

РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

Коэффициент усиления вынужденного рассеяния двумерно локализованной волны накачки при произвольных углах рассеянияД. К. Солихов^{1,a}, К. Н. Овчинников², С. А. Двинин^{3,b}¹Таджикский национальный университет, физический факультет.

Таджикистан, 734025, Душанбе, просп. Рудаки, д. 17.

²Физический институт имени П. Н. Лебедева РАН.

Россия, 119991, Москва, Ленинский просп., д. 53.

³Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физической электроники. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.E-mail: ^adavlat56@mail.ru, ^bdvinin@phys.msu.ru

Статья поступила 20.09.2011, подписана в печать 10.10.2011

В задаче вынужденного рассеяния двумерно локализованной волны накачки найдена зависимость коэффициента пространственного усиления от угла рассеяния и интенсивности накачки. Предложено описание коэффициента усиления при произвольных соотношениях между длиной свободного пробега звуковой волны и поперечным размером области взаимодействия.

Ключевые слова: вынужденное комбинационное рассеяние, ВКР, ВРМБ, SBS, SRS, ионно-звуковой, ионный звук, Манделштама–Бриллюэна.

УДК: 533.951; 533.9.082.5. PACS: 52.38.Bv.

Введение

Процесс вынужденного рассеяния двумерно локализованной волны накачки рассматривался в работах [1, 2], где были изучены закономерности вынужденного рассеяния под прямым углом. В этих работах было установлено, что если размер области локализации волны накачки в поперечном направлении превышает некоторую пороговую величину, зависящую от интенсивности волны накачки, то возникает конвективная неустойчивость в продольном направлении (вдоль лазерного луча). Позднее в [3] было изучено поведение порога вынужденного рассеяния под углами, изменяющимися в пределах от нуля до $\pi/2$. В частности, было установлено, что рассеяние под прямым углом имеет наименьший порог в изученной области углов.

В настоящей работе изучен коэффициент пространственного усиления для вынужденного рассеяния в двумерно локализованной волне накачки под углами рассеяния, изменяющимися в пределах от нуля до $\pi/2$, при произвольных соотношениях между поперечным размером области взаимодействия, длинами свободных пробегов неустойчивых волн и интенсивностью накачки.

Расчет коэффициента пространственного усиления

Рассмотрим процесс вынужденного рассеяния, в котором локализованная в двумерной области волна накачки, имеющая частоту ω_0 и волновой вектор \mathbf{k}_0 , распадается на ионно-звуковую волну с частотой ω_1 , волновым вектором \mathbf{k}_1 , групповой скоростью v_1 , декрементом γ_1 и поперечную электромагнитную волну с частотой ω_2 , волновым вектором \mathbf{k}_2 , групповой скоростью v_2 , декрементом γ_2 . При этом частоты и волновые

векторы всех трех волн связаны соотношениями

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2, \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2.$$

Будем предполагать, что волновой вектор \mathbf{k}_0 направлен вдоль оси x , а волновые векторы \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 составляют с положительным направлением оси x углы θ_1 и $-\theta_2$ соответственно.

Будем рассматривать область локализации волны накачки, которая имеет вид бесконечной вдоль оси x полуполосы (рис. 1).

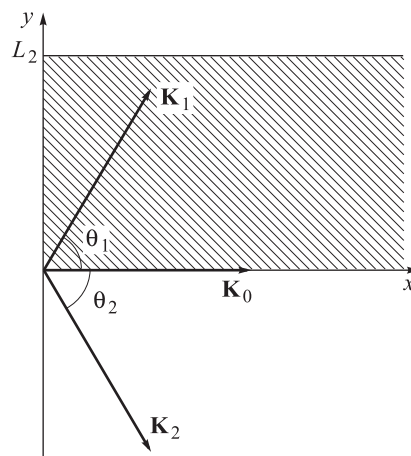


Рис. 1. Область взаимодействия волн и ориентация волновых векторов

В условиях, когда $\omega_1 \ll \omega_2$, имеем следующую связь между углами $\theta_1 = \pi/2 - \theta_2/2$. Угол рассеяния θ_2 может меняться в пределах $0 < \theta_2 < \pi/2$.

Введем обозначения $l_s = v_1/\gamma_1$, $l_l = v_2/\gamma_2$ для длин свободного пробега звуковой и рассеянной поперечной электромагнитной волн соответственно [1], а также

характерную длину $l_E = \sqrt{v_1 v_2 / (\alpha_0 \beta)}$, которая определяется интенсивностью накачки. Здесь не зависящие от угла θ_2 коэффициенты α_0 и β определяют параметрическую связь волн и линейно зависят от амплитуды волны накачки. Отметим, что чем выше интенсивность накачки, тем меньше длина l_E .

Система уравнений, описывающая процесс вынужденного рассеяния двумерно локализованной волн накачки, получена в работах [1–3]. В рассматриваемой геометрии (рис. 1) амплитуда звуковой волны равна нулю на входе этой волны в область взаимодействия ($x = 0$, $0 \leq y \leq L_2$) и ($y = 0$, $0 \leq x < \infty$), а амплитуда поперечной электромагнитной волны постоянна на входе в область взаимодействия ($x = 0$, $0 \leq y \leq L_2$) и ($y = L_2$, $0 \leq x < \infty$).

Для нахождения коэффициента усиления рассеянной поперечной волны используем уравнение [4]

$$\text{sh}(\varphi + \lambda \text{sh} \varphi) = 0, \quad (1)$$

корни которого p определяют значения коэффициента усиления $\gamma = \text{Re } p$. В уравнении (1) использованы обозначения [3]

$$\lambda = \frac{L_2}{l_E \cos(\theta_2/2)}, \quad \text{ch} \varphi = \frac{l_E}{2l_s} \left(1 + \frac{l_s}{2l_t} \frac{1 + p l_t}{\sin(\theta_2/2)} \right),$$

где L_2 — поперечный размер области взаимодействия. Заменяя $\varphi = u + iv$ и отделив в уравнении (1) действительную и мнимую части, получим [4]

$$\begin{aligned} u + \lambda \text{sh} u \cos v &= 0, \\ v + \lambda \text{ch} u \sin v &= \pi n, \end{aligned}$$

где $n = 1, 2, \dots$ — номер неустойчивой моды. Тогда коэффициент усиления принимает вид

$$\gamma = 2 \sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \left(\frac{2}{l_E} \text{ch} u \cos v - \frac{1}{l_t} \right) - \frac{1}{l_t}.$$

Решения с $\gamma > 0$ возможны только при $u = 0$, поэтому для нахождения коэффициента усиления используем следующие соотношения:

$$v + \frac{L_2}{l_E \cos(\theta_2/2)} \sin v = \pi n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

$$\gamma l_E = 4 \sin(\theta_2/2) \left[\cos v - \frac{l_E}{2l_s} \left(1 + \frac{l_s}{2l_t \sin(\theta_2/2)} \right) \right]. \quad (3)$$

Ранее [3] было найдено зависящее от угла рассеяния и интенсивности накачки пороговое значение параметра $\lambda_{\text{th}}(\theta_2, l_E)$, при превышении которого возникают решения с положительным коэффициентом пространственного усиления

$$\frac{L_2}{l_E \cos(\theta_2/2)} > \lambda_{\text{th}}(\theta_2, l_E).$$

Согласно [3], при выполнении неравенства

$$\frac{l_E}{2l_s} \left(1 + \frac{l_s}{2l_t \sin(\theta_2/2)} \right) \ll 1 \quad (4)$$

выражение для порогового значения λ_{th} имеет вид [1, 3]

$$\lambda_{\text{th}}(\theta_2, l_E) = \pi(n - 1/2) + \frac{l_E}{2l_s} \left(1 + \frac{l_s}{2l_t \sin(\theta_2/2)} \right). \quad (5)$$

Для большинства сред выполняется неравенство $l_s \ll l_t$, поэтому неравенство (4) в широкой области немалых углов рассеяния θ_2 будет эквивалентно условию слабого затухания $l_E \ll 2l_s$, при котором интенсивность накачки достаточно велика для того, чтобы характерная длина, на которой происходит усиление волн, была мала по сравнению с характерной длиной свободного пробега звуковой волны.

В противоположном предельном случае слабой интенсивности накачки (или сильного затухания звука), когда выполнено условие

$$l_E \gtrsim 2l_s,$$

а также в области малых углов рассеяния, имеем [3]

$$\lambda_{\text{th}}(\theta_2, l_E) = \frac{\pi n}{\sqrt{2(1 - (l_E/2l_s)(1 + l_s/(2l_t \sin(\theta_2/2))))}}.$$

При незначительном превышении параметра λ над пороговым значением $\lambda_{\text{th}}(\theta_2, l_E)$ в случае слабого затухания (5) для коэффициента усиления из соотношений (2), (3) находим

$$\gamma l_E = 4 \sin(\theta_2/2) (\lambda - \lambda_{\text{th}}(\theta_2, l_E)). \quad (6)$$

Такой случай реализуется в сильных полях при малом поперечном размере области взаимодействия $L_2 \ll \pi l_s$ и $L_2 \sim l_E$.

В общем случае соотношения (2) и (3) были проанализированы численно. Рис. 2 демонстрирует зависимость величины γl_E от отношения l_E/l_s в условиях, когда поперечный размер области взаимодействия значительно превосходит длину свободного пробега звуковой волны $L_2 = 10l_s$ при $n = 1$. Согласно рис. 2, в области с положительными значениями γ выполнено неравенство $l_E/l_s < 2$. Следовательно, рис. 2 отвечает большим значениям параметра $\lambda > L_2/l_s = 5$. Приближенное решение уравнения (2) в пределе $\lambda \gg 1$ с точностью до λ^{-1} имеет вид [1, 3] $v \approx \pi n / \lambda$, что позволяет получить следующее предельное выражение для коэффициента пространственного усиления:

$$\begin{aligned} \gamma l_E &= 4 \sin(\theta_2/2) \times \\ &\times \left[1 - \frac{l_E}{2l_s} \left(1 + \frac{l_s}{2l_t \sin(\theta_2/2)} \right) - \frac{\pi^2 n^2 l_s^2}{2L_2^2} \cos^2(\theta_2/2) \frac{l_E^2}{l_s^2} \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

Формула (7) демонстрирует линейное уменьшение величины γl_E с ростом отношения l_E/l_s , на фоне которого проявляется малая, как λ^{-2} , квадратичная поправка l_E^2/l_s^2 . При этом с уменьшением угла рассеяния θ_2 падает как скорость линейного уменьшения, так и само значение γ .

Анализ формулы (7) показывает, что эта формула объясняет поведение коэффициента усиления, отвечающего рис. 2.

Рис. 3, построенный для случая $L_2 = l_s$ и $n = 1$, качественно повторяет закономерности рис. 2, однако теперь уменьшение величины γl_E с ростом l_E/l_s становится существенно нелинейным. Действительно, здесь для области, где коэффициент усиления положителен, справедлива оценка $l_E/l_s < 0.8$, поэтому для величины параметра λ имеем следующую оценку $\lambda > (l_s/l_E)(L_2/l_s) > 1$. В условиях $\lambda \gtrsim 1$ формулу (7)

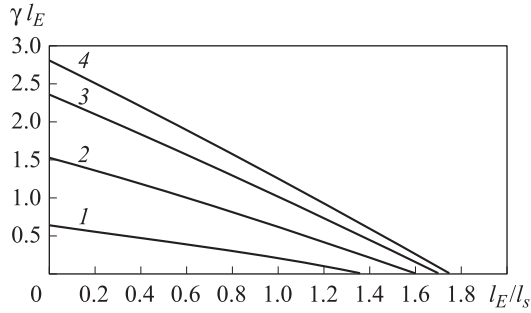


Рис. 2. Зависимость безразмерного коэффициента усиления γl_E от l_E/l_s для $n=1$ и различных углов рассеяния при $L_2 = 10l_s$: 1 — $\theta_2 = \pi/10$; 2 — $\theta_2 = \pi/4$; 3 — $\theta_2 = 2\pi/5$; 4 — $\theta_2 = \pi/2$

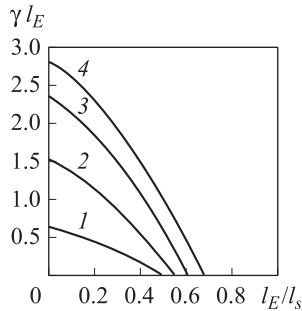


Рис. 3. Зависимость безразмерного коэффициента усиления γl_E от l_E/l_s для $n=1$ и различных углов рассеяния при $L_2 = l_s$: 1 — $\theta_2 = \pi/10$; 2 — $\theta_2 = \pi/4$; 3 — $\theta_2 = 2\pi/5$; 4 — $\theta_2 = \pi/2$

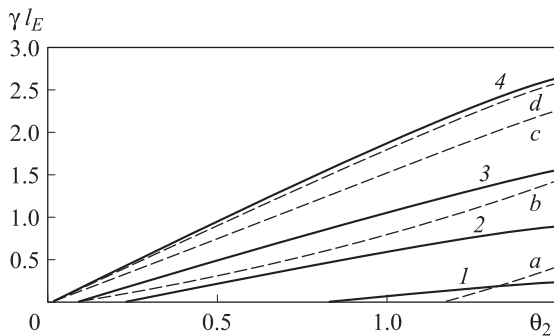


Рис. 4. Зависимость безразмерного коэффициента усиления γl_E от угла рассеяния для $n=1$ и различных значений интенсивности накачки при $L_2 = l_s$ (штриховые кривые): а — $l_E/l_s = 0.6$; б — $l_E/l_s = 0.4$; с — $l_E/l_s = 0.2$; д — $l_E/l_s = 0.1$ и при $L_2 = 10l_s$ (сплошные кривые): 1 — $l_E/l_s = 1.6$; 2 — $l_E/l_s = 1.2$; 3 — $l_E/l_s = 0.8$; 4 — $l_E/l_s = 0.1$

следует использовать только для качественного описания рис. 3.

Рис. 4 демонстрирует зависимость коэффициента усиления от угла рассеяния для $n=1$ и для некоторых значений параметра l_E/l_s . Случаю большого поперечного размера области взаимодействия, когда $L_2 = 10l_s$ и $\lambda \gg 1$, отвечают сплошные кривые на рис. 4, а случаю $L_2 = l_s$ ($\lambda \gtrsim 1$) — штриховые. Согласно формуле (7), зависимость коэффициента усиления от угла имеет вид $A \sin(\theta_2/2)$, где множитель A слабо зависит от угла при малых значениях l_E/l_s (кривая 4). С ростом l_E/l_s , согласно (7), степень зависимости множителя A

от угла возрастает, что приводит к отклонению кривых 3, 2 и 1 от вида $\sin(\theta_2/2)$.

Штриховые кривые на рис. 4 также качественно могут быть поняты исходя из формулы (7) — кривая d отвечает достаточно сильному полю накачки $l_E/l_s = 0.1$, для которой справедлива оценка $\lambda \gtrsim 10L_2/l_s = 10$. Поэтому кривая d имеет вид $\sin(\theta_2/2)$. Для кривых c , b и a параметр l_E/l_s увеличивается, что приводит к значениям $\lambda \gtrsim 1$ и в соответствии с формулой (7) ведет к отклонению этих кривых от формы $\sin(\theta_2/2)$.

Формулы (6), (7) являются обобщением на случай переменного угла рассеяния соответствующих формул работ [1, 3].

Из анализа рис. 3 и рис. 4, а также формулы (7) следует, что, во-первых, при заданной интенсивности накачки в области углов рассеяния $0 < \theta_2 < \pi/2$ коэффициент усиления для рассеяния под прямым углом будет максимален и, во-вторых, для коэффициента усиления в сильном поле накачки, когда $l_E \ll \min(2l_s, L_2)$, имеем универсальное соотношение, которое не зависит от отношения L_2/l_s :

$$\gamma = 4 \sin(\theta_2/2)/l_E.$$

Заключение

В рассмотренной задаче вынужденного рассеяния двумерно локализованной волны накачки найдена зависимость коэффициента пространственного усиления от угла рассеяния и интенсивности накачки.

Получены аналитические выражения для коэффициента усиления в случае, когда поперечный размер области взаимодействия волн значительно превышает длину свободного пробега звуковой волны. Проведено сравнение аналитических и численных результатов и показана возможность качественного описания коэффициента усиления полученным аналитическим выражением и при умеренном поперечном размере области взаимодействия, когда он сравним с длиной свободного пробега звуковой волны.

Предложена аналитическая зависимость для коэффициента усиления в случае узкой области, когда ее поперечный размер много меньше, чем длина свободного пробега звука, а интенсивность накачки достаточно велика так, что длина свободного пробега звуковой волны значительно превосходит длину, необходимую накачке для усиления рассеяния.

Для случая сильной накачки, когда длина, необходимая для усиления рассеяния, мала по сравнению как с поперечным размером области взаимодействия, так и с удвоенной длиной свободного пробега звука, для коэффициента пространственного усиления найдена универсальная зависимость от угла рассеяния и интенсивности накачки, не зависящая от поперечного размера области взаимодействия.

Авторы выражают благодарность С. А. Урюпину за большое внимание к работе.

Работа К. Н. Овчинникова выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-02-00696).

Список литературы

1. Горбунов Л.М., Солихов Д.К. // Физика плазмы. 1984. **10**, № 4. С. 824.
2. Солихов Д.К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. **XXVII**, № 1. С. 34.
3. Овчинников К.Н., Солихов Д.К. // Крат. сообщ. по физике ФИАН. 2010. № 10. С. 3.
4. Горбунов Л.М. // ЖТФ. 1977. **47**, № 1. С. 36.

The gain of stimulated scattering of the two-dimensionally localized pump wave at arbitrary scattering angles

D. K. Solikhov^{1,a}, K. N. Ovchinnikov², S. A. Dvinin^{3,b}

¹ Faculty of Physics, Tajik National University, Pr. Rudaki 17, Dushanbe 734025, Tajikistan.

² Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskiy pr. 53, Moscow 119991, Russia.

³ Department of Physical Electronics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^a davlat56@mail.ru, ^b dvinin@phys.msu.ru.

For the task of stimulated scattering of the two-dimensionally localized pump wave the dependence of the spatial gain on scattering angle and pump intensity is found. A description of the gain at an arbitrary ratio between the free path length of the sound wave and the transverse dimension of the interaction region is proposed.

Keywords: stimulated combination scattering, SBS, SRS, ion-acoustic, ion sound, Brillouin scattering, Raman scattering.

PACS: 52.38.Bv.

Received 20 September 2011.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2012).

Сведения об авторах

1. Солихов Давлат Куватович — канд. физ.-мат. наук, декан физ. ф-та ТНУ; тел.: (99237) 237-51-90, e-mail: davlat56@mail.ru.
2. Овчинников Константин Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 135-78-08, e-mail: cobalt@kinetix.ru.
3. Двинин Сергей Александрович — докт. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-48-39, e-mail: dvinin@phys.msu.ru.