

# Размерная зависимость поляризуемости металлических частиц

Г. В. Белокопытов<sup>a</sup>, А. В. Журавлев, Ю. Е. Терехов<sup>b</sup>

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет,  
кафедра физики колебаний. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

*E-mail: <sup>a</sup>gub@phys.msu.ru, <sup>b</sup>yury.terekhov@phys.msu.ru*

Статья поступила 27.12.2011, подписана в печать 07.02.2012.

Исследованы закономерности масштабного поведения собственных частот, добротностей и коэффициентов поляризуемости малых металлических частиц — резонансных излучающих элементов. Для частиц двух типов — П-образных и двухслойных сферических резонаторов — установлены границы областей электродинамического подобия и преобладания плазмонных колебаний.

**Ключевые слова:** метаматериалы, открытые резонаторы, масштабируемость.

УДК: 537.862. PACS: 78.67.Bf; 78.67.Pt; 42.25.Fx; 42.25.Ja.

## Введение

Металлические наночастицы перспективны в качестве элементов оптических антенн [1] и резонансных элементов нанолазеров [2], причем эффективность их использования в указанных областях определяется величиной коэффициентов поляризуемости.

Весьма плодотворно и широко распространено также применение этих частиц в метаматериалах [3, 4]. Метаматериалы представляют собой композитные среды, содержащие металлические включения, размеры которых много меньше длины электромагнитной волны. Прохождение электромагнитных волн через метаматериал происходит так же, как и через некоторую среду с однородным распределением диэлектрической ( $\epsilon$ ) и магнитной ( $\mu$ ) проницаемости. Отличие состоит лишь в том, что в обычных диэлектрических кристаллах электромагнитный отклик, характеризуемый параметрами  $\epsilon$  и  $\mu$ , определяется поляризуемостью атомов, а в метаматериалах этот отклик определяется поляризуемостью играющих их роль малых частиц. Зная поляризуемость и задавая порядок расположения частиц в метаматериале, можно рассчитывать его электродинамические характеристики. Для двумерных структур (метапленок) процедура расчета подробно рассмотрена в работах [5, 6].

В общем случае величина поляризуемости произвольной частицы описывается тензорами второго ранга, которые входят в линейные соотношения, связывающие комплексные амплитуды электрических и магнитных дипольных моментов частицы ( $\mathbf{p}$  или  $\mathbf{m}$ ) с вызвавшими их внешними полями ( $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ ):

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \hat{\alpha}^e \epsilon_0 \mathbf{E} + \hat{\alpha}^{em} \epsilon_0 Z \mathbf{H}, \\ \mathbf{m} &= \hat{\alpha}^{me} Z^{-1} \mathbf{E} + \hat{\alpha}^m \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\hat{\alpha}^e$  — электрическая поляризуемость,  $\hat{\alpha}^m$  — магнитная поляризуемость,  $\hat{\alpha}^{em}$  и  $\hat{\alpha}^{me}$  — магнитоэлектрические поляризуемости,  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума,  $Z = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  — волновой импеданс вакуума. Вклад, который дает каждая из поляризуемостей в общий электромагнитный отклик частицы, зависит от ее формы, геометрических размеров, вещества и длины волны падающего излучения. Выбирая подходящие геометрические параметры,

из металлических частиц удается создавать материалы с необычными сочетаниями диэлектрической и магнитной проницаемости («левые» среды), в том числе обладающие невзаимностью (гиrottропией).

Необычные электродинамические свойства метаматериалов обусловлены резонансными спектральными зависимостями коэффициентов поляризуемости металлических частиц, при этом сами материалы работают на частотах, близких к резонансным. За последнее десятилетие рабочие частоты экспериментально реализованных «левых» сред продвинулись вверх на пять порядков, из СВЧ-диапазона вплоть до видимого света. При этом характерные размеры металлических частиц — «атомов» метаматериала — уменьшились с  $10^{-2} \div 10^{-3}$  м до  $10^{-7}$  м и менее.

Указанное обстоятельство делает актуальным исследование зависимостей параметров поляризуемости металлических частиц от их размеров, с учетом того, что комплексная проницаемость металла в столь широкой спектральной области испытывает сильную дисперсию. Отдельные работы, выполненные в данном направлении [7, 8], ограничивались лишь поиском закономерностей поведения резонансных частот и не включали исследования добротности резонансов и поведения резонансных значений поляризуемости при изменении размеров. В настоящей работе такое исследование было проведено путем численного моделирования для объектов двух различных конфигураций, планарных частиц П-образной формы и двухслойных сферических металло-диэлектрических резонаторов. Такие частицы, с одной стороны, широко распространены в технологии метаматериалов, а с другой — очень разнятся по своей симметрии и геометрической форме.

## 1. Параметры частиц и методика нахождения поляризуемости

В настоящей работе были выполнены расчеты коэффициентов поляризуемости для частиц, размеры которых варьировались в широких пределах. При этом предполагалось, что их геометрические размеры пропорциональны исходным размерам, приведенным рис. 1.

Исследованные в работе П-образные металлические частицы имели форму, изображенную на рис. 1, a. Для метаматериалов, работающих от терагерцевого до

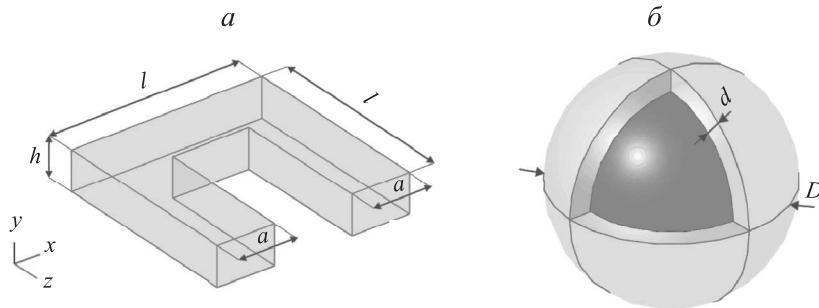


Рис. 1. Исследуемые частицы и их исходные размеры: *а* — П-образный резонатор,  $l = 50$  нм,  $a = 15$  нм,  $h = 10$  нм (указаны оси координат); *б* — двухслойный металлоэлектрический шар,  $D = 50$  нм,  $d = 10$  нм

оптического диапазонов такие частицы являются «каноническими» строительными блоками [9]. На более низких частотах оказывается удобнее использовать родственную планарную структуру — двойные расщепленные кольца (*double split rings* — DSR) [10], однако принципиальная возможность использовать П-образные частицы для создания метаматериалов в области СВЧ также остается.

Второй тип частиц, рассмотренных в настоящей работе, представляет собой малые диэлектрические шарики из двуокиси кремния (показатель преломления  $n = 1.47$ ), покрытые слоем металла (рис. 1, б). Их выбор обусловлен, с одной стороны, простотой геометрической формы, удобной для расчетов, а с другой стороны — наличием разработанных технологий получения двухслойных металлоэлектрических сфер субмикронных размеров [11, 12].

В расчетах полагалось, что металлом в резонаторах служит золото. Значения комплексной диэлектрической проницаемости золота  $\epsilon$  в оптическом и ИК-диапазоне были взяты из эксперимента [13]. В субмиллиметровом и СВЧ-диапазоне (в расчетах для резонаторов больших размеров  $l > 20$  мкм) комплексная диэлектрическая проницаемость задавалась по формуле Друде–Лоренца:

$$\epsilon_d = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i/\tau)}, \quad (2)$$

причем значения плазменной частоты ( $\hbar\omega_p = 9.04$  эВ) и времени свободного пробега ( $\hbar\tau^{-1} = 0.077$  эВ) были получены путем интерполяции экспериментальных данных  $\epsilon$  в инфракрасном диапазоне [13] согласно алгоритму [14].

Методика расчета матрицы поляризуемости частицы произвольной формы была предложена и подробно описана в работе [15]. Она основана на численном моделировании полей вынужденных колебаний частицы, возбуждаемых плоскими волнами, падающими с шести различных направлений, и вычислении индуцированных дипольных моментов. Согласно [15], для частиц П-образной формы при  $h \ll l$  отличными от нуля являются шесть компонент поляризуемости —  $\alpha_{xx}^e$ ,  $\alpha_{yy}^m$ ,  $\alpha_{xy}^{me}$ ,  $\alpha_{yx}^{em}$ , а также  $\alpha_{yy}^e$  и  $\alpha_{zz}^e$ . Вклад последних двух компонент в индуцированную поляризацию обращается в нуль, если возбуждающая вынужденные колебания волна, распространяется в направлении оси  $z$ , а ее электрическое и магнитное поля направлены вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно (рис. 1, а). В этом случае электрический и магнитный дипольные моменты удовлетво-

ряют соотношениям, которые содержат лишь четыре указанных выше компоненты матрицы поляризуемости:

$$\begin{aligned} p_x &= \epsilon_0 \alpha_{xx}^e E_x + \epsilon_0 Z \alpha_{xy}^{em} H_y, \\ m_y &= \alpha_{yx}^{me} Z^{-1} E_x + \alpha_{yy}^m H_y. \end{aligned} \quad (3)$$

У сферических частиц отличны от нуля только диагональные компоненты тензоров электрической и магнитной поляризуемости, причем для всех ориентаций поля они одинаковы  $\alpha_{xx}^e = \alpha_{yy}^e = \alpha_{zz}^e$ ,  $\alpha_{xx}^m = \alpha_{yy}^m = \alpha_{zz}^m$ , так что вместо (1) имеем

$$\mathbf{p} = \epsilon_0 \alpha^e \mathbf{E}, \quad \mathbf{m} = \alpha^m \mathbf{H}. \quad (4)$$

Для расчета компоненты поляризуемости (4) наиболее удобно использовать их выражение через парциальные амплитуды рассеяния  $a_1$  и  $b_1$  сферического резонатора [16]:

$$\begin{aligned} \alpha^e &= 6\pi i a_1/k_2^3, \\ \alpha^m &= 6\pi i b_1/k_2^3. \end{aligned} \quad (5)$$

Аналитические выражения  $a_1$  и  $b_1$  через функции Риккати–Бесселя известны из теории Ми. Для двухслойных шаров они приведены, в частности, в монографии [17].

## 2. Спектры коэффициентов поляризуемости

Результаты расчета компонент поляризуемости представлены на рис. 2–4. Для удобства сравнения результатов для частиц, габаритные объемы которых ( $V = l^2 h$  и  $V = \pi D^3/6$ ) изменяются в широких пределах, на графиках приведены безразмерные нормированные величины поляризуемости  $\alpha/V$  в зависимости от длины волны.

Частотные зависимости компонент поляризуемости имеют точно такой же вид, как реальная и мнимая части комплексного импеданса колебательного контура. Это дает основания рассматривать П-образные и сферические частицы как открытые электромагнитные резонаторы, и характеризовать их тремя общепринятыми параметрами:  $\omega_0$  — циклическая резонансная частота ( $\omega_0 = 2\pi/\lambda_{res}$ ),  $Q$  — добротность осциллятора и значение поляризуемости в резонансе. Аналогичное поведение имеют также показатели преломления и затухания среды, в которой имеется резонансная дисперсия [17, 18].

При варьировании линейных размеров частиц каждого типа в пределах четырех порядков  $l, D \in [1.6 \times 10^{-6}$  м;  $6 \cdot 10^{-2}$  м] спектральные зависимости нор-

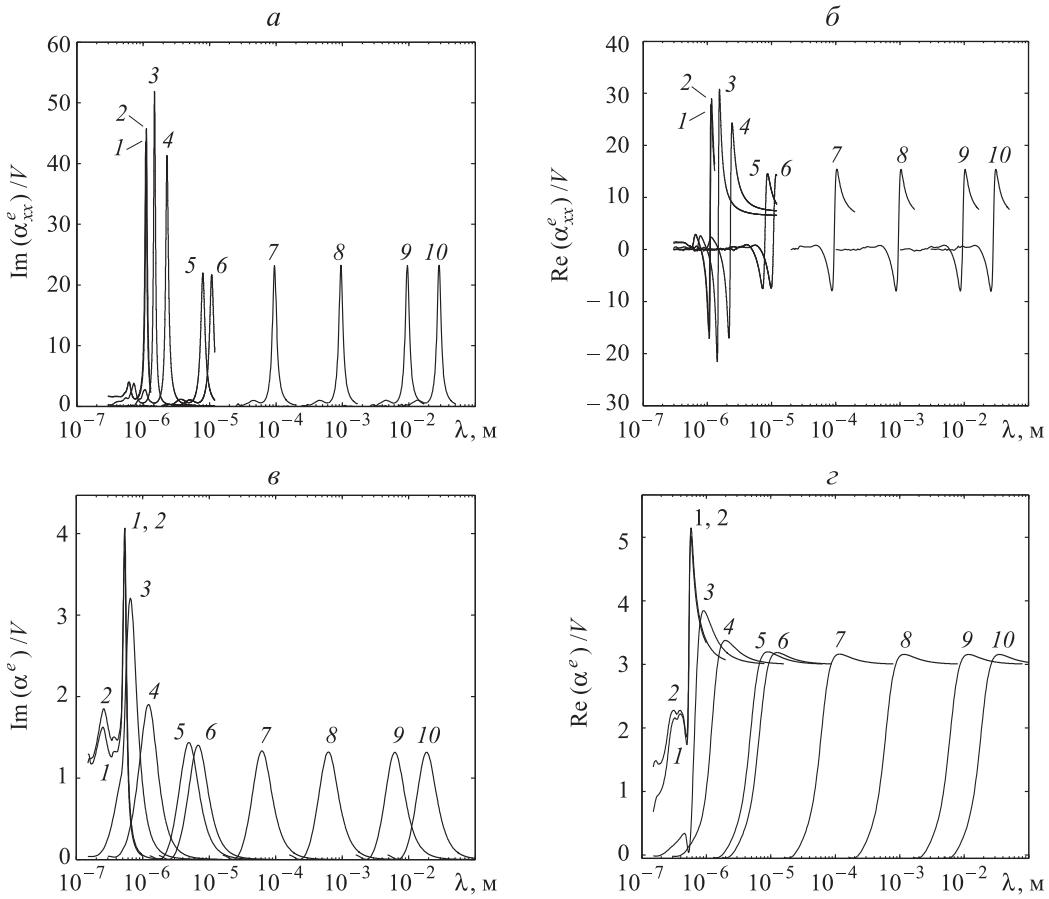


Рис. 2. Зависимость мнимой (*a*, *c*) и действительной (*b*, *d*) частей компоненты нормированной электрической поляризуемости  $\alpha_{xx}^e/V$  для П-образных (*a*, *b*) и сферических (*c*, *d*) резонаторов. Цифрами на графиках обозначены спектральные зависимости, соответствующие различным размерам резонаторов ( $l \times h$  и  $D \times d$ ): 1 —  $25 \times 5$  нм, 2 —  $50 \times 10$  нм, 3 —  $200 \times 40$  нм, 4 —  $400 \times 80$  нм, 5 —  $1600 \times 320$  нм, 6 —  $2200 \times 440$  нм, 7 —  $20 \times 4$  мкм, 8 —  $200 \times 40$  мкм, 9 —  $2000 \times 400$  мкм, 10 —  $6000 \times 1200$  мкм

мированной поляризуемости ( $\alpha_{xx}^e$  как функция  $\lambda/\lambda_{\text{res}}$ ) практически совпадают. Для частиц меньшего размера, резонансы которых лежат в ближнем ИК и видимом диапазоне, это подобие нарушается.

Резонансные значения нормированных коэффициентов поляризуемости зависят от размеров частиц немонотонным образом. Наибольшие значения все нормированные коэффициенты принимают для частиц размерами  $200 \times 40$  нм. У больших частиц (лнейные размеры более  $1600 \times 320$  нм) нормированные коэффициенты поляризуемости перестают зависеть от размеров, так, как если бы дисперсия комплексной проницаемости оказывалась пренебрежимо малой. Примечательно то, что при увеличении размеров частиц на 4 порядка (по сравнению с  $200 \times 40$  нм) резонансные значения нормированной поляризуемости уменьшаются лишь вдвое.

В более мелких частицах резонансные значения всех коэффициентов уменьшаются, однако в разной степени. Так, для частиц наименьшего размера ( $25 \times 5$  нм) значение  $\text{Im}(\alpha_{xx}^e/V)$  остается почти вдвое выше, чем у больших П-образных частиц, а  $\text{Im}(\alpha_{yy}^m/V)$  в 20 раз меньше, чем у больших частиц. Смешанные коэффициенты  $\alpha_{yx}^{me}/V$ ,  $\alpha_{xy}^{em}/V$  демонстрируют промежуточное поведение.

**Электрическая поляризуемость.** Зависимости электрической поляризуемости для П-образных и сфе-

рических частиц демонстрируют качественное подобие. Действительная часть поляризуемости в области длинных волн выходит на плато, соответствующее тому, что электрический дипольный момент индуцируется при этом в квазистатическом, нерезонансном режиме. При этом статические значения  $\alpha_{xx}^e$  для частиц различной формы различаются не слишком сильно и составляют около 6 (П-образные частицы) или 3 (сферические частицы).

Частотно-зависимый, резонансный вклад в электрическую поляризуемость существенно сильнее выражен у П-образных частиц, что обусловлено более высокой добротностью их колебаний. На частотных зависимостях поляризуемости П-образных частиц проявляется не только резонанс на основном типе колебаний, но также и другой, более высокочастотный резонанс. Этот резонанс обладает меньшей добротностью (большим затуханием) и выражен гораздо слабее. В литературе более высокодобротный, низкочастотный резонанс называют LC-модой [3, 4, 7], ввиду того что ему соответствует распределение тока, подобное случаю средоточенного колебательного контура (ток в ножках П-образной частицы течет в двух взаимно противоположных направлениях). Иногда используют другое название — магнитный резонанс [3, 4, 7], однако такое наименование является неудачным, поскольку,

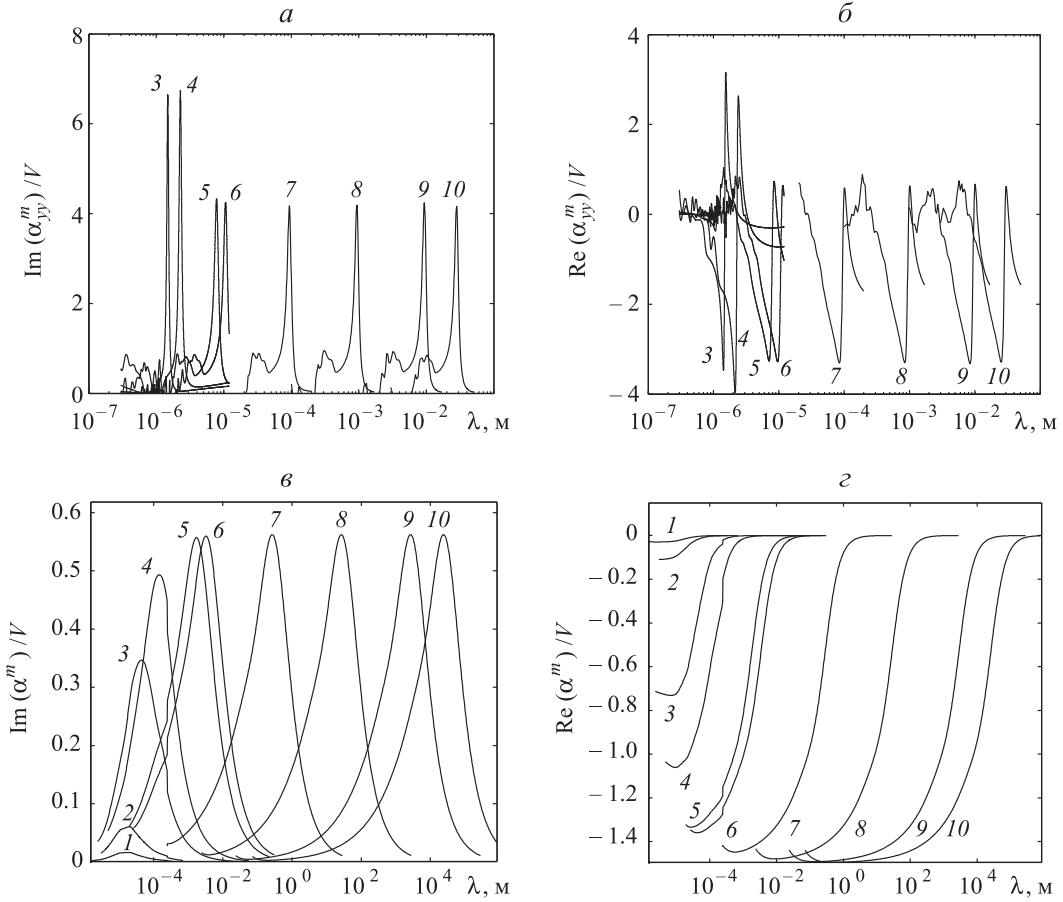


Рис. 3. Зависимости мнимой (*a, c*) и действительной (*b, d*) частей компоненты нормированной магнитной поляризуемости  $\alpha_{yy}^m/V$  от длины волны для П-образных (*a, b*) и сферических (*c, d*) резонаторов. Цифровые обозначения такие же, как на рис. 2

как показывают расчеты, в частице при этом имеется электрический дипольный момент, величина которого в сопоставимых единицах не меньше, чем у магнитного момента.

Низкодобротный высокочастотный резонанс, лежащий на зависимостях рис. 2, *a* левее от основного, вызван иным распределением полей и токов, в нем токи осциллируют вдоль основания (вдоль оси *x*) П-образного резонатора. Его традиционно называют резонансом Ми, или плазмонным [3, 4, 7], однако, как видно из графиков, его можно наблюдать и на частотах, лежащих много ниже ленгмюровской (плазменной) частоты:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m^*}}, \quad (6)$$

где *n* — концентрация электронов, *e* — заряд, а *m\** — эффективная масса электрона.

В сферических частицах, в отличие от низкосимметричных П-образных, тип колебаний, аналогичный LC-моде, отсутствует. Кроме того, резонансное возбуждение электрических и магнитных моментов в сферических частицах происходит на модах, имеющих разные собственные частоты, а именно на основной электрической дипольной моде TE<sub>111</sub> и основной магнитной моде TM<sub>101</sub>. Ввиду того что потери в металле много выше, чем в оптически прозрачных материалах, рассчитанная добротность резонансов в металлических шариках со-

ставила, как и в П-образных частицах, величину 20 и менее.

Расчеты показали также, что практически все резонансное рассеяние света двухслойными металлоидиэлектрическими шариками было обусловлено возбуждением упомянутых выше основных дипольных мод. Моды высших порядков, которые в прозрачных частицах проявляются как высокодобротные моды шепчущей галереи [20], в рассмотренных нами структурах никакой роли не играли.

**Магнитная и магнитоэлектрическая поляризуемость.** Результаты расчета спектральных зависимостей нормированных магнитных поляризуемостей для П-образных частиц представлены на рис. 3. Ход магнитной поляризуемости имеет резонансный вид, и принимает экстремальные значения на тех же частотах, что и электрическая. В отличие от этого, резонансы магнитной поляризуемости в сферических частицах имеют место на других частотах. Добротность и амплитуда существенно меньше, чем у резонансов электрической поляризуемости.

У П-образных частиц, не обладающих центром симметрии, электрическую поляризацию можно индуцировать магнитным полем, и наоборот, магнитную — электрическим. В метаматериялах это приводит к таким эффектам, как преобразование поляризации отраженной и прошедшей волн и невзаимный характер спектров отражения и прохождения (коэффициенты прохождения

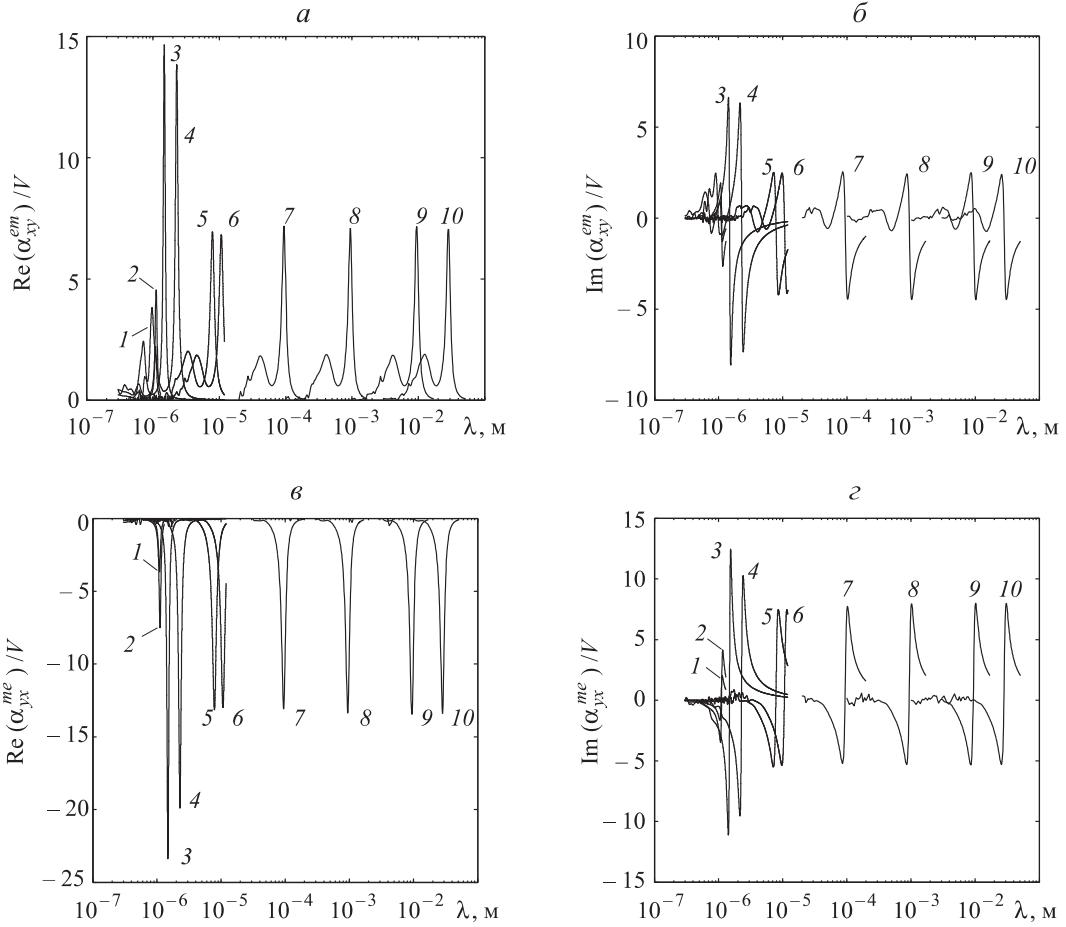


Рис. 4. Зависимости действительной (*a*, *c*) и мнимой (*b*, *d*) частей компонент нормированных электромагнитной  $\alpha_{xy}^{em}/V$  (*a*, *b*) и магнитоэлектрической  $\alpha_{yx}^{me}/V$  (*c*, *d*) поляризуемостей от длины волны для П-образных резонаторов. Цифровые обозначения такие же, как на рис. 2

и отражения при освещении образца в двух взаимно противоположных направлениях различаются) [18].

Результаты расчета компонент магнитоэлектрической поляризуемости для П-образных частиц представлены на рис. 4. Поскольку при возбуждении колебаний в резонансных условиях электрическое поле опережает магнитное по фазе на  $\pi/2$ , реальные и мнимые части поляризуемостей  $\hat{\alpha}^{em}$  и  $\hat{\alpha}^{me}$  меняются ролями по сравнению с  $\hat{\alpha}^e$  и  $\hat{\alpha}^m$ , кроме того, знаки  $\hat{\alpha}^{em}$  и  $\hat{\alpha}^{me}$  оказываются противоположными. Следует отметить, что для частиц гиротропной среды должно быть  $\hat{\alpha}^{em} = -\hat{\alpha}^{me}$  [18], однако в П-образных частицах это не имеет места.

### 3. Масштабные зависимости резонансных частот и добротности

Из спектров электрической поляризуемости были получены зависимости резонансных частот и добротностей частиц (рис. 5). Добротность П-образных резонаторов определялась по полуширине резонансной кривой  $\text{Im } \alpha_{xx}^e(\omega)$  (рис. 2, *a*), а сферических — по кривой  $\text{Im } \alpha^e(\omega)$  (рис. 2, *b*). Для относительно больших частиц, величина  $\omega_0$  растет обратно пропорционально линейному размеру:

$$\omega_0 \sim l^{-1}. \quad (7)$$

Иными словами, отношение резонансной длины волны  $\lambda_0$  ( $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ ) к размеру частицы — величина постоянная для резонаторов данного типа:

$$\lambda_0/l = L. \quad (8)$$

При этом для рассмотренных П-образных частиц  $L \approx 5$ , для сферических частиц  $L \approx 2$ .

У частиц меньшего размера, для которых  $l, D < 500$  нм, существенную долю энергии колебаний составляет кинетическая энергия электронов в металле [3, 7]. Именно вследствие эффекта кинетической индуктивности резонансная частота металлической частицы не может быть выше, чем ленгмюровская (плазменная) частота (6). С учетом инерции электронов для субмикронных частиц вместо (7) была предложена формула [7]

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{b \cdot l^2 + B^2}}. \quad (9)$$

При этом максимальная достижимая резонансная частота для данной моды равна  $\omega_0^{\max} = B^{-1}$ . Обработка данных, представленных на рис. 5, *a*, методом наименьших квадратов, дает  $b_1 = 7.07 \cdot 10^{-18} \text{ с}^2 \cdot \text{м}^{-2}$ ,  $\omega_{LC}^{\max} = B_1^{-1} = 1.72 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ . Для сравнения: рассмотренный в работе [7] П-образный резонатор с другим соотношением геометрических размеров имел максимальную частоту  $\omega_{LC}^{\max} = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ .

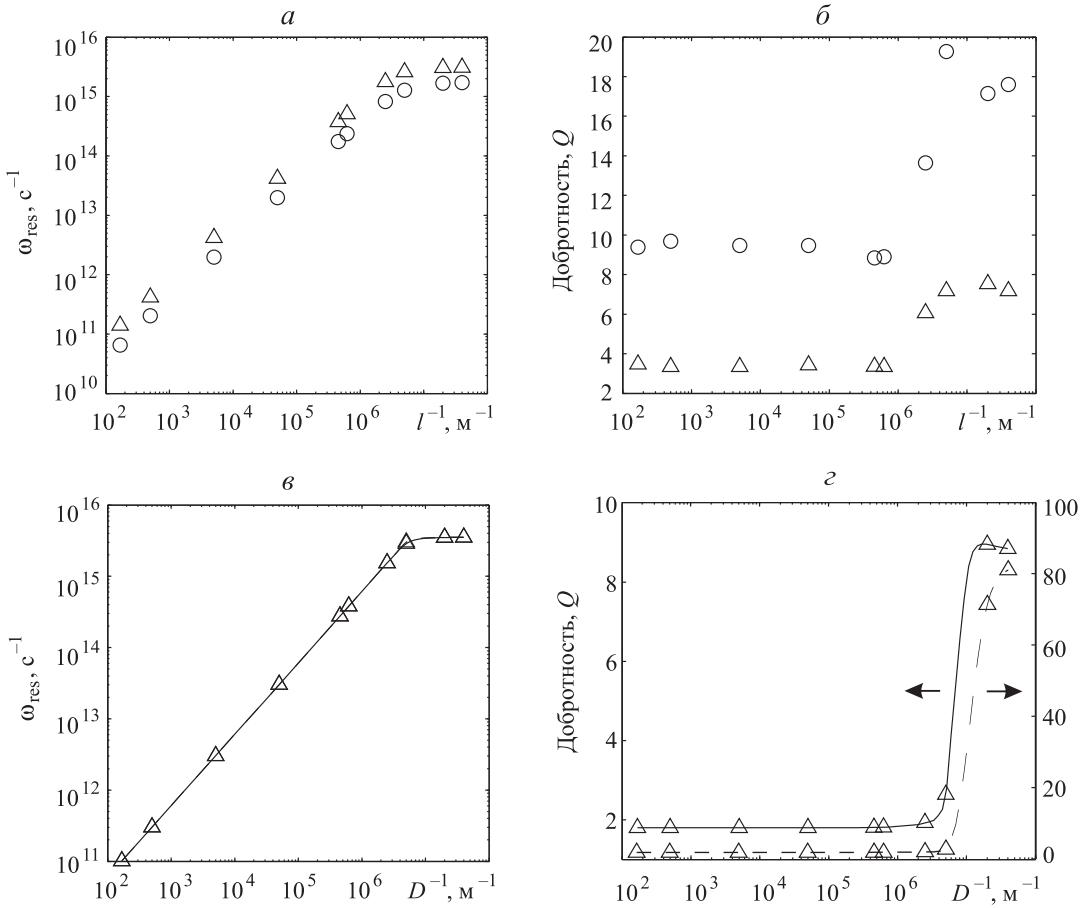


Рис. 5. Зависимости резонансных частот  $\omega_0$  ( $a, c$ ) и добротностей  $Q$  ( $b, d$ ) от обратных размеров, для П-образной ( $a, b$ ) и сферической ( $c, d$ ) частиц. Кружками отмечены значения для LC-резонансов, треугольниками — для плазмонных. Сплошные линии — для золота при комнатной температуре, пунктир — расчет в предположении, что  $\text{Im } \epsilon$  уменьшена в 10 раз

Размерную зависимость частот плазмонных резонансов высшего порядка, которые имеют существенно меньшую добротность и интенсивность, также можно аппроксимировать формулой (9) с параметрами  $b_2 = 1.31 \cdot 10^{-18} \text{ c}^2 \cdot \text{м}^{-2}$ ,  $\omega_{\text{pl}}^{\max} = B_2^{-1} = 3.12 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ . Следует отметить, что предельные частоты ( $\omega_{LC}^{\max} = 1.72 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  и  $\omega_{\text{pl}}^{\max} = 3.12 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ ) лежат существенно ниже, чем ленгмюровская частота (6), которая для золота составляет  $\omega_{\text{Au}} \approx 14 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ . Это расхождение является следствием того обстоятельства, что эффективное число электронов, участвующих в колебаниях на LC- и плазмонных модах, в действительности меньше полного числа свободных электронов, и, как указывалось еще в [19], оказывается чувствительным к структуре ферми-поверхности электронов проводимости.

Для сферических частиц зависимость  $\omega_{\text{res}}(D)$  можно также аппроксимировать формулой (9), где  $b_{\text{sph}} = 1.58 \cdot 10^{-18} \text{ c}^2 \cdot \text{м}^{-2}$  и  $\omega_{\text{pl}}^{\max} = B_{\text{sph}}^{-1} = 3.66 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ . При определении указанных параметров для сферических частиц были включены результаты, рассчитанные для 30 значений диаметра (на рис. 5,  $c, d$  треугольниками отмечены только некоторые из них — те, которые, удовлетворяют равенству  $D = l$ ). Точность аппроксимации частот формулой (9) для сферических частиц оказалась несколько хуже, чем для П-образных.

Как видно из графиков рис. 5,  $b, c$ , при уменьшении линейных размеров резонаторов имеет место тенденция к росту добротности, причем быстрое уменьшение потерь происходит, согласно расчетам, для тех резонаторов, для которых начинается отклонение от линейного закона (7). Эта закономерность становится еще более заметной, если положить уровень потерь в металле на порядок меньшим, чем у золота при комнатной температуре. В этом случае расчеты для сферического резонатора показывают, что добротность в ИК- и видимом диапазонах также возрастает почти на порядок (пунктирная кривая на рис. 5,  $c$ ).

Наряду с описанными выше были выполнены расчеты для частиц, пропорции которых отличались от приведенных на рис. 1. При этом если толщина скин-слоя была меньше, чем размеры  $h$  и  $d$ , то параметры резонаторов слабо отличались от представленных выше.

#### 4. Обсуждение и выводы

Представленные результаты демонстрируют специфику малых металлических частиц как резонансных излучающих элементов. Выявленные в работе закономерности размерного поведения собственных частот, добротностей и поляризуемости были установлены при численном моделировании для частиц двух различных конфигураций (см. рис. 1), однако, по-видимому они имеют более общий характер. Закономерности

масштабного поведения характеристик поляризуемости находятся в соответствии с представлением о том, что данные частицы являются связанными колебательными системами, в которых происходит взаимодействие электромагнитных волн с плазмонами, коллективными осцилляциями электронов в металле.

В частотном диапазоне, лежащем от СВЧ- до средних ИК-волн ( $\lambda \approx 8$  мкм), основная часть энергии связанных колебаний сконцентрирована в электромагнитном поле, окружающем частицу. Энергия, накопленная в скин-слое, составляет лишь малую долю ее общего запаса в резонаторе. При этом основным механизмом потерь является излучение вытекающих волн. Поскольку размеры резонаторов имеют один порядок с длиной волны, то интенсивность излучения оказывается достаточно высокой, а добротность соответственно низкой.

Поскольку в пространстве, окружающем частицу, дисперсия отсутствует, одновременное изменение длины волны и размеров резонатора сопровождается пропорциональным изменением пространственной структуры электромагнитного поля. Таким образом, имеет место электродинамическое подобие, которое проявляется в пропорциональности резонансной длины волны линейным размерам частицы, в практической независимости добротности резонатора от длины волны, а также в постоянстве удельной поляризуемости в диапазоне от СВЧ до среднего ИК. Как следствие, если уменьшить размер частиц метаматериала и во столько же раз уменьшить расстояние между частицами, то значения резонансных коэффициентов прохождения и отражения останутся неизменными.

Электродинамическое подобие позволяет при разработке метаматериалов или устройств с металлическими частицами для работы в терагерцевом и в дальнем ИК-диапазоне, использовать результаты не только электродинамических расчетов, но и натурного моделирования, производимого на СВЧ. При этом число экспериментов, проводимых в «неудобных» частотных диапазонах, можно существенно уменьшить.

По мере приближения к частотам видимого спектра (и соответственно к частотам плазменных колебаний), происходит перераспределение энергии между электромагнитным полем вытекающих волн в окрестности резонатора и энергией плазменных волн в металле. Такое перераспределение обусловлено дисперсией комплексной диэлектрической проницаемости металла, благодаря которой глубина скин-слоя уменьшается более медленным темпом, чем то характерное расстояние, на котором спадает поле вне резонатора. Как следствие с ростом частоты все большая доля энергии локализуется в металле в виде кинетической энергии колебаний электронной подсистемы (плазмонов). Перестройка структуры поля сопровождается уменьшением доли энергии, которая излучается во внешнее пространство и как следствие ростом добротности. Вместе с тем растет вклад потерь в скин-слое в общую диссипацию энергии. Об этом свидетельствуют графики рис. 5, г, согласно которым чем меньше потери в материале, тем выше добротность. Однако поскольку величина  $\text{Im } \epsilon$  довольно быстро спадает с частотой, то добротность в ближнем ИК- и видимом диапазоне оказывается существенно выше, чем на СВЧ.

Уменьшение потерь может быть реализовано при понижении температуры, что позволит повысить добротности частиц. Следует отметить, что наблюдение резонансного отклика металлических наночастиц может позволить осуществить измерение комплексной диэлектрической проницаемости металла с более высокой точностью, чем традиционным методом, путем измерения характеристик отражения света от металлических пленок. При этом необходимо уметь отделять вклад, обусловленный подложкой.

Другими проявлениями перераспределения энергии при повышении частоты являются нарушение эмпирической закономерности (8), а также изменение величины констант поляризуемости. Это изменение является немонотонным, причем наибольшее значение коэффициентов поляризуемости достигаются в условиях, когда линейный размер резонатора примерно равен длине волны, соответствующей частоте плазмонных колебаний. Изменение различных коэффициентов матрицы поляризуемости с уменьшением размеров частиц не носит пропорционального характера. Электрическая поляризуемость остается примерно такой же, как и в СВЧ-диапазоне даже для самых малых частиц. В то же время резонансные значения нормированной магнитной поляризуемости падают для малых частиц более чем на порядок.

## Список литературы

- Novotny L. // Nature. 2008. **455**. P. 887.
- Noginov M.A., Zhu G., Belgrave A.M. et al. // Nature. 2009. **460**. P. 1110.
- Linden S., Enkrich C., Dolling G. et al. // IEEE J. Sel. Top. in Quant. Electr. 2006. **12**. P. 1097.
- Solymar L., Shamonina E. Waves in Metamaterials. Oxford, 2009.
- Holloway C., Mohamed M., Kuester E., Dienstfrey A. // IEEE Trans. 2005. **EC-47**. P. 853.
- Belokopytov G.V., Zhuravlev A.V., Terekhov Yu.E. // Phys. of Wave Phenomena. 2011. **19**. P. 280.
- Klein M.W., Enkrich C., Wegener M. et al. // Opt. Lett. 2006. **31**. P. 1259.
- Novotny L. // Phys. Rev. Lett. 2007. **98**. P. 266802.
- Tao H., Padilla W.J., Zhang X., Averitt R.D. // IEEE J. Sel. Top. in Quant. Electr. 2011. **17**. P. 92.
- Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J. // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 1999. **47**. P. 2075.
- Kalele S., Gosavi S.W., Urban J., Kulkarni S.K. // Current Sci. 2006. **91**. P. 1038.
- Khosroshahi M.E., Nourbakhsh M.S., Ghazanfari L. // J. Mod. Phys. 2011. **2**. P. 944.
- Hagemann H.J., Gudat W., Kunz C. // DESY SR-74. 1974. **7**.
- Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. **6**. P. 4370.
- Терехов Ю.Е., Журавлев А.В., Белокопытов Г.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2011. № 3. С. 47.
- Белокопытов Г.В., Журавлев А.В. // Физ. волн. процессов и радиотехн. системы. 2008. **11**. С. 41.
- Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М., 1986.
- Krigler C.E., Rill M.S., Linden S., Wegener M. // IEEE J. Sel. Top. in Quant. Electr. 2010. **16**. P. 367.
- Каганов М.И. // Изв. вузов. Радиофиз. 1961. **4**. С. 968.
- Городецкий М.Л. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М., 2011.

**Size dependences of the polarizability of the metal particles****G. V. Belokopytov<sup>a</sup>, A. V. Zhuravlev, Y. E. Terekhov<sup>b</sup>***Department of Oscillation Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University,  
Moscow 119991, Russia.**E-mail: <sup>a</sup>gvb@phys.msu.ru, <sup>b</sup>yury.terekhov@phys.msu.ru.*

Size dependences of the eigenfrequencies, quality factors and polarizabilities of small metallic particles — resonant radiating elements were examined. Limits of electrodynamic scaling regions and ones of plasmon oscillations predominance were established for two types of particles — split-ring and core-shell resonators.

*Keywords:* metamaterials, scaling, split-ring resonators, core-shell resonators.

PACS: 78.67.Bf, 78.67.Pt, 42.25.Fx, 42.25.Ja.

*Received 27 December 2011.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2012).

**Сведения об авторах**

1. Белокопытов Геннадий Васильевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: gvb@phys.msu.ru.
2. Журавлëв Антон Викторович — канд. физ.-мат. наук, мл. науч. сотрудник; e-mail: antonzh@mail.ru.
3. Терехов Юрий Евгеньевич — аспирант; e-mail: yury.terekhov@phys.msu.ru.