

ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Метод расчета роста ветровых волн на глубокой воде

И. Н. Иванова^a, О. Н. Мельникова^b, К. В. Показеев, И. Г. Снизинов*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: ^a ivair@yandex.ru, ^b olamel@yandex.ru*

Статья поступила 04.06.2011, подписана в печать 09.09.2011

Экспериментально показано, что усиление ветровой волны обусловлено воздействием вихрей, периодически формирующихся в вязком слое ветрового потока и деформирующих передний склон волны. Усиление представляет собой циклы роста крутизны волны до критического значения и распада волны на длинные линейные неплоские волны. Предлагается метод расчета усиления волн на глубокой воде для заданного поля ветра. Метод проверен в лабораторных и натуральных условиях.

Ключевые слова: нелинейные диспергирующие волны, вихри, пограничный слой, ветровые волны на глубокой воде.

УДК: 532.59. PACS: 92.10.hv.

Введение

Известно, что в зоне генерации волн горизонтальным ветровым потоком формируются плоские гравитационно-капиллярные волны. Пока скорость воздушного потока выше фазовой скорости волн $u > c$, амплитуда, длина и фазовая скорость волн растут. Усиление волн обусловлено неравномерным распределением давления воздуха вдоль волны. Начиная с Кельвина (Джеффрис, Шулейкин), этот эффект связывают с образованием вихрей на переднем склоне волны. В [1] экспериментально обнаружен регулярный отрыв больших вихрей (размером порядка амплитуды волны) при отрыве пограничного слоя воздуха на переднем (подветренном) склоне длинной волны близкой к опрокидыванию. В [2] экспериментально показано, что при $u > c$ на переднем склоне волн малой амплитуды происходит периодическая остановка вязкого слоя воздуха за счет силы трения на нижней границе слоя и обратного градиента давления на его верхней границе. При этом формируются вихри, покидающие вязкий слой после его остановки. В [3] показано, что вихри, образующиеся в вязком слое воздушного потока, притягивают к себе полосу поверхности воды шириной близкой двум диаметрам вихря за время $\tau = \sqrt{D}/\sqrt{g}$, где D — расстояние между вихрем и водой, g — ускорение силы тяжести. В [4] экспериментально доказано, что вихри, формирующиеся в вязком слое тормозящегося в направлении движения потока воздуха над передним склоном волны, деформируют ее профиль. В результате такой деформации растет амплитуда и крутизна волны. Деформация склона волны рассчитывается по простой схеме: каждый вихрь успевает поднять полосу поверхности воды до своей границы на высоту D , а количество вихрей и период их образования рассчитывается по модели, полученной нами в [5], включающей скорость ветра и градиент скорости над склоном волны как параметры. Крутизна плоской диспергирующей волны растет при воздействии вихрей на переднем склоне до критического значения $ak = 0.31$ (a — амплитуда,

$k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны), затем распадается на две длинные трехмерные волны [6]. В [7] показано, что усиление возникающих после распада длинных трехмерных волн может быть рассчитано методом [5]. Новые трехмерные волны растут и при достижении критического значения крутизны распадаются на еще более длинные волны. Процесс усиления представляет собой циклический процесс роста и распада волн [7], который необходимо описать для построения модели прогноза. Результаты, полученные нами в [5, 7], позволяют построить простой метод прогноза изменения параметров ветровых волн в море на глубокой воде, что и является целью настоящей работы.

1. Параметры волн при распаде

При распаде плоской диспергирующей волны критической крутизны возникают две более длинные волны с поперечной модуляцией фронта: новые волны уже не являются плоскими [6]. При распаде выполняются условия фазового синхронизма для частот $\omega_j = \omega_j(\mathbf{k}_j)$ и волновых чисел k в виде

$$\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3 = 0, \quad k_1 \pm k_2 \pm k_3 = 0, \quad (1)$$

где $\omega = kc$ (c — фазовая скорость). Условия (1) выполняются, когда все три волны имеют одинаковые фазовые скорости. Условие для амплитуд распадающейся волны (индекс 0, после распада индекс 1) и более длинных трехмерных волн (индексы 2, 3):

$$k_0 = k_1, \quad a_0^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2, \quad (2)$$

причем самая длинная волна имеет максимальную амплитуду [8]. Соотношение между длинами волн в зависимости от числа Фруда ($Fr = c/\sqrt{gh}$ — отношение фазовой скорости волны к скорости длинных волн, h — глубина, g — ускорение силы тяжести) получено для волн с неподвижными гребнями на потоке воды в [8], для ветровых плоских и трехмерных волн в [7]. Приведенная в [7, рис. 2] зависимость показывает, что на глубокой воде при $Fr < 0.3$ волна, достигшая кри-

тического значения крутизны $ak = 0.31$, распадается на две волны, длины которых очень близки: можно считать их одинаковыми в пределах ошибки измерений в эксперименте. С учетом (1) получаем, что на глубокой воде при распаде волны критической крутизны λ_0 появляются новые волны вдвое большей длины

$$\lambda_{2,3} = 2\lambda_0. \quad (3)$$

Амплитуду новых волн можно оценить, используя (2) и учитывая, что амплитуды волн равной длины одинаковы, а амплитуда короткой волны после распада a_1 дает вклад в пределах ошибки измерения, и этим вкладом можно пренебречь:

$$a_0^2 = 2a_{2,3}^2. \quad (4)$$

Из (3), (4) следует, что крутизна новой волны $ak_{2,3} \approx 0.11$, т.е. новая волна должна удовлетворять дисперсионному соотношению для линейных волн на глубокой воде

$$c_{2,3} = \sqrt{\frac{g}{k}}. \quad (5)$$

Условием фазового синхронизма при трехволновом взаимодействии (1) служит равенство фазовых скоростей всех трех волн. Отсюда следует, что фазовая скорость нелинейной короткой волны критической крутизны должна удовлетворять соотношению

$$c_0 = \sqrt{2} c_{0 \text{ lin}}, \quad (6)$$

где $c_{0 \text{ lin}}$ — фазовая скорость линейной волны той же длины.

2. Зависимость параметров волны от ее крутизны

Зависимость параметров волны от ее крутизны определялась в серии экспериментов. Фазовая скорость линейной волны, возникающей в результате распада, удовлетворяет дисперсионному соотношению, полученному в результате решения линеаризованной задачи (5). С ростом крутизны в процессе усиления волны фазовая скорость волны растет. Анализ экспериментальных данных показал, что для плоских и трехмерных волн зависимость отношения фазовой скорости нелинейной волны к фазовой скорости линейной волны той же длины определяется только крутизной волны. Эта зависимость может быть аппроксимирована следующим выражением:

$$\frac{c_0}{c_{0 \text{ lin}}} = -0.84(ak)^3 + 5.58(ak)^2 - 0.32(ak) + 1. \quad (7)$$

Под воздействием вихрей с ростом крутизны волны меняется передний склон ветровой волны, растет угол наклона переднего склона β (рис. 1). Оказалось, что угол β определяется для плоских и трехмерных волн на глубокой воде только крутизной волны и может быть аппроксимирован выражением

$$\text{tg } \beta = 533.86(ak)^6 - 347.09(ak)^5 + 36.72(ak)^4 + 29.74(ak)^3 - 3.95(ak)^2 + 0.74(ak) + 0.003. \quad (8)$$

Выражения (7), (8) позволяют использовать модель (5) для прогноза роста волны от момента возникновения до достижения критического значения крутизны, при котором происходит новый распад.

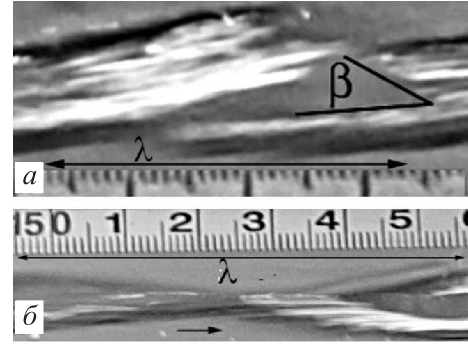


Рис. 1. а — профиль нелинейной волны на участке 20–24 см от входа в канал, β — угол наклона переднего склона волны; б — зубчатая поверхность переднего склона трехмерной волны

3. Схема расчета

Скорость ветра u экспериментально определяется над вершиной волны на высоте $y_m = (2a + 10\delta)$ в начале однородного участка вертикального профиля скорости (δ — толщина вязкого слоя), для $u > 1$ м/с $\delta = 0.05$ см [2]. Скорость ветра на высоте y_m убывает от вершины волны к впадине, при сохранении объема выполняется условие $u_{\text{max}} \cdot 10\delta = u_{\text{min}}(2a + 10\delta)$. Скорость ветра на верхней границе вязкого слоя $u_y = \delta = u/2$ [2]. Длина деформируемого вихрями переднего склона может быть приблизительно определена по выражению $l = 2a/\sin \beta$ (рис. 1). Тогда градиент скорости над передним склоном на верхней границе вязкого слоя δ можно аппроксимировать выражением

$$u_l^\delta \approx \left(\frac{\Delta u}{\Delta l} \right)_{y=\delta} = \frac{u-c}{2} \sin \beta \frac{1}{2a + 10\delta}. \quad (9)$$

Период вылета вихрей и расстояние между вихрями определяются выражениями [8]

$$T = \left(\frac{\delta}{5u_s |V_l^\delta| C_f} \right)^{1/2} \arctg \left(\sqrt{\frac{u_s C_f}{5|V_l^\delta| \delta}} \right), \quad (10)$$

$$s = T u_s - \frac{\delta}{2C_f} \ln \left(1 + u_s \frac{C_f}{5|V_l^\delta| \delta} \right), \quad (11)$$

где u_s — скорость воздуха на нижней границе вязкого слоя, для $u > 1$ м/с $u_s = u/10$ [2]; C_f — коэффициент трения воздушного потока о воду, равен 0.01 [2]. Для расчета увеличения амплитуды волны учтем, что каждый вихрь поднимает поверхность воды на $\delta/3$ в перпендикулярном к поверхности воды направлении. Если вихри образуют плотную упаковку, то поверхность принимает зубчатый вид (рис. 2) и требуется еще один вылет цепочки вихрей, чтобы эту поверхность выровнять. Если вихри в цепочки расположены не вплотную, то число дополнительных вылетов возрастает. Увеличение амплитуды волны за интервал времени Δt можно рассчитать по следующей формуле:

$$\Delta a = \left(\frac{\delta}{3} \right)^2 \frac{N}{6s} (\cos \beta - \sin \beta), \quad N = \frac{\Delta t}{T}. \quad (12)$$

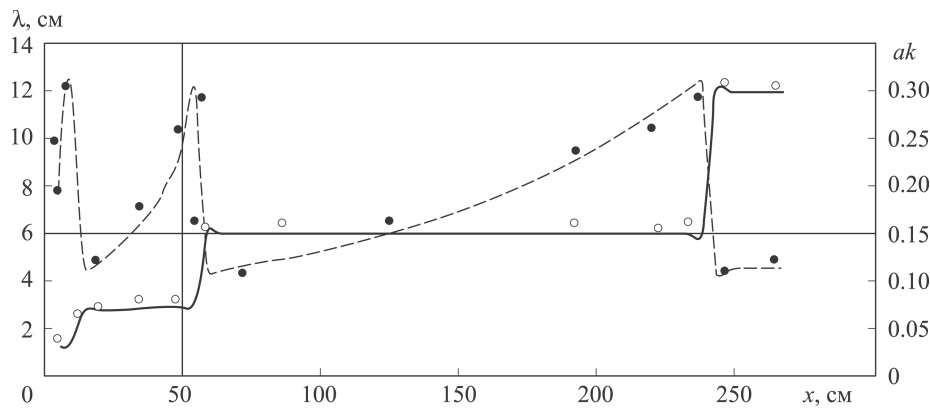


Рис. 2. Сопоставление расчета с данными лабораторного эксперимента. Сплошная линия — длина волны, пунктирная — крутизна волны ak , x — расстояние от входа в канал

4. Проверка расчета

Проверка предложенного метода расчета проведена для лабораторного эксперимента и для натуральных данных, полученных во время студенческой практики кафедры физики моря и вод суши (Белое море, 2010 г.) Эксперимент проводился в прямом канале длиной 3 м, шириной 20 см, глубина слоя воды 30 см. Сопоставление расчетных и лабораторных данных приведено на рис. 2 для скорости ветра 5 м/с. Расхождение данных лежит в пределах ошибки измерений (доверительный интервал не превышает 7% от измеряемой величины для доверительной вероятности 0.67). Для натуральных наблюдений достоверные данные получены только для длин волн, определявшихся по фотографиям. Скорость ветра составляла $u = 5$ м/с, направление — с берега в море. Станции располагались через 100 м в направлении ветра, первая точка измерений удалена на $x = 50$ м от берега, в этой точке длина волны была 24 см. На всем полигоне глубина воды превышала длину волны более, чем на порядок, таким образом выполнялось условие глубокой воды. Зафиксированные в море λ_m и рассчитанные λ_c длины волн приведены в таблице. Рассчитанные и измеренные длины волн хорошо соответствуют друг другу.

x , м	50	100	200	300	400	500	1000	1500	2000
λ_m , см	24	50	48	45	45	100	98	96	96
λ_c , см	24	48	48	48	48	96	96	96	96

Заключение

Показано, что усиление ветровых волн на глубокой воде представляет циклический процесс увеличения крутизны волны до критического значения с последующим распадом на волны, длина которых в два раза

больше, чем у исходной волны. Условия фазового синхронизма, сохранения энергии волн при распаде позволяют рассчитать параметры волн с учетом полученных в экспериментах зависимостей фазовой скорости и угла наклона переднего склона волны от ее крутизны. Рост амплитуды волны рассчитывается по деформации поверхности волны вихрями, образующимися в вязком слое ветрового потока. Хорошее совпадение расчетов с данными наблюдений в море и эксперименте подтверждает предложенную физическую модель роста волн и позволяет рекомендовать построенный на этой модели метод для практических расчетов.

Список литературы

1. Giovangeli J.P., Garat M.H. // The air-sea interface / Ed. by M. A. Donelan, W. H. Hui, W. J. Plant. Toronto, 1996. P. 41.
2. Волков П.Ю., Достовалова К.В., Еречнев Д.А. и др. // Изв. РАН. Физ. атмосферы и океана. 2001. **37**, № 6. С. 834 (Volkov P. Yu., Dostovalova K. V., Erechnev D. A. et al. // Izvestia. Atmospheric and Oceanic Physics. 2001. **37**, N 6. P. 769).
3. Новиков Е.А. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1981. **17**, № 9. С. 956.
4. Мельникова О.Н., Нивина Т.А., Показеев К.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2008. № 3. С. 77. (Mel'nikova O.N., Nivina T.A., Pokazeev K.V. // Moscow University Phys. Bull. 2008. N 3. P. 226); DOI: 10.3103/S002713490803017X.
5. Мельникова О.Н., Нивина Т.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2008. **72**, № 12. С. 1789 (Mel'nikova O.N., Nivina T.V. // Bull. RAS. Physics, 2008, **72**, N 12. P. 1693); doi: 10.3103/S1062873808120253.
6. McLean J.V. // J. Fluid Mech. 1982. **114**. P. 315.
7. Гуцин И.Е., Мельникова О.Н., Показеев К.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. **74**, № 12. С. 1742 (Gushchin I.E., Mel'nikova O.N., Pokazeev K.V. // Bull. RAS. Physics. 2010. **74**, N 12. P. 1663); doi: 10.3103/S1062873810120087.
8. Мельникова О.Н. Динамика руслового потока. М., 2006.

Method of an analyses of an amplification of wind waves on deep water**I. N. Ivanova^a, O. N. Mel'nikova^b, K. V. Pokazeev, I. G. Snizinov***Department of Marine and Inland Water Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.**E-mail: ^a ivair@yandex.ru, ^b olamel@yandex.ru.*

It is experimentally shown that an amplification of wind waves is due to eddies which periodically forming in a viscous layer of wind flow and deforming leeward side of the wave. Amplification is performing by cycles of a growth of wave steepness until critical value at which the wave decays into long linear no plane waves. It is proposed a method of an analyses of wave amplification for a specified wind field. The method is verified using experimental and nature data.

Keywords: nonlinear dispersion waves, eddies, wind waves on deep water, boundary layers.

PACS: 92.10.hb.

Received 4 June 2011.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2012).

Сведения об авторах

1. Иванова Ирина Николаевна — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; тел.: (495) 939-10-46, e-mail: ivair@yandex.ru.
2. Мельникова Ольга Николаевна — докт. физ.-мат. наук, доцент, доцент; тел.: (499) 133-87-58, e-mail: olamel@yandex.ru.
3. Показеев Константин Васильевич — докт. физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (495) 939-16-77, e-mail: sea@phys.msu.ru.
4. Снизинов Иван Геннадьевич — студент; e-mail: snizinov@mail.ru.