

## Моделирование распространения черенковского излучения от ШАЛ над поверхностью океана

О. П. Шустова<sup>1,a</sup>, Н. Н. Калмыков<sup>2,b</sup>, Б. А. Хренов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики космоса.

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ). Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: <sup>a</sup>olga.shustova@gmail.com, <sup>b</sup>kalm@eas.sinp.msu.ru

Статья поступила 11.03.2011, подписана в печать 05.05.2011

Представлены результаты расчета распространения в воде и воздухе черенковских фотонов, образованных при развитии широкого атмосферного ливня (ШАЛ) над океаном. Исследуются ограничения на зенитные углы ливня, при которых возможна регистрация детектором космического базирования вспышки черенковского излучения, полученные с учетом волн на поверхности океана.

*Ключевые слова:* космические лучи предельно высоких энергий, широкие атмосферные ливни, черенковское излучение, моделирование методом Монте-Карло.

УДК: 537.591. PACS: 95.75.Pq, 95.85.Ry.

### Введение

В ближайшее время планируется запуск эксперимента ТУС (Трековая УСтановка) для исследования космических лучей предельно высоких энергий (КЛ ПВЭ) с орбиты спутника Земли [1]. Его основная задача будет заключаться в поиске частиц КЛ ПВЭ по всей небесной сфере путем регистрации флуоресцентного излучения, возникающего при прохождении широких атмосферных ливней (ШАЛ). Это излучение изотропно, поэтому часть фотонов способна достигнуть орбитального детектора.

Кроме того, развитие ливня сопровождается мощным потоком черенковского излучения, который распространяется в основном вдоль оси ливня. Тем не менее при прохождении ШАЛ над поверхностью с высоким альбедо возможна регистрация черенковского света с больших высот. Примером может служить баллонный эксперимент [2] для регистрации черенковских фотонов, рассеянных от снежной поверхности. Согласно [3], полный сигнал черенковского излучения дает точную оценку первичной энергии ШАЛ, а его пространственное распределение позволяет измерить глубину максимума ливня и, следовательно, оценить массу первичной частицы.

В случае орбитального детектора особый интерес представляет возможность регистрации черенковского света, отраженного от поверхности океана, поскольку вспышка отраженных черенковских фотонов в конце флуоресцентного трека позволит уточнить траекторию ливня. Кроме того, черенковское излучение, рассеянное в атмосфере, создает дополнительный фон. Расчеты показывают, что сигнал от рассеянных черенковских фотонов будет накладываться на флуоресцентный сигнал и размывать его максимум. Поэтому важно знать зависимость «шума» от параметров ливня и вычитать его из полного сигнала.

В настоящей работе представлена методика расчета распространения в среде черенковских фотонов от ШАЛ, которая была реализована в работе [4] для

оценки возможности регистрации отраженного черенковского света в условиях детектора ТУС. Подобные расчеты могут потребоваться при обработке экспериментальных данных, а также при подготовке орбитального детектора следующего поколения (например, проект JEM-EUSO [5]).

### 1. Методика расчета

Задачу о распространении черенковских фотонов от ШАЛ условно можно разделить на две части: генерацию фотонов электронами ШАЛ и, собственно, их распространение в среде. И в том и в другом случае мы применяем моделирование методом Монте-Карло. При этом одновременно разыгрывается судьба большого числа фотонов (далее «фотон») и на каждом этапе моделирования определяется вес — доля «выживших» фотонов от их полного числа в момент генерации.

Мы используем лабораторную систему отсчета (ЛСО), центр  $O$  которой расположен в точке пересечения осью ливня плоскости  $Oxy$ , совпадающей с «гладкой» поверхностью океана, а ось  $Oz$  направлена к границе атмосферы. Условимся, что ЛСО и системы отсчета, которые будут введены ниже, являются правыми.

Сначала проводится расчет по «схеме генерации фотона» (п. 2), а именно: моделируется глубина, на которой образовался фотон, энергия и направление движения электрона, направление движения фотона относительно электрона и в ЛСО, вычисляется вес. В результате определяются характеристики фотона в точке генерации, которые затем используются как входные параметры при моделировании его распространения.

«Схема распространения фотона в среде» (п. 3) реализуется как последовательность актов рассеяния. В каждом из них моделируется длина пути фотона до точки рассеяния, определяется его направление относительно первоначального и в ЛСО, изменяется вес. Расчет продолжается до тех пор, пока фотон не достигнет заданного положения (например, высоты орбиты

спутника) или его вес не станет меньше некоторого значения.

При отражении и поглощении фотона от границы раздела «воздух–вода» учитывается наличие волн на поверхности океана (п. 4).

## 2. Схема генерации фотона

При распространении ШАЛ над поверхностью океана черенковское излучение образуется не только в воздухе. Часть ливня, величина которой зависит от глубины первичного взаимодействия, энергии и направления ливня, попадает в воду и также генерирует черенковские фотоны.

Ниже нам потребуются направляющие косинусы ливня в ЛСО, введенной в п. 1:

$$\begin{aligned}\mu_x^{\text{sh}} &= -\sin\theta_{\text{sh}}\cos\varphi_{\text{sh}}, & \mu_y^{\text{sh}} &= -\sin\theta_{\text{sh}}\sin\varphi_{\text{sh}}, \\ \mu_z^{\text{sh}} &= -\cos\theta_{\text{sh}},\end{aligned}$$

где зенитный  $\theta_{\text{sh}}$  и азимутальный  $\varphi_{\text{sh}}$  углы ливня являются входными параметрами. Искомые характеристики фотона — координаты, направляющие косинусы и вес — будем помечать штрихами.

В расчетах предполагается, что фотоны образуются вдоль оси ливня, поэтому координаты точки генерации можно вычислить по формулам

$$z' = \begin{cases} -h_0 \ln(X/X_0) & (\text{воздух}), \\ \mu_z^{\text{sh}}(X - X_0)/\rho_{\text{wat}} & (\text{вода}), \end{cases} \quad x' = z' \frac{\mu_x^{\text{sh}}}{\mu_z^{\text{sh}}}, \quad y' = z' \frac{\mu_y^{\text{sh}}}{\mu_z^{\text{sh}}}.$$

Здесь  $h_0 = 8.43 \cdot 10^5$  см — высота стандартной атмосферы,  $X_0 = 1020/\cos\theta_{\text{sh}}$  г/см<sup>2</sup> — глубина уровня океана,  $\rho_{\text{wat}} = 1$  г/см<sup>3</sup> — плотность воды, а глубина  $X$  электрона моделируется из распределения Гейссера–Хилласа (см., например, [6])

$$N(X) = N_{\text{max}} \left[ \frac{X}{X_{\text{max}}} \right]^{X_{\text{max}}/\lambda} \exp[(X_{\text{max}} - X)/\lambda]$$

с параметрами, соответствующими средней каскадной кривой ливня с энергией  $E_0 = 10^{20}$  эВ:  $N_{\text{max}} = 7 \cdot 10^{10}$ ,  $X_{\text{max}} = 800$  г/см<sup>2</sup>,  $\lambda = 80$  г/см<sup>2</sup>.

Для определения направления фотона в ЛСО удобно ввести системы отсчета, связанные с осью ливня (СОЛ) и электроном (СОЭ). В СОЛ ось  $Oz$  направлена вдоль оси ливня, а в СОЭ — совпадает с направлением движения родительского электрона. Пусть  $\theta_e$ ,  $\varphi_e$  — углы электрона в СОЛ, а углы  $\theta_{\text{ch}}$ ,  $\varphi_{\text{ch}}$  характеризуют направление фотона в СОЭ, тогда направляющие косинусы  $\mu'_x$ ,  $\mu'_y$ ,  $\mu'_z$  фотона в ЛСО определяются по формуле

$$\begin{pmatrix} \mu'_x \\ \mu'_y \\ \mu'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{\text{sh}} \mu_x^{\text{sh}} \mu_z^{\text{sh}} & -\gamma_{\text{sh}} \mu_y^{\text{sh}} & \mu_x^{\text{sh}} \\ \gamma_{\text{sh}} \mu_y^{\text{sh}} \mu_z^{\text{sh}} & \gamma_{\text{sh}} \mu_x^{\text{sh}} & \mu_y^{\text{sh}} \\ -1/\gamma_{\text{sh}} & 0 & \mu_z^{\text{sh}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \gamma_e \mu_x^e \mu_z^e & -\gamma_e \mu_y^e & \mu_x^e \\ \gamma_e \mu_y^e \mu_z^e & \gamma_e \mu_x^e & \mu_y^e \\ -1/\gamma_e & 0 & \mu_z^e \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mu_x^{\text{ch}} \\ \mu_y^{\text{ch}} \\ \mu_z^{\text{ch}} \end{pmatrix},$$

где  $\gamma_\alpha = [1 - (\mu_z^\alpha)^2]^{-1/2}$  ( $\alpha = \text{sh}, e$ ), а направляющие косинусы электрона и фотона даются стандартными формулами

$$\begin{aligned}\mu_x^\beta &= \sin\theta_\beta \cos\varphi_\beta, & \mu_y^\beta &= \sin\theta_\beta \sin\varphi_\beta, & \mu_z^\beta &= \cos\theta_\beta \\ & & & & (\beta = e, \text{ch}).\end{aligned}$$

В расчетах мы разделяем электроны «прямого тока» ( $\theta_e \leq 80^\circ$ ) и «обратного тока» ( $\theta_e > 80^\circ$ , учитываются только при генерации в воде). Зенитный угол  $\theta_e$  электронов обратного тока распределен изотропно, а в случае электронов прямого тока моделируется из распределения, предложенного в [7]; азимутальные углы  $\varphi_e$  электронов обоих типов распределены равномерно.

Что касается углов фотона, то  $\varphi_{\text{ch}}$  имеет равномерное распределение, а  $\theta_{\text{ch}}$  дается формулой Тамма–Франка и зависит от энергии  $E$  электрона:

$$\sin^2\theta_{\text{ch}} = \frac{(E/E_{\text{th}})^2 - 1}{(E/m_e c^2)^2 - 1}.$$

Здесь  $E_{\text{th}} = m_e c^2(1 - 1/n^2)^{-1/2}$  — пороговая энергия образования электроном черенковского фотона,  $n$  — показатель преломления среды. Для определения энергии электронов прямого тока используется распределение из [7]. Энергия электронов обратного тока моделируется из распределения

$$\frac{\tilde{N}( > E )}{N( > E_{\text{th}} )} = 0.242 \left[ 3.1 + \frac{E}{E_{\text{th}} - m_e c^2} \right]^{-1.7},$$

специально полученного с использованием программы GEANT 4 (расчеты проводились с меньшей энергией  $E_0$ ). Полное число электронов обратного тока  $\tilde{N}$  с энергией  $E > E_{\text{th}}$  составляет  $\sim 2.2\%$  от общего числа электронов  $N$ .

Наконец, в момент генерации фотону приписывается вес. Согласно теории Тамма–Франка, количество фотонов  $dq/d\lambda$  с длиной волны  $\lambda$ , образованных на единице глубины, зависит от энергии  $E$  и глубины  $X$  родительского электрона:

$$\frac{dq}{d\lambda}(X, E) = \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2 \rho(X)} \sin^2\theta_{\text{ch}}(E, E_{\text{th}}(X)), \quad (1)$$

поэтому число фотонов в «пакете», судьба которого разыгрывается, варьируется от итерации к итерации. Будем считать, что фотон с единичным весом генерируется электроном бесконечно большой энергии на уровне океана, тогда вес  $P'$  в момент генерации можно ввести следующим образом:

$$P' = \frac{\rho_{\text{max}}}{\rho} \left[ \frac{\sin\theta_{\text{ch}}}{\sin\theta_{\text{ch}}^{\text{max}}} \right]^2.$$

Заметим, что величина  $P'$ , усредненная по большому числу разыгранных событий, позволяет довольно просто определить полное число фотонов, образованных электронами ШАЛ в среде (приложение А).

Таким образом, реализация данной схемы позволяет задать координаты  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ , направляющие косинусы  $\mu'_x$ ,  $\mu'_y$ ,  $\mu'_z$  и вес  $P'$  фотона в момент генерации, которые затем используются в качестве входных параметров при моделировании распространения фотона в среде.

### 3. Схема распространения фотона в среде

Предполагается, что детектор ТУС будет чувствителен к фотонам с длинами волн  $\lambda = 300\text{--}400$  нм, поскольку в этом диапазоне находятся самые яркие линии флуоресцентного излучения в атмосфере. Мы в свою очередь также ограничимся указанными значениями  $\lambda$ .

Процесс распространения фотона в среде обычно представляют в виде последовательности актов рассеяния, в каждом из которых моделируются новые значения координат и направления фотона. Однако из-за различий в физических свойствах воды и воздуха мы рассматриваем эти случаи отдельно. Входными параметрами являются значения координат  $x', y', z'$ , направляющих косинусов  $\mu'_x, \mu'_y, \mu'_z$  и веса  $P'$  фотона на предыдущей итерации.

#### 3.1. Вода

При моделировании распространения фотонов в воде учитываются процессы рассеяния и поглощения; соответствующие длины свободного пробега  $l_s$  и  $l_a$  приведены в [8]. Плотность и показатель преломления воды предполагаются постоянными:  $\rho_{\text{wat}} = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $n_{\text{wat}} = 1.33$ .

Рассмотрим моделирование единичного акта рассеяния. Сначала вычисляются координаты фотона в точке рассеяния:  $x_i = x'_i + \mu'_{x_i} l$  ( $x_i = x, y, z$ ). Здесь  $l$  — длина пути фотона между актами рассеяния; в случае среды с постоянной плотностью она имеет экспоненциальное распределение:

$$p(l) dl = \exp(-l/l_s) dl/l_s. \quad (2)$$

В результате поглощения на пути  $l$  вес фотона уменьшается:

$$P = P' \exp(-l/l_a).$$

Затем находятся новые значения направляющих косинусов в ЛСО:

$$\begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma' \mu'_x \mu'_z & -\gamma' \mu'_y & \mu'_x \\ \gamma' \mu'_y \mu'_z & \gamma' \mu'_x & \mu'_y \\ -1/\gamma' & 0 & \mu'_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sin \theta_s \cos \varphi_s \\ \sin \theta_s \sin \varphi_s \\ \cos \theta_s \end{pmatrix}$$

при  $|\mu'_z| < 1$ ,

$$\begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{pmatrix} = \text{sign}(\mu'_z) \begin{pmatrix} \sin \theta_s \cos \varphi_s \\ \sin \theta_s \sin \varphi_s \\ \cos \theta_s \end{pmatrix} \quad \text{при } (1 - |\mu'_z|) \leq 10^{-5}, \quad (3)$$

где  $\gamma' = (1 - \mu'^2_z)^{-1/2}$ . Углы  $\theta_s, \varphi_s$  характеризуют отклонение фотона от его первоначального направления;  $\varphi_s$  распределен равномерно, а  $\theta_s$  моделируется из распределения Хени-Гринштейна (см., например, [8])

$$p(\theta_s, g) d\Omega_s = \frac{1}{4\pi} \frac{(1 - g^2) \sin \theta_s}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta_s)^{3/2}} d\theta_s d\varphi_s$$

с параметром  $g = 0.924$ .

Далее разыгрывается следующий акт рассеяния. Процесс продолжается до тех пор, пока справедливо условие  $P \geq P_{\text{min}}$  или пока фотон не достигнет поверхности океана.

### 3.2. Воздух

При моделировании распространения фотонов в воздухе мы не учитываем их «истинного» поглощения. В интересующем нас диапазоне длин волн фотонов это предположение вполне приемлемо. Кроме того, мы ограничиваемся учетом рэлеевского рассеяния, предполагая отсутствие облаков, аэрозолей и т. д. Атмосфера считается изотермической.

Как и в случае воды, в каждом акте рассеяния в воздухе определяются координаты, направление и вес фотона. Однако в связи с неоднородностью атмосферы моделировать длину пути  $l$  до точки рассеяния из распределения (2) нельзя. Тем не менее в рамках указанных предположений простое экспоненциальное распределение имеет вертикальная глубина  $\Delta X_v$ , пройденная фотоном до точки рассеяния (приложение Б):

$$p(\Delta X_v) d\Delta X_v = \frac{\kappa}{\mu'_z} \exp(-\kappa \Delta X_v / \mu'_z) d\Delta X_v.$$

Отсюда легко найти вертикальную глубину  $X_v$  и координату  $z$  точки рассеяния:

$$X_v = X'_v - \Delta X_v, \quad z = -h_0 \ln(X_v/X_{v0}),$$

где  $X_{v0} = 1020$  г/см<sup>2</sup> — вертикальная глубина на уровне моря. При  $X_v < 0$  фотон выходит за границу атмосферы, при  $X_v > 1020$  г/см<sup>2</sup> — достигает уровня моря. В свою очередь длина пути  $l$  и остальные координаты точки рассеяния вычисляются по формулам

$$l = (z - z')/\mu'_z, \quad x = x' + \mu'_x l, \quad y = y' + \mu'_y l.$$

Направляющие косинусы фотона в ЛСО определяются из (3), причем угол  $\varphi_s$  моделируется из равномерного распределения, а  $\theta_s$  — из распределения

$$p(\theta_s) d\Omega_s = \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta_s) \sin \theta_s d\theta_s d\varphi_s.$$

При вычислении нового значения веса фотона учитывается ослабление в результате рассеяния на пути  $l$ :

$$P = P' \frac{1 - \exp(-\kappa \Delta X_v)}{1 - \exp(-\kappa X'_v)} \quad \text{при } \mu'_z > 0,$$

$$P = P' \frac{1 - \exp(-\kappa \Delta X_v)}{1 - \exp[-\kappa (X_{v0} - X'_v)]} \quad \text{при } \mu'_z < 0,$$

$$P = 0 \quad \text{при } \mu'_z \approx 0.$$

Если фотон выходит за границу атмосферы или достигает поверхности океана, то вес не изменяется. Такой способ вычисления весов позволяет «отбирать» фотоны, претерпевшие небольшое число актов рассеяния.

Далее разыгрывается следующий акт рассеяния. Процесс продолжается до тех пор, пока справедливо условие  $P \geq P_{\text{min}}$  или пока фотон не достигнет необходимого уровня.

#### 4. Волновая поверхность океана

Мы рассматриваем две модели волновой поверхности океана: периодической структуры (ПС) и хаотической структуры (ХС). В первой модели поверхность представлена в виде неподвижной волны длиной  $\lambda_w$  и амплитудой  $h_w$  вдоль оси  $Ox$ , форма которой описывается параметрическими уравнениями укороченной циклоиды:

$$x = r_w t - h_w \sin t, \quad z = h_w \cos t,$$

где  $r_w = \lambda_w/2\pi$ ,  $r_w > h_w$ . Зависимости от переменной  $y$  нет.

Во второй модели поверхность океана разбивается на множество мелких плоских ячеек высотой  $\eta$ . Согласно [8], величины  $\eta_u = \partial\eta/\partial x$ ,  $\eta_c = \partial\eta/\partial y$  (индексы  $u$  и  $c$  указывают на направление по ветру и поперек) следуют двумерному нормальному распределению

$$p(\eta_u, \eta_c) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_c} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\eta_u^2/\sigma_u^2 + \eta_c^2/\sigma_c^2\right)\right] \quad (4)$$

с дисперсиями  $\sigma_u^2 = 3.16 \cdot 10^{-3} u_w$ ,  $\sigma_c^2 = 1.92 \cdot 10^{-3} u_w$ , где  $u_w$  — скорость ветра в м/с.

В обеих моделях предполагается, что на границе раздела фотоны отражаются и преломляются согласно законам геометрической оптики. Рассмотрим схему расчета на примере отраженного фотона.

**Периодическая структура.** Проекция координат  $x$  и  $z=0$  точки пересечения фотоном плоскости  $Oxy$  (п. 3) на волновую поверхность определяются в предположении, что один из максимумов волны совпадает с началом ЛСО. Координата  $x'$  есть остаток от  $x/\lambda_w$ , а  $z'$  находится из уравнений

$$x' = r_w \arccos(z'/h_w) - \sqrt{h_w^2 - z'^2} \quad \text{при } x' \leq \lambda_w/2,$$

$$x' = 2\pi r_w - r_w \arccos(z'/h_w) + \sqrt{h_w^2 - z'^2} \quad \text{при } x' > \lambda_w/2.$$

Далее осуществляется переход в систему отсчета  $O'x'y'z'$ , где в качестве оси  $O'z'$  выступает нормаль к волновой поверхности в точке падения фотона. Пусть  $\mu_x$ ,  $\mu_y$ ,  $\mu_z$  — исходные направляющие косинусы фотона в ЛСО. Тогда направляющие косинусы падающего фотона в системе  $O'x'y'z'$  определяются как

$$\begin{pmatrix} \mu'_x \\ \mu'_y \\ \mu'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha \cos \beta & -\sin \beta \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{pmatrix},$$

где  $\alpha = 0$  при  $x' \leq \lambda_w/2$ ,  $\alpha = \pi$  при  $x' > \lambda_w/2$ , а  $\beta$  — угол между осями  $O'z'$  и  $Oz$ :

$$\beta = \arccos \frac{r_w - z'}{\sqrt{h_w^2 + r_w^2 - 2r_w z'}}.$$

Наконец, определяются направляющие косинусы  $\nu'_x$ ,  $\nu'_y$ ,  $\nu'_z$  отраженного фотона и коэффициент отражения. Переход в ЛСО осуществляется по формуле

$$\begin{pmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha & \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \nu'_x \\ \nu'_y \\ \nu'_z \end{pmatrix}.$$

**Хаотическая структура.** На первом шаге в каждой точке  $(x, y, z)$  из распределения (4) моделируются тангенсы  $\eta_u$  и  $\eta_c$  углов наклона площадки к осям  $Ox$  и  $Oy$  соответственно и определяются направляющие косинусы нормали:

$$\zeta_x = \frac{\eta_u}{\sqrt{\eta_u^2 + \eta_c^2 + 1}}, \quad \zeta_y = \frac{\eta_c}{\sqrt{\eta_u^2 + \eta_c^2 + 1}},$$

$$\zeta_z = \frac{1}{\sqrt{\eta_u^2 + \eta_c^2 + 1}}.$$

Затем вычисляются направляющие косинусы падающего фотона в системе нормали:

$$\begin{pmatrix} \mu'_x \\ \mu'_y \\ \mu'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \zeta_x \zeta_z & \gamma \zeta_y \zeta_z & -1/\gamma \\ -\gamma \zeta_y & \gamma \zeta_x & 0 \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $\gamma = (1 - \zeta_z^2)^{-1/2}$ .

Направляющие косинусы отраженного фотона и коэффициент отражения находятся согласно законам геометрической оптики. Для перехода в ЛСО используется матрица поворота, обратная к матрице из (5).

#### 5. Регистрация черенковского света орбитальным детектором

Представленная схема моделирования была применена в [4] для оценки сигнала отраженной от поверхности океана компоненты черенковского света ШАЛ, который может зарегистрировать орбитальный детектор ТУС с полем зрения  $\approx 9.5^\circ$ . В рамках модели ПС с параметрами волны  $h_w = 0.7$  м,  $\lambda_w = 40$  м было показано, что регистрация вспышки отраженных фотонов в конце флуоресцентного трека возможна в ливнях с зенитными углами  $\lesssim 20^\circ$ . Указанные параметры волны были выбраны на основании следующих данных. Спутниковые наблюдения [9] показывают, что в среднем над поверхностью океана преобладают ветра со скоростями до 8 м/с, что, согласно шкале Бофорта, соответствует высотам волн до 2 м. Как известно, для заданной амплитуды  $h_w$  существует спектр длин волн  $\lambda_w$ . Мы воспользовались двумерным распределением по полудлинам и амплитудам из [10] и выбрали среднее значение длины волны, соответствующее амплитуде  $h_w = 0.7$  м.

В настоящей главе мы сравниваем результаты расчетов, полученные в рамках обеих моделей. Модель ХС представляется более реалистичной, так как в ней создается своего рода «рябь» на поверхности океана. Кроме того, ее предсказания зависят только от одного параметра — скорости ветра  $u_w$ . Однако в случае очень сильных волн более правдоподобной выглядит ситуация, когда сетка хаотических «дрожаний» накладывается на упорядоченную структуру.

Будем считать, что параметрам волны  $\lambda_w = 40$  м,  $h_w = 0.7$  м в модели ПС соответствует скорость ветра  $u_w = 6$  м/с в модели ХС. На рис. 1 представлены угловые распределения отраженных фотонов вблизи поверхности океана в случае вертикального ливня. Фотоны с зенитными углами  $\theta$  и азимутальными  $\varphi$  попадают в соответствующие ячейки площадью  $r\Delta r\Delta\varphi$ , где  $\Delta r = 0.05$ ,  $\Delta\varphi = \pi/18$ . Величина  $r$  лежит в пределах

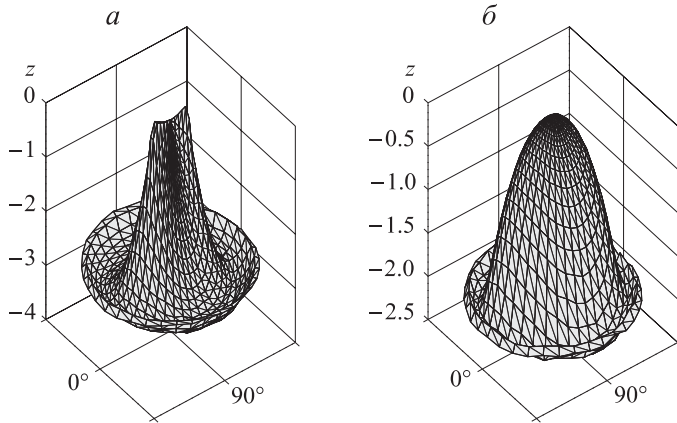


Рис. 1. Угловое распределение отраженной компоненты черенковского излучения вблизи поверхности океана для ливня с углами  $\theta_{sh} = 0^\circ$ ,  $\varphi_{sh} = 0^\circ$  в моделях периодической (а) и хаотической (б) структуры поверхности океана. Вдоль оси  $Oz$  отложен десятичный логарифм относительной плотности фотонов

от нуля до единицы и определяет  $\sin\theta$ . Координата  $z$  соответствует десятичному логарифму относительной плотности фотонов. Из рисунка видно, что диапазон зенитных углов  $\theta$  в модели ХС значительно шире.

Ограничение на зенитный угол ливня  $\theta_{sh} \lesssim 20^\circ$  в модели ПС было получено с учетом случая  $\varphi_{sh} = 90^\circ$ , когда ось ливня лежит в одной плоскости с фронтом волны, и большее число фотонов отражается от практически плоской поверхности океана. В модели ХС подобный эффект также присутствует, поскольку  $\sigma_c < \sigma_u$ . Рис. 2 демонстрирует усредненное по  $\varphi$  число фотонов, которые попадут на зеркало детектора в зависимости от расстояния  $R$  последнего относительно центра ЛСО для ливней с углами  $\theta_{sh} = 25^\circ$ ,  $\varphi_{sh} = 0^\circ$  и  $\varphi_{sh} = 90^\circ$ .

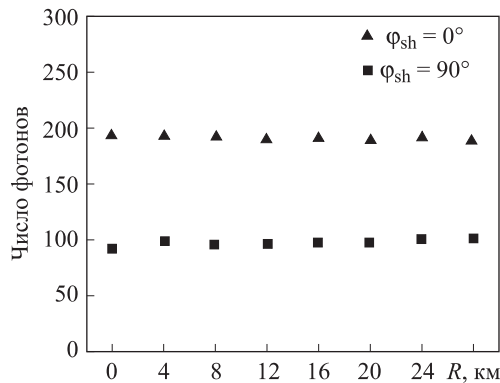


Рис. 2. Количество отраженных черенковских фотонов, попадающих на зеркало детектора ТУС, в зависимости от величины  $R$  в модели ХС в случае ливня с углами  $\theta_{sh} = 25^\circ$ ,  $\varphi_{sh} = 0^\circ$  и  $\varphi_{sh} = 90^\circ$ . Точка  $R = 0$  на высоте 400 км проецируется в центр ЛСО

Для определения величины сигнала необходимо учитывать временное разрешение детектора ТУС ( $\approx 1$  мкс). При малых значениях  $\theta_{sh}$  можно считать, что фотоны приходят на детектор одновременно. Однако начиная с  $25\text{--}30^\circ$  длительность сигнала увеличивается. Таким образом, хотя число атмосферных черенковских фотонов растет с зенитным углом ливня,

Количество отраженных черенковских фотонов, попадающих на зеркало детектора ТУС, в модели ХС для ливня с углами  $\theta_{sh} = 25^\circ$ ,  $\varphi_{sh} = 90^\circ$

R, км	$u_w$ , м/с			
	2	4	6	8
0	$17.7 \pm 5.0$	$58.5 \pm 5.1$	$92.0 \pm 5.0$	$107.6 \pm 5.0$
4	$21.5 \pm 0.6$	$62.2 \pm 0.7$	$97.9 \pm 0.7$	$112.6 \pm 0.7$
8	$21.6 \pm 0.3$	$62.8 \pm 0.4$	$95.3 \pm 0.4$	$113.5 \pm 0.4$
12	$22.2 \pm 0.2$	$63.3 \pm 0.2$	$96.1 \pm 0.3$	$113.7 \pm 0.3$
16	$23.0 \pm 0.2$	$65.3 \pm 0.2$	$96.5 \pm 0.2$	$114.0 \pm 0.2$
20	$24.2 \pm 0.1$	$66.2 \pm 0.2$	$97.1 \pm 0.2$	$114.1 \pm 0.2$
24	$25.3 \pm 0.1$	$68.0 \pm 0.1$	$99.4 \pm 0.2$	$115.3 \pm 0.2$
28	$27.2 \pm 0.1$	$69.2 \pm 0.1$	$99.3 \pm 0.1$	$115.1 \pm 0.1$

амплитуда сигнала падает за счет увеличения длительности сигнала. Расчеты показывают, что в модели хаотической структуры поверхности океана при  $u_w = 6$  м/с регистрация детектором ТУС вспышки отраженных черенковских фотонов в конце флуоресцентного трека возможна при условии  $\theta_{sh} \lesssim 25^\circ$ .

С изменением скорости ветра ограничение на  $\theta_{sh}$  также будет меняться, поскольку дисперсии  $\sigma_u^2$ ,  $\sigma_c^2$  распределения (4) пропорциональны  $u_w$ . В таблице приведены результаты расчетов, полученные в рамках модели ХС при различных значениях скорости ветра для ливня с углами  $\theta_{sh} = 25^\circ$ ,  $\varphi_{sh} = 90^\circ$ . В столбцах указано количество фотонов, попадающих в детектор, в зависимости от величины  $R$ . Видно, что при  $u_w = 2$  м/с число фотонов достаточно мало, и максимальный зенитный угол ливня, при котором возможна регистрация детектором ТУС вспышки отраженных черенковских фотонов в конце флуоресцентного трека, следует уменьшить.

**Заключение**

В настоящей работе реализована схема моделирования генерации и распространения черенковских фотонов от ШАЛ над поверхностью океана. Рассмотрены существенно различные подходы к учету влияния состояния поверхности океана на регистрацию черенковской вспышки применительно к условиям эксперимента ТУС. Результаты расчетов показывают, что, хотя количество отраженных черенковских фотонов, попадающих в детектор, модельно зависимо, полученные в рамках двух моделей поверхности океана ограничения на зенитные углы ливня различаются слабо.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-02-12162-офи\_м).

**Приложение А. Число черенковских фотонов в ливне**

Запишем число фотонов с длиной волны  $\lambda$ , образованных в слое  $(X_2 - X_1)$ :

$$\frac{dN_\gamma}{d\lambda} = \int_{X_1}^{X_2} dX' N(X') \int_{E_{th}(X')}^\infty dE' \frac{dN}{dE'}(X', E') \frac{dq}{d\lambda}(X', E'). \quad (6)$$

Распределения фотонов  $dq/d\lambda$  и электронов  $N(X)$ ,  $dN(X, E)/dE$  введены в п. 2.

Напомним, что в расчетах каждому электрону ставится в соответствие не пакет фотонов  $dq/d\lambda$ , а один фотон с весом

$$P(X, E) = \frac{\rho_{\max}}{\rho} \left[ \frac{\sin \theta_{\text{ch}}}{\sin \theta_{\text{ch}}^{\max}} \right]^2.$$

Поэтому выражение (6) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dN_\gamma}{d\lambda} &= \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2} \frac{\sin^2 \theta_{\text{ch}}^{\max}}{\rho_{\max}} \int_{X_1}^{X_2} dX' N(X') \int_{E_{\text{th}}(X')}^{\infty} dE' \frac{dN}{dE'}(X', E') P(X', E') \approx \\ &\approx \tilde{P} \frac{2\pi\alpha}{\lambda^2} \frac{\sin^2 \theta_{\text{ch}}^{\max}}{\rho_{\max}} \int_{X_1}^{X_2} dX' N(X). \end{aligned}$$

С увеличением числа розыгрышей  $N$  величина  $\left( \sum_{i=1}^N P_i \right) / N$ , вычисляемая в процессе моделирования, стремится к  $\tilde{P}$ , что позволяет определить полное число фотонов  $dN_\gamma/d\lambda$  в слое  $(X_2 - X_1)$  более простым способом.

### Приложение Б. Распределение для вертикальной глубины

Запишем изменение интенсивности  $dI$  светового луча на элементе пути  $dl$ :

$$dI = -I \frac{dl}{l_s}. \quad (7)$$

Как известно, средняя длина  $l_s$  свободного пробега при рэлеевском рассеянии зависит от длины волны  $\lambda$  излучения и плотности  $\rho$  среды:

$$l_s \propto \frac{\lambda^4}{\rho}.$$

Вводя величину  $\varkappa = (l_s \rho)^{-1}$  и используя связь вертикальной глубины  $X_v$  атмосферы с высотой  $h$  над уровнем моря:

$$X_v(h) = \int_h^{\infty} \rho(h') dh',$$

принтегрируем (7) по слою вещества толщиной  $(h_2 - h_1)$ :

$$\ln \left[ \frac{I(h_2)}{I(h_1)} \right] = -\varkappa \int_{h_1}^{h_2} \rho(h') dh' = -\varkappa [X_v(h_1) - X_v(h_2)] = -\varkappa \Delta X_v. \quad (8)$$

При отклонении луча на угол  $\theta$  от вертикального направления (8) принимает вид

$$\begin{aligned} \ln \left[ \frac{I(l_2)}{I(l_1)} \right] &= -\varkappa \int_{l_1}^{l_2} \rho(l') dl' = -\varkappa [X_v(h_1) - X_v(h_2)] / \cos \theta = \\ &= -\varkappa \Delta X_v / \mu_z, \end{aligned}$$

где  $(l_2 - l_1) = (h_2 - h_1) / \mu_z$ . Здесь неявно подразумевается случай плоскопараллельной атмосферы, что в действительности справедливо до углов  $\theta \approx 70^\circ$ . В расчетах мы «избавляемся» от фотонов, имеющих  $\mu_z \approx 0$ , путем обнуления их веса.

Таким образом, вероятность того, что фотон пройдет без рассеяния вертикальную глубину  $|\Delta X_v|$ , изменяется по экспоненциальному закону:

$$p(\Delta X_v) d\Delta X_v = \frac{\varkappa}{\mu_z} \exp(-\varkappa \Delta X_v / \mu_z) d\Delta X_v.$$

### Список литературы

1. *Khrenov B.A., Alexandrov V.V., Bugrov D.I. et al. // Phys. Atom. Nucl.* 2004. **67**, N 11. P. 2058.
2. *Shaulov S.B., Besshapov S.P., Kabanova N.V. et al. // Nucl. Phys. B. Proc. Suppl.* 2009. **196**. P. 403.
3. *Antonov R.A., Chernov D.V., Finger M. et al. // Proc. 28th ICRC.* 2003. P. 981.
4. *Шустова О.П., Калмыков Н.Н., Хренов Б.А. // Изв. РАН. Физ.* 2011. **75**, № 3. С. 410.
5. *Takahashi Y., JEM-EUSO Collaboration // New J. Phys.* 2009. **11**. ID. 065009.
6. *Gaisser T.K. Cosmic Rays and Particle Physics.* Cambridge, 1990.
7. *Lafebre S., Engel R., Falcke H. et al. // Astropart. Phys.* 2009. **31**, N 3. P. 243.
8. *Mobley C.D. Light and water: Radiative transfer in natural waters.* L., 1994.
9. *Winds. Measuring Ocean Winds from Space // http://winds.jpl.nasa.gov.*
10. *Rygen J., van Iseghem S., Olagnon M., Rychlik I. // Appl. Ocean Res.* 2002. **24**, P. 189.

### Simulation of propagating EAS Cherenkov radiation over the ocean surface

**O. P. Shustova**<sup>1,a</sup>, **N. N. Kalmykov**<sup>2,b</sup>, **B. A. Khrenov**<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Department of Space Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*

<sup>2</sup> *D. V. Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*

*E-mail: <sup>a</sup>olga.shustova@gmail.com, <sup>b</sup>kalm@eas.sinp.msu.ru.*

We present computing results of the Cherenkov light propagation in the air and water from an extensive air shower (EAS) over the ocean. Limits on the zenith angles of the showers, for which the registration of the flash of reflected photons by the space-based detector is possible, are analyzed with consideration for waves on the ocean surface.

**Keywords:** ultrahigh-energy cosmic rays, extensive air showers, Cherenkov radiation, Monte Carlo simulation.

**PACS:** 95.75.Pq, 95.85.Ry.

*Received 11 March 2011.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2011).

### Сведения об авторах

1. Шустова Ольга Павловна — аспирант; тел.: (495) 939-11-58, e-mail: olga.shustova@gmail.com.

2. Калмыков Николай Николаевич — докт. физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-23-69, e-mail: kalm@eas.sinp.msu.ru.

3. Хренов Борис Аркадьевич — докт. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-57-34, e-mail: bkhnov@yandex.ru.