается время задержки и происходит искажение профиля отраженного импульса. Наряду с уширением наблюдается характерный периодический цуг, период которого обратно пропорционален ширине запрещенной полосы.

Заключение

Проведенное исследование показало, что чем глубже поле проникает внутрь кристалла, тем сильнее сдвиг отраженного пучка. Однако конечность спектральной запрещенной полосы приводит к искажению профиля пучка вследствие расщепления углового спектра. В заключение отметим, что сдвиг пучков при отражении играет важную роль в формировании мод в структурированных плоских волноводах, в которых в качестве обрамляющих сред используются периодические структуры.

Список литературы

1. Lotsh H. // J. Opt. Soc. Am. 1968. **58**. P. 551.
2. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М., 1972.
3. Lai H., Kwok C. et al. // Phys. Rev. E. 2000. **62**. P. 7330.
4. Felbacq D., Moreau A., Smaali R. // Opt. Lett. 2003. **28**. P. 1633.
5. Felbacq D., Smaali R. // Phys. Rev. Lett. 2004. **98**. P. 193902.
6. Wang L., Zhu S. // Opt. Lett. 2006. **31**. P. 101.
7. Иванов О.В., Семенцов Д.И. // Оптика и спектроскопия. 2002. **92**. С. 462.
8. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М., 1987.
9. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М. 1967.

Peculiarities of light beam reflection from a boundary of 1D photonic crystal

I. G. Zakharova^a, V. F. Marchenko, M. S. Nebero, A. P. Sukhorukov^b

Department of Photonics and Microwave Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^a zaharova@phys.msu.ru, ^b apmsu@gmail.com.

Typical cases of lateral profile shift and deformation occurring in the process of 2D light beam reflection off a 1D photonic crystal are considered. A harmonic approximation of a spatial dependence of the crystal permittivity is applied. This allows us an analysis of reflection features. Numerical results are illustrated for cases when the beam angle spectrum splits.

Keywords: photonic crystal, light beam, Goos-Hänchen effect.

PACS: 42.25.Fx, 42.70.Qs.

Received 29 March 2011.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2011).

Сведения об авторах

1. Захарова Ирина Гургеновна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., доцент; тел.: (495) 939-16-62, e-mail: zaharova@phys.msu.ru.
2. Марченко Владимир Федорович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-16-62, e-mail: marchenko@physics.msu.ru.
3. Неберо Михаил Сергеевич — аспирант; тел.: (495) 939-16-62, e-mail: mikle_nebero@mail.ru.
4. Сухоруков Анатолий Петрович — докт. физ.-мат. наук, профессор, тел.: (495) 939-44-18, e-mail: apmsu@gmail.com.