

ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Влияние ледового покрова водоема на развитие весеннего термобараН. С. Блохина^{1,a}, А. Е. Орданович^{2,b}*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,*¹*физический факультет, кафедра физики моря и вод суши;*²*механико-математический факультет, кафедра прикладной механики и управления.**Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1.**E-mail: ^ablokhinans@gmail.com, ^borda26@mail.ru*

Статья поступила 24.05.2011, подписана в печать 24.10.2011

Рассматривается особенность развития термобара и сопутствующих ему течений в пресном водоеме весной в период освобождения его ото льда. Построена математическая модель, позволяющая исследовать термогидродинамические процессы в водоеме, как свободном ото льда, так и частично покрытом льдом при различной толщине и длине ледового покрова. В случае водоема, покрытого льдом в его центральной области, выявлено три характерных фазы развития термобара. Показано, что в этой ситуации особенности течений в водоеме связаны с формированием глубинного конвективного вихря у кромки льда, который является барьером для перемещения термобара. Оценки скорости распространения термобара в разных фазах его развития показали, что до момента приближения термобара к глубинному вихрю она не зависит от наличия ледового покрова на поверхности водоема. Установлено, что время жизни термобара весной в водоеме, частично покрытом льдом и свободном ото льда, может отличаться в несколько раз в зависимости от толщины и длины ледяного покрова.

Ключевые слова: термобар, конвекция, математическое моделирование, пресный водоем, ледовый покров.

УДК: 532.517, 51-73, 556. PACS: 92.40.Cy.

Введение

Изучение механизмов, влияющих на формирование течений и процессов перемешивания в водоемах в различные периоды года, является одним из важнейших направлений гидрофизических исследований. К числу явлений, знание закономерностей которых необходимо для прогноза термического и динамического режима озер и водохранилищ, относится плотностное перемешивание, связанное с переходом воды через температуру максимальной плотности и образованием в связи с этим фронтального раздела — термического бара (ТБ) [1, 2].

Термобар образуется в пресных и солоноватых водоемах ($S \leq 24\text{‰}$) средних широт в период освобождения их от ледяного покрова и осенью в период ледостава. Весенний термобар возникает около берега, когда прибрежные воды прогреваются до температуры максимальной плотности. В пресных водоемах поверхностные воды, достигшие температуры 4°C (температура максимальной плотности), опускаются ко дну, формируя столб наиболее плотных вод — термобар. Взаимодействие прибрежных вод с температурой больше 4°C с холодными водами в глубоководной части водоема происходит в узкой фронтальной зоне, которая является фронтом термобара. Справа и слева от фронта возникают сходящиеся ячейки. Термобар разделяет водоем на прибрежную теплоактивную и глубинную теплоинертную области, где формируются различные по структуре динамические и термические поля. Он ограничивает обмен веществом между этими областями, что препятствует распространению загрязнений из

прибрежной зоны, влияя на экологическое состояние водоема.

Современное состояние исследований термического бара характеризуется достаточным количеством данных натурных измерений, единичными лабораторными экспериментами и небольшим количеством математических моделей (в том числе работ авторов), описывающих реальный процесс. Однако все имеющиеся работы по изучению особенностей течений и температурных распределений в водоеме в период существования в нем термобара, как правило, ограничиваются случаем, когда водоем полностью свободен от ледового покрытия. В то же время, как отмечено в работе [3], термический бар может возникнуть весной в водоеме, еще полностью не освободившемся ото льда. Лед, находящийся в глубинной центральной области водоема, замедляет нагрев водной массы и увеличение прибрежной теплоактивной области. Это в свою очередь влияет на формирование течений и распространение ТБ в водоеме.

В связи с этим изучение термогидродинамических процессов в водоемах в период существования в них термобара представляет научный и практический интерес.

Настоящая работа посвящена построению математической модели, позволяющей изучать термогидродинамические процессы в пресных водоемах, частично покрытых льдом в период формирования и развития весеннего термобара.

Постановка задачи

Для изучения динамики развития термобара весной рассматривается движение жидкости в области,

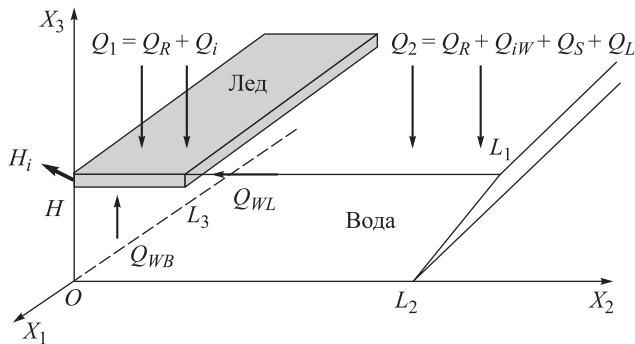


Рис. 1. Схема водоема. H — глубина водоема; L_1 — ширина по поверхности; L_2 — ширина по дну; L_3 — расстояние от центра водоема до границы вода-лед; $Q_1 = Q_R + Q_i$ и $Q_2 = Q_R + Q_{iW} + Q_S + Q_L$ — суммарные потоки тепла, приходящие на верхнюю границу льда и воды соответственно; Q_{WB} и Q_{WL} — потоки тепла от воды к нижней и боковой границам льда; H_i — толщина льда. Остальные обозначения даны в тексте

соответствующей половине водоема, симметричной относительно оси X_3 , вытянутой в направлении оси X_1 и имеющей наклонное дно (рис. 1).

Для описания термогидродинамических процессов в вязкой несжимаемой жидкости используется система уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска, уравнение теплопроводности, неразрывности и уравнение состояния для пресной воды в районе температуры аномальной плотности

$$\rho(T) = \rho_0(1 - \gamma(T - 4^\circ\text{C})^2). \quad (1)$$

Здесь T — температура, ρ и ρ_0 — плотность воды при температуре T и 4°C соответственно, $\gamma = 0.000085 \text{ град}^{-2}$.

Считается, что вдоль оси X_1 движение однородно, а крупномасштабные конвективные структуры, возникающие справа и слева от термобара, формируются в турбулентной среде. Для выделения крупномасштабных структур в турбулентной среде система уравнений термогидродинамики преобразуется согласно методике, предложенной в работе [4]. Все переменные в уравнениях представляются как сумма средних, упорядоченных и мелкомасштабных составляющих течений. После подстановки переменных в таком виде в уравнения термогидродинамики и соответствующих осреднений получаются системы уравнений для конвективных упорядоченных структур и мелкомасштабной составляющей потока. Система уравнений для мелкомасштабной составляющей не решается, а для замыкания первой системы уравнений вводится коэффициент турбулентной вязкости ν_T , следуя гипотезе Буссинеска. Для замыкания полученной системы используется ряд упрощенных предположений. Считается, что: а) коэффициенты турбулентного обмена постоянны во всей исследуемой области и много больше соответствующих молекулярных значений; б) турбулентное число Прандтля равно единице, т. е. $\lambda_T = \nu_T$. Для описания коэффициентов обмена используется широко известное соотношение Колмогорова: $\nu_T = C\varepsilon^{1/3}H^{4/3}$, где ε — средняя скорость диссипации турбулентной энергии, H — характерный линейный размер крупномасштабных образований, C — эмпирическая константа.

Подробно вывод окончательной системы уравнений и уравнения замыкания дан в работе [5]. При этом учитывалась однородность движения вдоль оси X_1 , что позволило записать исходную систему уравнений в переменных функции тока ψ и вихря φ .

С учетом сделанных предположений система уравнений термогидродинамики и уравнение замыкания в безразмерной форме в переменных ψ , φ и T приобретают вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_{4^\circ}) \frac{\partial T}{\partial x_2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right), \quad (3)$$

$$\Delta \psi = \varphi, \quad (4)$$

$$\mu^2 = \frac{C^3}{s} \int_s \left[4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 - (T - T_{4^\circ}) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds. \quad (5)$$

Здесь $\mu = \nu_T / H \sqrt{gH}$ — безразмерный коэффициент турбулентной вязкости, C — эмпирическая константа, s — площадь области решения задачи, T_{4° — безразмерное значение температуры максимальной плотности. При безразмеривании уравнений в качестве масштабов приняты: для расстояний — глубина водоема H , для температуры — $\sqrt{1/\gamma}$, для скорости — \sqrt{gH} , для времени — $\sqrt{H/g}$ (g — ускорение свободного падения).

Граничные условия для системы уравнений записываются следующим образом. На дне водоема и правой наклонной боковой границе условия прилипания и непроницаемости для скорости и отсутствия потока тепла соответственно имеют вид [11]

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0 \quad \text{и} \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0. \quad (6)$$

На левой границе области задаются условия симметрии для всех переменных

$$\frac{\partial T}{\partial x_2} = 0, \quad \psi = 0, \quad \varphi = 0. \quad (7)$$

На верхней границе для части водоема, свободного ото льда, граничные условия примут вид

$$-\mu \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_2^b, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x_2} = 0, \quad \varphi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = 0, \quad (8)$$

а подо льдом

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x_3} = 0, \quad T = 0. \quad (9)$$

Здесь $Q_2^b = Q_2/Q^b$, где в качестве масштабов потоков принята величина $Q^b = \sqrt{\gamma}/(c_o \rho_o \sqrt{gH})$.

Поток $Q_2 = Q_R + Q_{iW} + Q_S + Q_L$ состоит из Q_R — потока радиации, поступающей от Солнца; $Q_S = \rho_a c_p C_T (T - T_a) V$ — потока явного тепла; $Q_L = LC_q (q - q_a) V$ — потока скрытого тепла;

$Q_{iW} = \delta_w \sigma (T_K + T)^4 (0.39 - 0.05 e_a^{1/2}) (1 - 0.6n^2)$ — потока длинноволнового излучения с поверхности воды ($T_K = 273.15 \text{ K} = 0^\circ \text{C}$), учитывающего облачность и обратную радиацию при отсутствии облаков [6]. В этих выражениях $\delta_w = 0.93$ — излучающая способность воды; σ — постоянная Стефана–Больцмана; c_0 — теплоемкость воды; ρ_a — плотность воздуха; c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении; C_T и C_q — коэффициенты Стентона и Дальтона для переноса тепла и влаги соответственно; L — скрытая теплота парообразования; T_a и q_a — температура и удельная влажность воздуха; T и q — температура поверхности воды и удельная влажность вблизи ее поверхности; V — скорость ветра над поверхностью водоема; n — балл облачности; e_a — численное значение парциального давления водяного пара, измеренного в миллибарах при температуре T_a .

Выражение для скрытого потока тепла Q_L в зависимости от температуры подстилающей поверхности T может быть записано с учетом относительной влажности воздуха f и зависимости насыщающей влажности $\Phi(T_a)$ от температуры воздуха в виде [7, 8]

$$Q_L = LC_q(q - q_a)V = LC_q \left((1 - f)\Phi(T_a) + \frac{\partial \Phi}{\partial T}(T - T_a) \right) V.$$

Парциальное давление водяного пара e_a в выражении для Q_{iW} запишем через насыщающую упругость водяного пара E и f согласно соотношениям работы [9]. Тогда

$$Q_{iW} = \delta_w \sigma (T_K^4 + T) \times \left(0.39 - 0.05 \left(E(T_a) \frac{f}{100} \right)^{1/2} \right) (1 - 0.6n^2).$$

Толщина ледяного покрова H_i определяется из уравнения

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{Q_{WB} + Q_{WL} + Q_1}{L_i r_i}, \quad (10)$$

В уравнении (10) $Q_1 = Q_R + Q_i$ — суммарный поток тепла, состоящий из потока радиации от Солнца Q_R и $Q_i = \delta_i \sigma T_K^4 (0.39 - 0.05 e_a^{1/2}) (1 - 0.6n^2)$ — потока длинноволнового излучения с поверхности льда. Здесь $\delta_i = 0.98$, L_i и r_i — удельная теплота плавления и плотность льда. Потоки тепла, поступающие к нижней границе и кромке льда, Q_{WB} и Q_{WL} вычисляются по формулам согласно работе [10].

По мере прогрева водоема толщина льда уменьшается, лед тает, и ледовая кромка перемещается к центру водоема. На поверхности водоема, где в данный момент времени толщина льда равна нулю, задаются граничные условия (8).

В качестве начальных условий задаются распределения температуры, функции тока и вихря соответствующие расчетным полям для ситуации, когда термобар возник у самого берега, а центральная часть водоема частично покрыта льдом определенной толщины и длины или свободна от него.

Задача решается численно. Система уравнений (2)–(4), (10), граничные условия (6)–(9) и уравнение замыкания (5) записываются в конечно-разностном виде. Используется явная конечно-разностная схема. Уравнение Пуассона решается методом последователь-

ной верхней релаксации [11]. Расчеты проводятся на сетке 26×75 с шагом сетки 0.4 м по вертикали и 10 м по горизонтали.

Рассматривается движение жидкости в водоеме глубиной $H = 10 \text{ м}$ и шириной по поверхности $L_1 = 750 \text{ м}$ (половина водоема) (рис. 1) при различной толщине (1 и 3 см) и протяженности ледяного покрова (50 и 80 м).

Для выявления особенностей течения в водоеме в период развития термобара проводятся сравнения результатов расчетов для случаев, когда в начальный момент времени водоем полностью свободен ото льда и частично покрыт льдом для температуры атмосферы $T_a = 8^\circ \text{C}$, относительной влажности воздуха $f = 60\%$ и балла облачности $n = 0$. Поток солнечной радиации, поступающий на поверхность водоема, равняется $Q_R = 450 \text{ Вт/м}^2$. В результате расчетов получены поля распределения температуры T , функции тока ψ , скоростей течений в водоеме и др. На основе этих расчетов оценивается месторасположение термобара в различные моменты времени, время его жизни и скорость перемещения, время таяния ледяного покрова и другие характеристики течений. Так как качественно картина течений для различных параметров ледяного покрова развивается одинаково, проводится сравнение результатов расчетов для случая, когда в начальный момент времени лед имел толщину $h = 1 \text{ см}$ и длину $L_3 = 50 \text{ м}$ (шесть точек по оси абсцисс на рис. 2). Отметим, что на рис. 2 и 3 температура воды T обозначена в $^\circ \text{C}$, а по оси абсцисс и ординат отложены номера узлов расчетной сетки по горизонтали и вертикали соответственно.

Обсуждение результатов

Анализ результатов расчетов в водоеме, частично покрытом льдом, показал, что развитие термобара в нем можно разделить на три фазы. Первая фаза наблюдается в промежуток времени от начала расчета до момента полного таяния ледового покрова. Она связана с зарождением термического бара и формированием у кромки льда вихря, который охватывает область от поверхности до дна водоема. Вторая — с перемещением ТБ до вихревой структуры, сформировавшейся в районе ледового покрытия в центре водоема. Третья — с вытеснением прибрежной циркуляцией, ограниченной слева термическим баром, глубоководного вихря, сформировавшегося в районе ледового покрытия.

На рис. 2 представлены поля распределения температуры T и функции тока ψ в первой фазе развития течений и термобара в водоеме. Подо льдом наблюдается распределение температуры, соответствующее устойчивой стратификации (рис. 2, $t = 0.13 \text{ ч}$). Однако у кромки льда температура немного выше, чем в нижележащих слоях воды, что приводит к возникновению интенсивного глубинного вихря (ГВ) около центра водоема. Центр вихря совпадает с месторасположением кромки льда, а сам вихрь заходит за нее на $30\text{--}40 \text{ м}$. Он вращается в направлении движения циркуляции (по часовой стрелке), охватывающей в этот момент времени область от центра водоема до термического бара. Справа от ТБ наблюдается прибрежная циркуляция противоположного направления вращения. К моменту

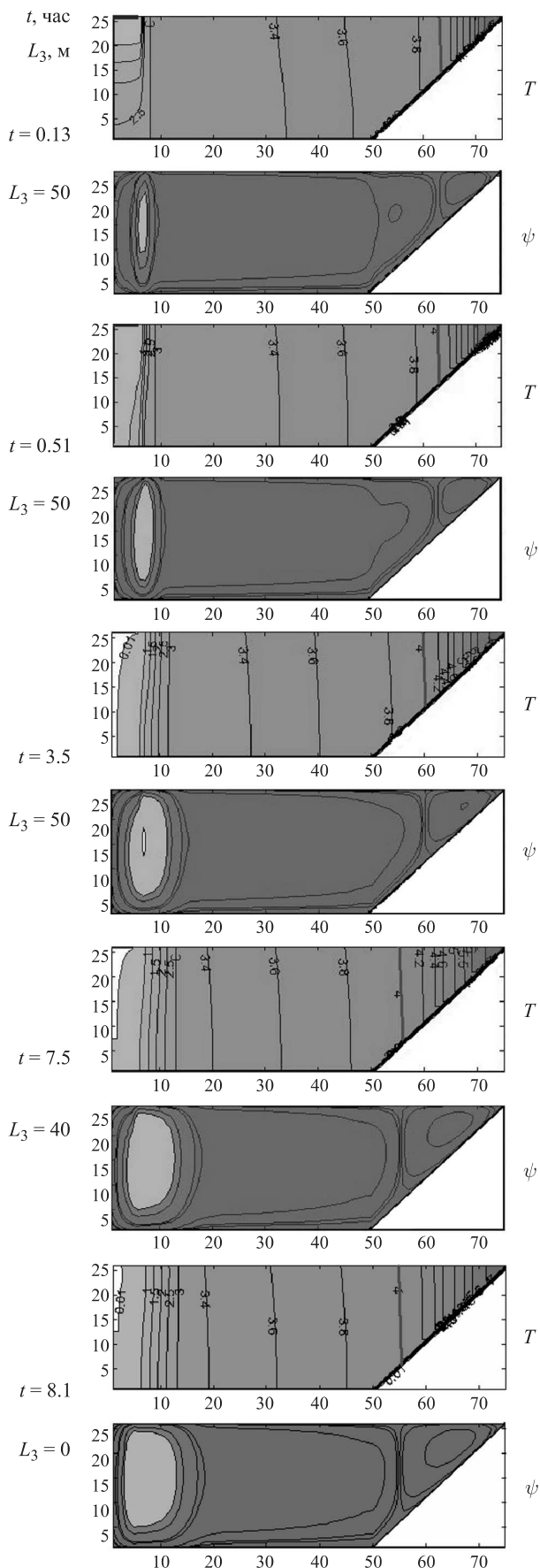


Рис. 2. Поля распределения температуры T и функции тока ψ в первой фазе развития термобара для случая водоема, частично покрытого льдом в центральной части в начальный момент времени

времени $t = 0.51$ ч ГВ становится более интенсивным, хотя ледовый покров еще не начинает уменьшаться по длине. Увеличение интенсивности этого вихря приводит к выравниванию температуры вблизи ледового покрытия по вертикали и возникновению большого горизонтального градиента температуры в этой области. Слева от ГВ он составляет около $0.1^\circ\text{C}/\text{м}$, а справа лишь $0.0014^\circ\text{C}/\text{м}$. Через 3.5 ч лед начинает таять. ГВ увеличивается в размере, достигает центра водоема и занимает область примерно в 2 раза большую, чем длина ледового покрытия в начальный момент времени (около 100 м). В течение нескольких часов, с 3.5 до 8.1 ч, лед полностью растаивает. В этот период времени вихрь уже практически не теряет своей интенсивности. После того как водоем полностью освобождается ото льда, ледяной покров не препятствует дальнейшему прогреву водоема, что способствует увеличению ГВ в размере до 190–200 м (рис. 2, $t = 8.1$ ч). Далее, вплоть до третьей стадии развития термобара, этот вихрь не изменяется в размере. Он охватывает область, примерно в 3–4 раза большую, чем заданный в начальный момент времени горизонтальный размер ледового покрытия.

Следующие две стадии развития термобара и термогидродинамических процессов в водоеме наглядно прослеживаются на рис. 3. Сравнение результатов расчетов в одни и те же моменты времени для свободного водоема (а) и водоема, частично покрытого льдом (б) в начальный момент времени позволяет выявить особенности распространения термобара и течений в водоеме. Через 8.5 ч после начала прогрева в водоеме образуется структура течений и температурное распределение, представленное на рис. 3, б ($t = 8.5$ ч), и отличное от случая а. Месторасположение термобара в этих двух случаях остается одинаковым. Распределение изотерм во всей области, исключая центральную часть размером 200 м (20 узлов расчетной сетки), схоже. Отличие лишь в их наклоне. Ближе к центру водоема (случай б) наблюдается значительный градиент температуры по горизонтали. Конвективные вихри справа и слева от термобара в случаях а и б остаются одинакового размера. Однако во втором случае внутри антициклонического вихря, охватывающего водоем от центра до термобара, в центре водоема существует интенсивный глубинный вихрь.

По мере прогрева водоема прибрежный циклонический вихрь увеличивается в размере ($t = 25.5$ ч) и достигает внутреннего ГВ ($t = 34$ ч). В этот период времени термобар для случая б распространяется в глубинную область с той же скоростью (порядка 18.4 м/ч), что и в случае водоема, свободного ото льда.

В третьей фазе развития термобара прибрежный циклонический вихрь достигает ГВ, а антициклонический вихрь сливается с ним (рис. 3, б, $t = 34$ ч). С этого момента времени скорость распространения ГВ существенно уменьшается до значения 3.68 м/час. Дальнейший прогрев водоема приводит к тому, что центральная его часть постепенно прогревается, градиент температуры в ней уменьшается. Глубинный вихрь также постепенно уменьшается в размере, теряя интен-

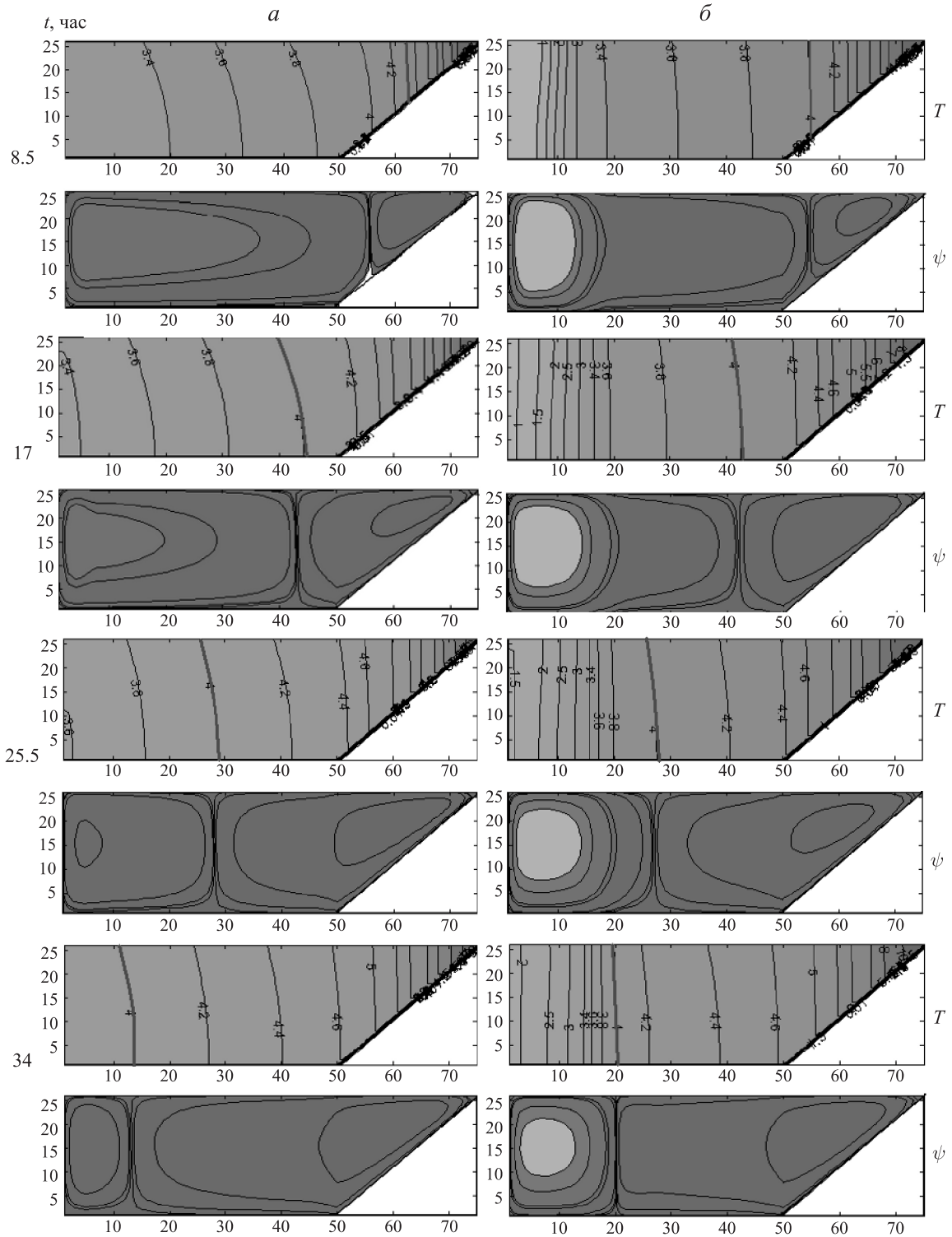


Рис. 3. Поля распределения температуры T и функции тока ψ для случая водоема, свободного ото льда (а) и частично покрытого льдом в центральной части (б) в различные моменты времени t после начала его прогрева

сивность, и к моменту времени $t = 93.5$ ч полностью исчезает.

Оценки скорости распространения термобара в первой-второй (СРТ-1-2) и третьей (СРТ-3) стадиях развития и время жизни термобара (ВЖТ) при различных значениях толщины и длины ледового покрытия представлены в таблице. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что в первой и в большей части времени

второй фазе развития термобара (до момента приближения термобара к ГВ) для всех рассмотренных случаев термобар распространяется с одинаковой скоростью около 18.4 м/ч. Не доходя до ГВ приблизительно на 200 м, скорость его распространения начинает замедляться. После достижения термобаром ГВ скорость перемещения его значительно уменьшается в зависимости от первоначальной толщины и месторасположения льда.

**Скорость перемещения и время жизни термобара при различной толщине
и длине ледового покрова в разных фазах его развития**

	Лед отсутствует	Толщина льда 1 см		Толщина льда 3 см	
Длина льда L_3 , м		50	80	50	80
СПТ-1-2, м/ч	18.4	18.4	18.4	18.4	18.4
СПТ-3, м/ч	18.4	3.68	3.4	3.14	2.76
ВЖТ, ч	38	93.5	99	105	116

Из таблицы видно, что даже тонкий лед, покрывающий в начальный момент времени $1/15$ длины водоема, может примерно в 2.5 раза увеличить время жизни термобара.

Выводы

В работе построена математическая модель, позволяющая изучить термогидродинамические процессы и динамику развития термобара весной в водоеме, в период освобождения его ото льда. Выявлено три характерных фазы развития термобара в водоеме, покрытом льдом в центральной его части в момент начала прогрева. Показано, что особенности течений в водоеме весной связаны с формированием интенсивного конвективного вихря у кромки ледяного покрова, способствующего образованию столба холодной воды с большим горизонтальным градиентом температур, который является барьером для перемещения термобара. Оценки скорости распространения термобара показали, что до момента его приближения к глубинному вихрю, сформировавшемуся около кромки льда, она не зависит от наличия ледового покрова на поверхности водоема. Показано, что время жизни термобара весной в водоеме, частично покрытом льдом и свободном ото льда, может отличаться в несколько раз в зависимости от толщины и длины ледяного покрова.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-05-01146-а, 12-01-00984-а).

Список литературы

1. Тихомиров А.И. // Изв. Всесоюз. географ. об-ва. 1959. **91**, № 5. С. 424.
2. Тихомиров А.И. Термика крупных озер. Л.: Наука, 1982.
3. Тихомиров А.И. // Тепловой режим Онежского озера. М., 1973. С. 202.
4. Ковалев В.А., Орданович А.Е. Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур. Ч. 1. Построение модели. М., 1981. Деп. № 2771-81.
5. Блохина Н.С., Овчинникова А.В., Орданович А.Е. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 2. С. 60.
6. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т. 1. М., 1986. **1**.
7. Блохина Н.С., Орданович А.Е. // Метеорология и гидрология. 1992. № 10. С. 55.
8. Блохина Н.С., Орданович А.Е. // Физ. проблемы экологии (экологическая физика). М., 2010. № 16. С. 38.
9. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. Л., 1969.
10. Гоголев Е.С., Красавин А.Н. // Инж.-физ. журн. 1984. **46**, № 3. С. 447.
11. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М., 1980.

The influence of the ice cover of a reservoir on the development of a spring thermal bar

N. S. Blokhina^{1,a}, A. E. Ordanovich^{2,b}

¹Department of Marine and Inland Water Physics, Faculty of Physics;

²Department of Applied Mechanics and Control, Faculty of Mechanics and Mathematics,
M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^a blokhinans@gmail.com, ^b orda26@mail.ru.

The features of the thermal bar development and associated with it flows in a water fresh reservoir during its release from the ice a spring period are discussed. To investigate thermohydrodynamic processes in an ice-free as well as a partially ice-covered reservoirs in the central part for different thickness and length of the ice cover mathematical model was created. Three specific phases of the thermal bar development were revealed in case of water reservoir covered by ice in its central part. It is shown that in this case features of flows in a reservoir are related with the formation of a deep convective vortex at the edge of the ice cover, which in turn is a barrier to the movement of the thermal bar. Estimations of the movement velocity of the thermal bar in its different phases showed that it does not depend on the presence of ice on the surface of the reservoir until the thermal bar approached to the deep vortex. It is shown that the lifetime of the thermal bar in the reservoir partially covered with ice and ice-free in a spring period may differ several times depending on the thickness and length of the ice cover.

Keywords: thermal bar, convection, mathematical modelling, fresh-water reservoir, ice cover.

PACS: 92.40.Cy.

Received 24 May 2011.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2012).

Сведения об авторах

1. Блохина Наталия Сергеевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ст. науч. сотрудник;
тел.: (495) 939-36-98, e-mail: blokhinans@gmail.com.

2. Орданович Александр Евгеньевич — канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент; тел.: (495) 939-33-83, e-mail: orda26@mail.ru.