

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

**Определение характерных масштабов турбулентности с использованием расходящегося лазерного пучка**М. С. Андреева<sup>1,a</sup>, А. В. Корябин<sup>2,b</sup>, В. А. Куликов<sup>1</sup>, В. И. Шмальгаузен<sup>1</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики и волновых процессов. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.<sup>2</sup>Международный учебно-научный лазерный центр МГУ.

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 62.

E-mail: <sup>a</sup>andreeva\_maria@mail.ru, <sup>b</sup>koryabin@ilc.edu.ru

Статья поступила 06.07.2011, подписана в печать 20.07.2011

Метод оценки параметров турбулентности, развитый ранее для коллимированного лазерного пучка, применен к случаю расходящегося пучка. Проведенная оценка основана на анализе корреляционных функций коэффициентов разложения Цернике фазы. Сделан вывод о применимости метода для оценки внутреннего масштаба в эксперименте с расходящимся пучком. В случае изотропной турбулентности возможна также оценка внешнего масштаба, проводимая по корреляционным функциям низших мод.

*Ключевые слова:* расходящиеся пучки, турбулентность, внешний масштаб, диагностика турбулентности, внутренний масштаб турбулентности, моды Цернике.

УДК: 621.378.325.535.3. PACS: 42.62.Fi, 42.25.Dd, 42.68.Bz.

**Введение**

Фаза лазерного пучка при прохождении турбулентного слоя искажается неоднородностями показателя преломления [1]. Задачами исправления подобных искажений занимается адаптивная оптика [2, 3]. Из анализа статистики этих искажений можно извлечь информацию о природе турбулентности. Теория наиболее просто применима к плоской волне, что является хорошим приближением для описания коллимированных пучков. Однако использование таких пучков для диагностики не всегда возможно. На приземных и наклонных атмосферных трассах, а также в технологических и офтальмологических задачах часто используются расходящиеся лазерные пучки. Информация о параметрах турбулентности может быть получена из пространственного спектра флуктуаций или корреляционных функций фазы прошедшего турбулентный слой светового пучка. Существующие методы оптической диагностики турбулентной среды [4] основаны на различных теоретических представлениях о структуре турбулентности. Модель Колмогорова [5] учитывает только пространственное распределение структурной характеристики показателя преломления  $C_n^2$ . Такой подход значительно упрощает вычисления и вместе с тем вполне достаточен для многих задач. Однако он не дает полного описания турбулентных эффектов и не всегда соответствует эксперименту. При анализе экспериментальных данных используют такие параметры турбулентности, как внутренний и внешний масштабы [6–8], не учитываемые в Колмогоровской модели.

Оптические методы оценки параметров турбулентности основаны на амплитудных [9] или фазовых измерениях [10]. Для оценок, выполняемых по фазовым измерениям, обычно используют характеристики, зависящие одновременно от обоих масштабов турбулентно-

сти и величины  $C_n^2$ , что сильно затрудняет определение этих параметров. В настоящей работе используется методика последовательной оценки параметров турбулентности [11], основанная на анализе корреляционных функций фазы.

В теории Колмогорова структурные функции мод Цернике для коллимированных и расходящихся пучков пропорциональны, а корреляционные совпадают. При учете конечных внешнего и внутреннего масштабов совпадение корреляционных функций может нарушаться. В работе ставилась задача проверки этого свойства на модели турбулентного слоя в водной ячейке.

Оценка параметров изотропной турбулентности по корреляционным функциям фазы расходящихся пучков совпала с аналогичной оценкой, сделанной по коллимированным пучкам.

**Постановка задачи**

Разложим фазу по ортонормированному набору полиномов Цернике [12]

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(t) Z_j(\mathbf{r}/R),$$

где  $\phi$  — фаза в круговой апертуре,  $Z_j$  — ортонормированный набор полиномов Цернике,  $r$  — радиус-вектор,  $R$  — радиус апертуры. Мода с  $j = 0$  называется «поршнем» и соответствует постоянной фазе, которая не влияет на изображение. Обычно эта мода игнорируется. Суммирование начинается с наклона по  $y$  ( $j = 1$ ).

Корреляционная функция коэффициентов Цернике фазы двух пучков в самом общем виде дается выражением

$$K_j = \frac{\langle a_{1j} a_{2j} \rangle}{\langle a_{1j}^2 \rangle}$$

и в силу нормировки не зависит от дисперсии фазовых флуктуаций (интенсивности турбулентности в Колмогоровской модели). Предполагается справедливым равенство  $\langle a_{1j} \rangle^2 = \langle a_{2j} \rangle^2$ , которое выполняется в эксперименте в пределах ошибки измерений. В теории  $K_j$  является сложным интегральным выражением, зависящим от параметров турбулентности. Для разных моделей турбулентности  $K_j$  имеет различные представления. В силу трудности аналитических вычислений корреляционные функции обычно рассчитывают для тонкого однородного слоя. Это приближение вполне подходит для коллимированных пучков в однородном по распределению  $C_n^2$  турбулентном слое. Для расходящихся пучков справедливость такого приближения требует экспериментальной проверки.

Для учета обоих масштабов турбулентности используют модель фон Кармана–Татарского. Выражение для корреляционных функций в этом случае получено в [16]:

$$\langle a_{1j} a_{2j}(\mathbf{S}) \rangle = A(n+1) \int_0^\infty \exp\{-q^2 k^2\} (J_0(2Sk) + pJ_2(2Sk)) \times \frac{J_{n+1}^2}{k(k^2 + k_0^2)^{11/6}} dk, \quad (1)$$

где  $k_0 = 1/L_0$ ,  $L_0$  — внешний масштаб турбулентности,  $l_m$  — внутренний масштаб турбулентности,  $q = 1/l_m$ ,  $k_m = \alpha/l_m$ ,  $\alpha$  — некоторая константа,  $J$  — функции Бесселя соответствующего порядка,  $p = 0, -1, +1$  в зависимости от номера моды Цернике;  $R$  — радиус апертур,  $\mathbf{S}$  — вектор, соединяющий центры двух приемных апертур, лежащих в одной плоскости. Это выражение

получено для тонкого однородно слоя турбулентной среды.

При  $k_0 \rightarrow 0$  выражение (1) описывает модель Татарского, при  $k_m \rightarrow \infty$  переходит в модель фон Кармана, при выполнении обоих условий отвечает случаю Колмогоровской турбулентности. Рассматривая параметры  $k_0$  и  $k_m$  как подгоночные, возможно оценить их величину по экспериментально измеренным корреляциям фазы. Методика такой оценки изложена в [11]. Она основана на двух особенностях регистрируемых корреляций. Во-первых, внешний масштаб турбулентности, превосходящий размер приемной апертуры, практически не влияет на корреляционные функции мод Цернике выше второго радиального порядка. Во-вторых, корреляционные функции всех рассмотренных мод Цернике заметно зависят от изменений внутреннего масштаба турбулентности, только если он сравним с диаметром апертуры.

На рис. 1 показаны примеры корреляционных функций мод Цернике первого и третьего порядков, иллюстрирующие идею оценки характерных масштабов. Численный расчет проведен по формуле (1). Из рис. 1, а видно, что корреляция 7-й моды (как и всех остальных мод 3-го порядка) практически не зависит от изменения внешнего масштаба. С другой стороны, на рис. 1, б показана корреляция 7-й моды, существенно зависящая от изменения внутреннего масштаба. На рис. 1, в, г показана зависимость мод низших порядков от изменения как внутреннего, так и внешнего масштабов турбулентности (на примере 1-й моды Цернике). Таким образом, при проведении оценок целесообразно сначала определить внутренний масштаб по корреляциям старших мод, а затем внешний по корреляциям младших.

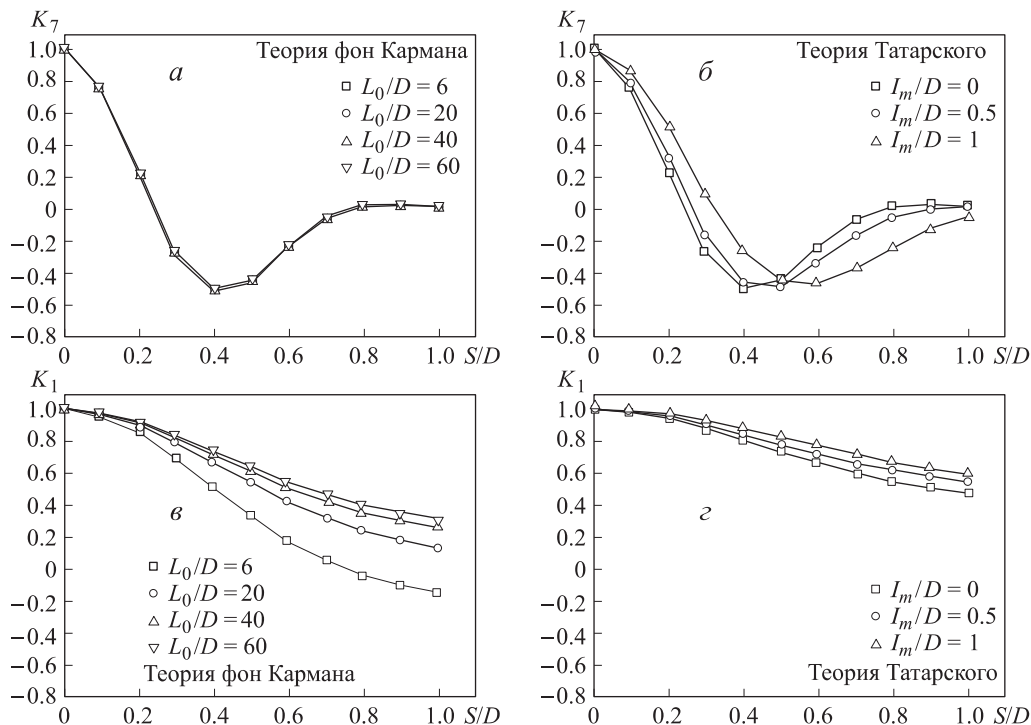


Рис. 1. Зависимость корреляционных функций коэффициентов Цернике фазы пучка от параметра разнесения  $S/D$  ( $S$  — расстояние между центрами апертур,  $D$  — диаметр апертур): а —  $j = 7$ ,  $L_0/D = 60, 40, 20, 6$ ; кривые получены в модели фон Кармана; б —  $j = 7$ ,  $l_m/D = 0, 0.5, 1$ ; кривые получены в модели Татарского; в —  $j = 1$ ,  $L_0/D = 60, 40, 20, 6$ ; кривые получены в модели фон Кармана; г —  $j = 1$ ,  $l_m/D = 0, 0.5, 1$ ; кривые получены в модели Татарского

### Описание экспериментальной установки

В жидкостной ячейке, конструктивно подобной [17,18], создавалась турбулентность, которая в дальнейшем описывалась в приближении тонкого турбулентного слоя. Возможность такого представления обусловлена малым размером кюветы по сравнению с дифракционной длиной. Также предполагается, что внутри жидкостной ячейки параметры турбулентности однородны. Подробно методика такого эксперимента и схема установки описана в [18]. Прямоугольная ячейка из оптического стекла заполнялась водой. Длина ячейки была 34 см, ширина 21 см. Высота слоя жидкости между пластинами была равна 10 см. Турбулентность создавалась разностью температур между нагревателем и холодильником.

Волновой фронт лазерного излучения, прошедшего через жидкостную ячейку, регистрировался датчиком типа Шака–Гартмана. Входная апертура датчика имела диаметр 30 мм. Датчик содержал 1500 субапертур, его пространственное разрешение составляло около 0.75 мм. Программное обеспечение датчика позволяло по измеренным на субапертурах локальным наклонам восстановить фазовый профиль пучка на приемной апертуре и представить его в виде разложения по полиномам Цернике. Лазерный пучок направлялся перпендикулярно одной из граней кюветы и перпендикулярно направлению возможного течения. Перетяжка диаметром 0.5 мм была сформирована на одной из граней ячейки. При дальнейшем распространении через кювету пучок расширялся, достигая на другой грани (21 см оптического пути) диаметра 2.6 см.

Для измерения корреляций фазы в восстановленном распределении выделялись две виртуальные круговые апертуры 15 мм в диаметре, которые можно смещать

друг относительно друга на некоторое расстояние  $S$ . Разнесение апертур осуществлялось вдоль вертикальной оси. По значениям фазы на этих апертурах рассчитывались корреляционные функции фазовых искажений.

### Результаты

Была проведена серия экспериментов по измерению корреляционных функций фазы лазерных пучков со сферическим волновым фронтом для разностей температур  $dt = 10, 15$  и  $20^\circ\text{C}$ . Абсолютное значение температуры холодильника и нагревателя в течение эксперимента изменялось на величину, не превышающую один градус. Было отмечено возникновение слабой анизотропии крупномасштабной турбулентности, которая проявлялась в различии продольных корреляций мод первого порядка для направлений  $x$  и  $y$  при увеличении разности температур. При  $dt = 20^\circ\text{C}$  анизотропия становится вполне заметной. Мелкомасштабные неоднородности остаются изотропными. Мы связываем это с тем, что мелкомасштабные неоднородности, в отличие от крупномасштабных, не чувствуют границ кюветы. Было проведено четыре серии измерений для каждой разности температур. Каждая серия включала 2048 «снимков» фазы. Приведенные данные усреднены по всем реализациям. Полученные данные сравниваются между собой и с теоретическим расчетом. Мы ограничились первыми тремя радиальными порядками полиномов Цернике, т.е. первыми девятью модами. Результаты для мод третьего порядка представлены на рис. 2.

Видно, что в пределах ошибки моды практически неразличимы, что указывает на независимость статистики мелкомасштабных флуктуаций от разности тем-

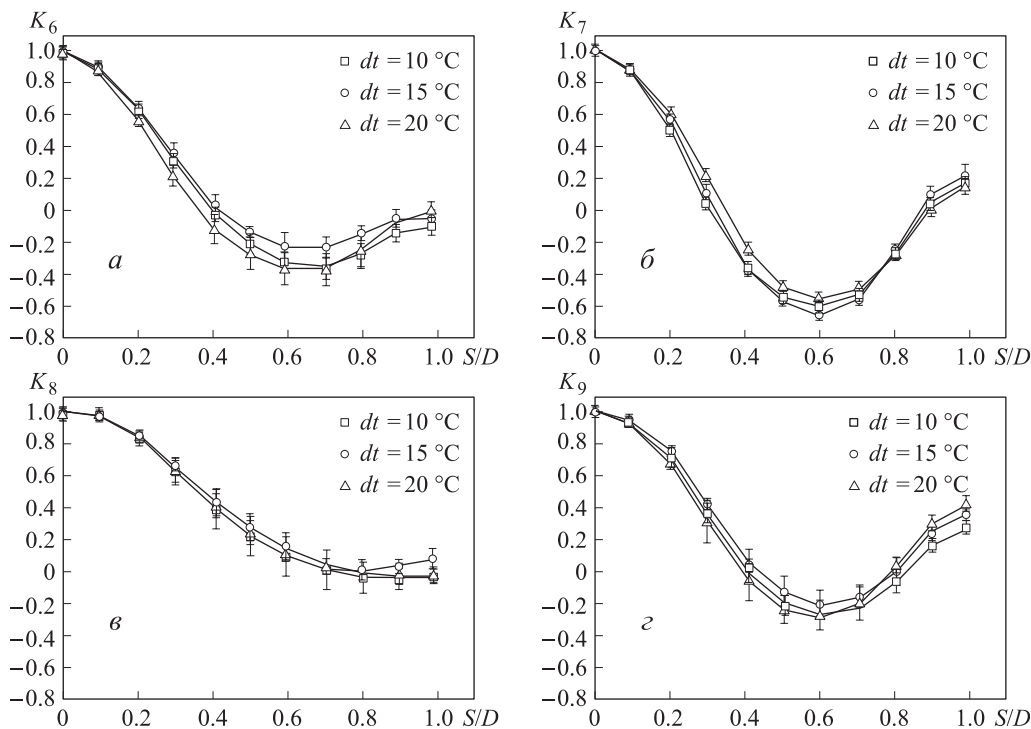


Рис. 2. Зависимость корреляционных функций коэффициентов Цернике фазы пучка от параметра разнесения  $S/D$  при разностях температур  $dt = 10, 15, 20^\circ\text{C}$  (эксперимент);  $j = 6$  (а), 7 (б), 8 (в) и 9 (г)

## Оценка характерных масштабов

Разность температур $dt$ , °C	Коллимированный пучок			Расходящийся пучок		
	$l_m$ , см	$L_0$ , см по $K_1$	$L_0$ , см по $K_2$	$l_m$ , см	$L_0$ , см по $K_1$	$L_0$ , см по $K_2$
10	1–2	4–9	6–10	1–2	5–10	3–8
15	1–2	1.5–2.5	2–3	1–2	4–7	3–5
20	1–2	12–20	3–6	1–2	6–9	4–12

ператур. Выполненные оценки внутреннего масштаба дают величину около  $15 \text{ мм} \pm 5 \text{ мм}$  для всех температурных режимов. Эта величина близка к оценкам, полученным ранее оптическими методами [19].

Считая внутренний масштаб известным, можно оценить величину внешнего масштаба. Полученные оценки сравнивались с аналогичными оценками, выполненными для коллимированных пучков [11]. Так как теория тонкого слоя больше соответствует коллимированным пучкам, оценки по ним можно считать эталонными. Оценка внутреннего масштаба совпадает с полученной по коллимированному пучку. Наличие в таблице двух оценок величины внешнего масштаба (по наклонам  $y$  и  $x$ ) связано с появляющейся при температурах выше  $dt = 10^\circ\text{C}$  анизотропией турбулентности и возникающего различия в коррелированности фазы вдоль разных направлений.

## Заклучение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о возможности оценки внутреннего масштаба по расходящимся пучкам. Оценки внешнего масштаба близки к выполненным по коллимированным пучкам при  $dt = 10^\circ\text{C}$  и расходятся при  $dt = 15, 20^\circ\text{C}$  с появлением анизотропии. Таким образом, оценка величины внешнего масштаба по расходящимся пучкам возможна в случае изотропной турбулентности.

## Список литературы

1. Клиффорд С.Ф., Грачева М.Е., Гурвич А.С. и др. Распространение лазерного пучка в атмосфере. М., 1981.
2. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. М., 1986.
3. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М., 1985.
4. Чукин В.В. Исследование атмосферы методом электромагнитного просвечивания. СПб., 2004.
5. Колмогоров А.Н. // ДАН СССР. 1941. **30**, № 4. С. 299.
6. Татарский В.И. Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. М.: Изд. Акад. наук СССР, 1959.
7. Kármán T. von // J. Mar. Res. 1948. **7**. P. 252.
8. Kármán T. von, Lin C.C. Advances in Applied Mechanics / Ed. by R. von Mises and T. von Kármán. Academic Press, 1951. **2**. P. 1.
9. Шереметьева Т.А., Филиппов Г.Н. // Оптика атмосферы и океана. 2001. **14**, № 5. С. 432.
10. Humphreys R.A., Primmerman C.A., Bradley L.C. et al. // Optics letters. 1991. **16**, N 18. P. 1367.
11. Куликов В.А., Андреева М.С., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. // Нанотехнологии: разработка, применение. 2010. **2**, № 3. С. 3.
12. Noll R.J. // J. Opt. Soc. Amer. 1976. **66**. P. 207.
13. Hu P.H., Stone J., Stanley T.J. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1989. **6**, N 10. P. 1595.
14. Takato N., Yamaguchi I.J. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1995. **12**, N 5. P. 958.
15. Belen'kii M.S. // J. Opt. Soc. Am. A. 1996. **13**, N 5. P. 1078.
16. Andrews L.C., Phillips R.L. Laser Beam Propagation through Random Media. Billingham: SPIE Optical Engineering Press, 1998.
17. Гурвич А.С., Каллистратова М.А., Мартвель Ф.Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. **20**, № 7. С. 1020.
18. Ирошников Н.Г., Ларичев А.В., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 5. С. 74.
19. Maccioni A., Dainty J.C. // J. Modern Optics. 1997. **44**, N 6. P. 1111.

## Turbulent scale diagnostic by means of divergent laser beam

M. S. Andreeva<sup>1,a</sup>, A. V. Koryabin<sup>2,b</sup>, V. A. Kulikov<sup>1</sup>, V. I. Shmalhausen<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of General Physics and Wave Processes, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

<sup>2</sup>International Laser Center, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: <sup>a</sup>andreeva\_maria@mail.ru, <sup>b</sup>koryabin@ilc.edu.ru.

Turbulent scale diagnostic method is used in the case of divergent laser beam. Originally this method was developed for collimated laser beams. The method is based on the analyses of correlation functions of Zernike expansion coefficients of received beam phase. The results obtained show that the method could be used for the estimation of turbulent inner scale. In the case of isotropic turbulence the method may also be applied for the estimation of the turbulent outer scale.

**Keywords:** turbulent inner scale, turbulent outer scale, divergent laser beam, Zernike modes, turbulent diagnostic. PACS: 42.62.Fi, 42.25.Dd, 42.68.Bz.

Received 6 July 2011.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2011).

## Сведения об авторах

1. Андреева Мария Сергеевна — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; тел.: (495) 939-33-06, e-mail: andreeva\_maria@mail.ru.
2. Корябин Александр Васильевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-33-06, e-mail: koryabin@ilc.edu.ru.
3. Куликов Виктор Алексеевич — аспирант; тел.: (495) 939-33-06, e-mail: vkulik@mail.ru.
4. Шмальгаузен Виктор Иванович — докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор тел.: (495) 939-33-06, e-mail: vschm@optics.ru.