

## АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

## Эллиптическое движение звезд в тесных двойных системах с консервативным обменом масс

А. А. Медведева

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.  
Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ).  
Россия, 119991, Москва, Университетский пр-т, д. 13.

E-mail: mizar-alcora@rambler.ru

Статья поступила 27.05.2012, подписана в печать 29.10.2012.

Рассмотрена задача о движении звезды в тесной двойной системе с консервативным обменом масс. В отличие от известной модели Пачинского–Хуанга использована новая модель, определяющая движение тесных двойных систем в случае эллиптической орбиты. В эллиптическом движении звезды учитываются реактивные силы и сила притяжения звезд перетекающей струей. Проведенные вычисления эллиптических орбит тесных двойных звезд показывают, что влияние реактивной силы на эволюцию орбиты звезд может быть различным. Определены изменения большой полуоси и эксцентриситета орбиты второй звезды. Полученные результаты применены к звездной системе BF Aurigae и приведены в виде рисунков.

*Ключевые слова:* тесные двойные звезды, консервативный обмен, эллиптическое движение.

УДК: 521.1+524.387. PACS: 97.80.Fk, 97.10.Gz.

### Введение

В середине XX в. началось исследование движения звезд в тесных двойных системах. Данная проблема нашла свое отражение в работах А. Крушевского [1], Д. Хаджидиметриу [2], С. Пиотровского [3], С. Хуанга [4], Б. Пачинского [5] и др. В результате этих исследований для консервативного обмена массой в тесной двойной системе была получена упрощенная зависимость изменения большой полуоси  $a$  относительной орбиты звезд от постоянной скорости увеличения массы принимающей звезды  $\dot{M}_2$  в виде

$$\dot{a} = 2a\dot{M}_2 \left( \frac{1}{M_1} - \frac{1}{M_2} \right). \quad (1)$$

Согласно (1), большая полуось относительной орбиты звезд уменьшается, если истечение происходит со звезды с большей массой и увеличивается при истечении вещества со звезды с меньшей массой. Данная зависимость, называемая формулой Пачинского–Хуанга, используется во всех исследованиях тесных двойных систем с консервативным обменом массой, когда  $M_1 + M_2 = M = \text{const}$ . Вывод этой формулы основан на предположении, что уравнения движения звезд с переменными массами допускают интеграл момента количества движения

$$\mathbf{J} = M_1 \mathbf{R}_1 \times \mathbf{V}_1 + M_2 \mathbf{R}_2 \times \mathbf{V}_2 = \text{const}, \quad (2)$$

где  $M_i$ ,  $\mathbf{R}_i$ ,  $\mathbf{V}_i$  ( $i = 1, 2$ ) — соответственно масса, радиус-вектор и скорость движения звезд. Следовательно, делается предположение, что тесные двойные звезды образуют замкнутую механическую систему, т. е. систему, допускающую интегралы количества движения и момента количества движения. Дифференциальные

уравнения движения при этом, как правило, не приводятся.

Предположение о существовании интеграла момента количества движения является ошибочным. Убедимся в этом, исходя из наиболее общего вида уравнений движения Мещерского для задачи двух тел с переменными массами [6]:

$$M_1 \frac{d\mathbf{V}_1}{dt} = G \frac{M_1 M_2}{R^3} \mathbf{R} + \mathbf{Q}_1, \quad M_2 \frac{d\mathbf{V}_2}{dt} = -G \frac{M_1 M_2}{R^3} \mathbf{R} + \mathbf{Q}_2, \quad (3)$$

где  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1$ , а  $\mathbf{Q}_1$  и  $\mathbf{Q}_2$  — реактивные силы, действующие на звезды  $S_1$  и  $S_2$ .

Существование интеграла (2) в задаче двух тел с переменными массами является возможным только в задаче Мещерского–Леви-Чивиты [7], уравнения движения которой получаются из (3), если реактивные силы положить равными

$$\mathbf{Q}_1 = -\dot{M}_1 \mathbf{V}_1, \quad \mathbf{Q}_2 = -\dot{M}_2 \mathbf{V}_2, \quad (4)$$

где  $\dot{M}_1 = -\dot{M}_2 = \text{const}$ ,  $\dot{M}_2 > 0$ .

Однако использовать модель Мещерского–Леви-Чивиты для изучения движений звезд в тесной двойной системе с консервативным обменом массой недопустимо, так как реактивных сил (4) в тесной двойной системе не существует. Истинные реактивные силы имеют другие направления и другие абсолютные величины: на звезду-донор действует реактивная сила, направленная в противоположную сторону радиуса  $\mathbf{R}$ , по величине равная произведению скорости звука в перетекающем со струей веществе звезды-донора на  $\dot{M}_1$ , а на звезду-аккректор действует реактивная сила, направленная по касательной к траектории относительного движения перетекающих частиц в момент их попадания на поверхность звезды.

Никаких других задач двух тел с переменными массами, допускающих интеграл момента количества движения, не существует, поэтому создание строгих теорий движений звезд является актуальной задачей.

В настоящее время в отделе небесной механики ГАИШ МГУ (Л. Лукьянов, С. Гасанов) создана модель [8], определяющая движение тесных двойных систем в случае эллиптической орбиты. Определение движений звезд проведено с помощью численного интегрирования с учетом взаимного притяжения звезд, притяжения звезды струей и реактивной силы. В настоящей работе рассматривается дальнейшее уточнение траекторий движения звезд с учетом влияния возможного разброса параметров перетекающей струи и эффекта приложения реактивной силы не к центру масс звезды, а к ее поверхности.

В работе [9] также рассмотрена задача о движении звезды в тесных двойных системах в случае эллиптической орбиты. Однако в ней не учитываются притяжения звезды струей и реактивной силы, вызываемой перетекающим со струей веществом звезды-донора.

### 1. Ограниченная эллиптическая задача трех тел

Для определения движения перетекающих частиц вещества звезды-донора используем плоскую ограниченную эллиптическую задачу трех тел, уравнения движения которой во вращающейся и пульсирующей барицентрической системе координат Шапнера (Шайбнера, Петра, Нехвила, Рейн)  $x, y$  имеют вид [10]

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dv^2} - 2\frac{dy}{dv} &= \rho \frac{\partial U}{\partial x}, \\ \frac{d^2y}{dv^2} + 2\frac{dx}{dv} &= \rho \frac{\partial U}{\partial y}, \end{aligned} \quad (5)$$

где ось  $x$  всегда направлена на звезду-аккретор  $S_2$ ,  $v$  — истинная аномалия звезды-аккретора,  $\rho = 1/(1 + e \cos v)$  — безразмерный радиус положения звезды  $S_2$  относительно  $S_1$ . Через  $U$  обозначена функция Якоби в ограниченной эллиптической задаче трех тел

$$U = \frac{x^2 + y^2}{2} + p^3 \left( \frac{1-m}{r_1} + \frac{m}{r_2} \right) - \frac{p^2}{2} (3 + m^2 - m), \quad (6)$$

а  $r_1$  и  $r_2$  — расстояния от частицы перетекающей струи соответственно до центров масс первой и второй звезд:

$$r_1 = \sqrt{(x + pm)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x + pm - p)^2 + y^2}, \quad (7)$$

где  $1-m = M_1/M$  и  $m = M_2/M$  — относительные массы звезд,  $p = a(1 - e^2)$  — фокальный параметр орбиты звезд,  $a$  и  $e$  — большая полуось и эксцентриситет орбиты соответственно.

Истечение вещества со звезды-донора происходит через окрестность точки либрации Эйлера  $L_1$  (некоторые авторы ее называют внутренней точкой Лагранжа). Абсцисса  $x_L$  этой точки заключена в пределах  $-pm < x_L < p - pm$  и определяется численно как корень нелинейного уравнения  $\partial U / \partial x = 0$  при  $y = 0$ , т. е. уравнения

$$\frac{x}{p^3} - \frac{(1-m)(x+pm)}{(\sqrt{(x+pm)^2})^3} - \frac{m(x+pm-p)}{(\sqrt{(x+pm-p)^2})^3} = 0. \quad (8)$$

Полости Роша в плоской эллиптической ограниченной задаче трех тел определяются при помощи уравнений кривых минимальной энергии [11]

$$x^2 + y^2 + 2p^3 \left( \frac{1-m}{r_1} + \frac{m}{r_2} \right) - p^2(3+m^2-m) = C(1+e \cos v), \quad (9)$$

где  $C$  — постоянная Якоби.

Будем считать, что принимающая звезда имеет форму сферы

$$(x + pm - p)^2 + y^2 = \frac{P^2}{\rho^2}, \quad (10)$$

радиус  $P$  которой в процессе перетекания вещества изменяется согласно зависимости

$$P = P_0 \sqrt[3]{\frac{m}{m_0}}. \quad (11)$$

Истечение вещества со звезды-донора начинается по достижении уровня энергии частиц, превышающего уровень энергии в точке либрации Эйлера  $L_1$ . Как показано в работе [11], истечение вещества через окрестность точки  $L_1$  носит пульсирующий характер и происходит при расположении звезд в окрестности апоастро. Скорость истечения  $V_0$  частиц массы со звезды  $S_1$  всегда направлена в сторону звезды  $S_2$ , образуя с осью  $Ox$  некоторый угол  $\pm \alpha$  и имеет значение

$$V_0(v) = V_{00} V_1(v) \beta, \quad V_1(v) = m \sqrt{\frac{GM}{p}} \sqrt{1 + 2e \cos v + e^2}, \quad (12)$$

где  $V_{00} \simeq 0.03$  — коэффициент, установленный из наблюдений, а положительный параметр  $\beta$  характеризует структуру звезды-аккретора, т. е. зависит от ее химического состава и физического состояния. Окрестность апоастро звезд, в которой происходит истечение массы, определяется по уровню энергии частиц (постоянная Якоби  $C$ , см. [11]) диапазоном истинной аномалии  $\pi - v_a \leq v \leq \pi + v_a$ , где  $0 < v_a < \pi$ . Поэтому среднюю скорость  $V_c$  истечения массы со звезды  $S_1$  на одном периоде обращения звезд можно определить по формуле

$$\begin{aligned} V_c = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi-v_a}^{\pi+v_a} V_0 dv &= \frac{2\beta V_{00} m}{\pi} (1+e_0) \sqrt{\frac{GM}{p_0}} \times \\ &\times \left[ E \left( \frac{2\sqrt{e_0}}{1+e_0} \right) - E \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{2\sqrt{e_0}}{1+e_0} \right) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $p_0 = a_0(1 - e_0^2)$ , где  $a_0, e_0$  — начальные значения большой полуоси и эксцентриситета орбиты звезды-аккретора. Кроме того,  $E(k), E(s, k)$  — полный эллиптический интеграл и эллиптический интеграл II рода соответственно.

Все линии тока струи, имеющие разброс как по координатам, так и по времени в течении одного «выброса» вещества за период обращения звезд, будем аппроксимировать одной траекторией, исходящей из особой точки  $L_1$ . Численное интегрирование уравнений (5) проводится с начальными условиями

$$\begin{aligned} v_0 = \pi, \quad x(v_0) = x_L, \quad x'(v_0) &= \frac{V_c}{\dot{v}(v_0)} \cos \alpha, \\ y(v_0) = 0, \quad y'(v_0) &= \frac{V_c}{\dot{v}(v_0)} \sin \alpha, \quad v_a = \frac{\pi}{2}, \end{aligned}$$

$$m = m_0, \quad \dot{m} = \text{const}, \quad P = P_0, \\ \dot{v}(v_0) = \sqrt{\frac{GM}{p_0^3}} (1 - e_0)^2, \quad (14)$$

где штрих означает дифференцирование по истинной аномалии  $v$ .

В начальных условиях угол  $\alpha$  между вектором скорости и осью абсцисс меняется в пределах  $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$ , а параметр  $\beta$  — в пределах  $0.5 < \beta < 2$ .  $\alpha = [0^\circ, \pm 20^\circ, \pm 40^\circ, \pm 60^\circ, \pm 80^\circ]$ ,  $\beta = [0.5, 1, 1.5, 2]$ . В работе [8] значения угла  $\alpha$  и параметра  $\beta$  принимались равными  $\alpha = 0$  и  $\beta = 1$ .

Численное интегрирование осуществляется на интервале  $v_0 \leq v \leq v_0 + \tau$ , где значение истинной аномалии  $v_0 + \tau$  определяется моментом попадания частицы на поверхность второй звезды в точке  $x_2 = x(v_0 + \tau)$ ,  $y_2 = y(v_0 + \tau)$ . Если такого момента не существует, то процесс перетекания вещества происходит с образованием аккреционного диска.

В результате численного интегрирования уравнений (5) получаются компоненты скорости истечения  $\mathbf{W}_1$  со звезды  $S_1$  и скорости притока массы  $\mathbf{W}_2$  на звезду  $S_2$ :

$$W_{1x} = V_c, \quad W_{1y} = 0, \quad W_{2x} = x'(v_0 + \tau)\dot{v}, \quad W_{2y} = y'(v_0 + \tau)\dot{v}. \quad (15)$$

Реактивные силы, действующие на звезды  $S_1$  и  $S_2$ , считаются приложенными к их центрам масс и определяются по формулам

$$\mathbf{Q}_1 = \dot{m}M\{-V_c, 0\}, \quad \mathbf{Q}_2 = \dot{m}M\{x'(v_0 + \tau)\dot{v}, y'(v_0 + \tau)\dot{v}\}. \quad (16)$$

С помощью численного интегрирования определяют также масса установившейся перетекающей струи  $S_3$  и координаты  $x_3, y_3$  ее центра масс:

$$M_3 = \frac{\tau}{\dot{v}_c} \dot{m}M, \quad x_3 = \frac{1}{\tau} \int_{v_0}^{v_0 + \tau} x(v)dv, \quad y_3 = \frac{1}{\tau} \int_{v_0}^{v_0 + \tau} y(v)dv, \quad (17)$$

где

$$\dot{v}_c = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{v} dv = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{GM}{p^3}} (1 + e \cos v)^2 dv = \\ = \sqrt{\frac{GM}{p^3}} \left(1 + \frac{e^2}{2}\right)$$

— средняя угловая скорость орбитального движения.

По формулам (16) и (17) определяются реактивные силы, масса струи и координаты ее центра масс. Эти величины входят в правые части дифференциальных уравнений движения звезд.

## 2. Дифференциальные уравнения движения звезд

В качестве исходных дифференциальных уравнений движения звезд в инерциальной системе координат рассматриваем систему уравнений Мещерского:

$$M_1 \frac{d\mathbf{V}_1}{dt} = G \frac{M_1 M_2}{R^3} \mathbf{R} + \mathbf{Q}_1 + G \frac{M_1 M_3}{r_{13}^3} \mathbf{r}_{13}, \\ M_2 \frac{d\mathbf{V}_2}{dt} = -G \frac{M_1 M_2}{R^3} \mathbf{R} + \mathbf{Q}_2 + G \frac{M_2 M_3}{r_{23}^3} \mathbf{r}_{23}, \quad (18)$$

где  $r_{13} = \sqrt{(x_3 + pm)^2 + y_3^2}$ ,  $r_{23} = \sqrt{(x_3 + pm - p)^2 + y_3^2}$  — расстояния между центрами масс звезд и струи. Уравнение движения звезды  $S_2$  относительно  $S_1$  в плоскости  $z = 0$  отсюда получается в виде

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{GM}{R^3} \mathbf{R} + \frac{\mathbf{Q}_2}{M_2} - \frac{\mathbf{Q}_1}{M_1} + GM_3 \left( \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}^3} - \frac{\mathbf{r}_{13}}{r_{13}^3} \right), \quad (19)$$

где  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1$  — скорость движения звезды  $S_2$  относительно  $S_1$ .

Дифференциальные уравнения Ньютона–Эйлера в оскулирующих элементах для большой полуоси относительной орбиты  $a$  и эксцентриситета  $e$  представляются в виде [10]

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\sqrt{GMa(1-e^2)}} [e \sin v S + (1 + e \cos v) T], \quad (20)$$

$$\frac{de}{dt} = \sqrt{\frac{a(1-e^2)}{GM}} \left[ \sin v S + \left( \cos v + \frac{\cos v + e}{1 + e \cos v} \right) T \right].$$

Возмущающие ускорения  $S$  и  $T$  становятся известными после интегрирования уравнений (5):

$$S = \dot{m} \left( \frac{W_{2x}}{m} + \frac{V_c}{1-m} \right) + \\ + GM\tau \frac{\dot{m}}{\dot{v}_c} \left( \frac{x_3 + pm - p}{r_{23}^3} - \frac{x_3 + pm}{r_{13}^3} \right), \quad (21) \\ T = \dot{m} \frac{W_{2y}}{m} + GM\tau \frac{\dot{m}}{\dot{v}_c} y_3 r_3, \quad r_3 = \frac{1}{r_{23}^3} - \frac{1}{r_{31}^3}.$$

Если перейти к независимой переменной  $m$  по формуле  $d/dt = \dot{m}(d/dm)$ , то после проведения осреднения путем вычисления определенных интегралов от правых частей уравнений (20) получим окончательный вид дифференциальных уравнений для определения вековых возмущений большой полуоси и эксцентриситета относительной орбиты звезд [8]:

$$\frac{d\tilde{a}}{dm} = \frac{2 + \tilde{e}^2}{(1 - \tilde{e}^2)^2} \frac{\tilde{W}_{2y}}{m} + 2\tilde{a}^3 \sqrt{1 - \tilde{e}^2} \tau y_3 r_3, \quad (22) \\ \frac{d\tilde{e}}{dm} = \frac{2 + \tilde{e}^2}{2\tilde{a}(1 - \tilde{e}^2)} \frac{\tilde{e}}{1 + \sqrt{1 - \tilde{e}^2}} \frac{\tilde{W}_{2y}}{m} - \frac{3}{2} \tilde{e} \tilde{a}^2 \sqrt{1 - \tilde{e}^2} \tau y_3 r_3,$$

Здесь принято обозначение  $\tilde{W}_{2y} = y'(v_0 + \tau) \cdot \cos(\pi - \gamma)$ , где  $\gamma$  — угол между векторами  $\mathbf{W}_2$  и  $\mathbf{Q}_2$  (рис. 1).

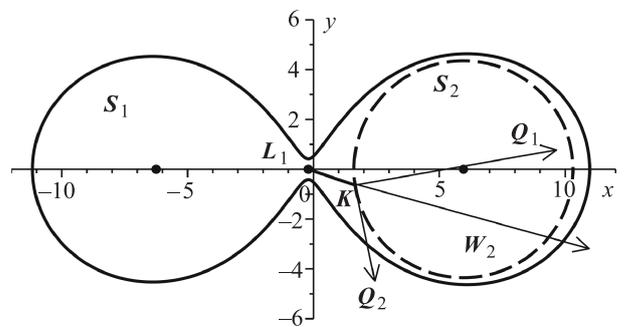


Рис. 1. Процесс перетекания струи  $L_1K$  от точки либрации Эйлера  $L_1$  до точки  $K$  на поверхности 2-й звезды, изображенной штриховой линией

### 3. Приложение к тесной двойной звездной системе BF Aurigae

В качестве примера взята реально существующая тесная двойная звездная система BF Aug в созвездии Возничего [12]. Массы звезды-донора (первой звезды) и звезды-аккретора (второй звезды) равны  $M_1 = 4.92M_\odot$  и  $M_2 = 5.16M_\odot$  соответственно ( $M_\odot$  — масса Солнца). Начальные значения радиусов первой и второй звезд равны  $R_1 = 4.29R_\odot$  и  $R_2 = P_0 = 4.62R_\odot$  ( $R_\odot$  — радиус Солнца). Относительная орбита звезд определялась путем численного интегрирования дифференциальных уравнений (22) методом Рунге-Кутты с точностью  $10^{-6}$  в промежутке полмиллиона лет. Интегрирование проводилось на интервале независимой переменной  $t$  от  $m_0 = 0.35$  или  $q_0 = 0.538$  до  $m_k = 0.877$  или  $q_k = 7$ . Результаты вычислений приведены в виде рисунков, причем зависимости большой полуоси  $a = a(q)$  и эксцентриситета  $e = e(q)$  относительной орбиты звезды-аккретора от величины  $q = m/(1 - m)$  определены при начальном значении большой полуоси  $a_0 = 12.33R_\odot$  и эксцентриситета  $e_0 = 0.1$ ,  $e_0 = 0.3$  и  $e_0 = 0.5$ .

На рис. 1 схематично изображен процесс перетекания струи (пунктирная линия) из точки Эйлера  $L_1$  на поверхность 2-й звезды (штриховая) при  $\beta = 1$  и  $\alpha = 0$ .

На рис. 2 приведены зависимости большой полуоси  $a = a(q)$  слева и эксцентриситета  $e = e(q)$  справа относительной орбиты звезды-аккретора в тесной двойной системе BF Aug при начальных значениях эксцентриситета:  $e_0 = 0.1$  — сплошной,  $e_0 = 0.3$  — пунктирной,  $e_0 = 0.5$  — штриховой линиями.

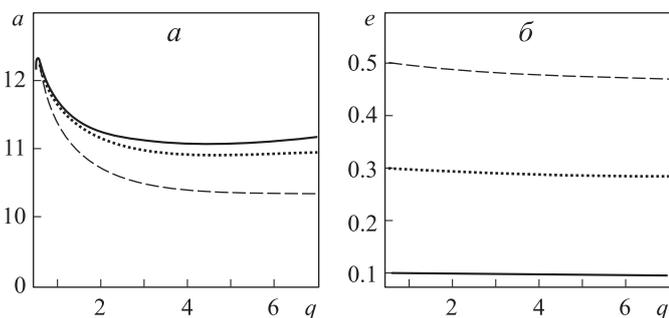


Рис. 2. Зависимость большой полуоси  $a(q)$  (а) и эксцентриситета  $e(q)$  (б) при различных начальных значениях эксцентриситета:  $e_0 = 0.1$  — сплошная линия,  $e_0 = 0.3$  — пунктирная,  $e_0 = 0.5$  — штриховая

На рис. 3 приведены зависимости большой полуоси  $a = a(q)$  слева и эксцентриситета  $e = e(q)$  справа относительной орбиты звезды-аккретора при различных значениях  $\alpha$  и угла  $\gamma = 0$  и параметра  $\beta = 1$ . Пунктирная линия соответствует  $\alpha = 20^\circ$ , штриховая —  $\alpha = 40^\circ$  и штрихпунктирная —  $\alpha = 60^\circ$ .

На рис. 4 приведены зависимости большой полуоси  $a = a(q)$  слева и эксцентриситета  $e = e(q)$  справа относительной орбиты звезды-аккретора при различных значениях  $\beta$  и углов  $\alpha = 0$ ,  $\gamma = 0$ . Сплошная жирная линия соответствует значению  $\beta = 1$ , пунктирная —  $\beta = 0.5$  и штриховая —  $\beta = 1.5$ .

Оказалось, что процесс перетекания струи из точки Эйлера  $L_1$  на поверхность 2-й звезды при изменении угла  $\alpha$  в пределах от  $-20$  до  $90^\circ$  почти совпадает

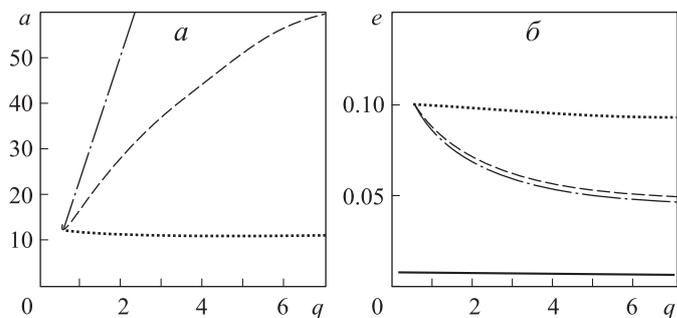


Рис. 3. Зависимости большой полуоси  $a = a(q)$  слева и эксцентриситета  $e = e(q)$  справа относительной орбиты звезды-аккретора для различных значений  $\alpha$  при значениях угла  $\gamma = 0$  и параметра  $\beta = 1$ . Пунктирная линия —  $\alpha = 20^\circ$ , штриховая —  $\alpha = 40^\circ$ , штрихпунктирная —  $\alpha = 60^\circ$

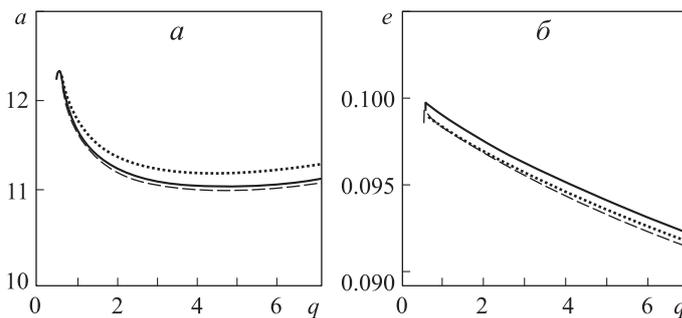


Рис. 4. Зависимости большой полуоси  $a = a(q)$  (слева) и эксцентриситета  $e = e(q)$  (справа) относительной орбиты звезды-аккретора для различных значений  $\beta$  при углах  $\alpha = 0$ ,  $\gamma = 0$ . Сплошная жирная линия соответствует значению  $\beta = 1$ , пунктирная —  $\beta = 0.5$  и прерывистая линия —  $\beta = 1.5$

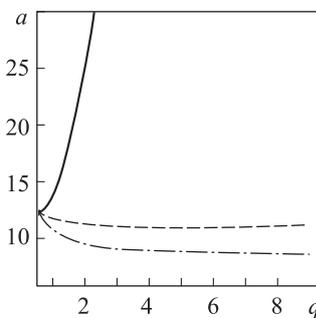


Рис. 5. Изменения большой полуоси  $a$  орбиты звезды-аккретора в двойной системе BF Aug в зависимости от параметра  $q$ : в эллиптическом (штрихпунктирная линия) при  $e_0 = 0.7$  и в круговом движении (штриховая) с учетом реактивных сил при  $\alpha = 0$  и  $\beta = 1$ , а также по формуле Пачинского (сплошная линия)

с реальными их значениями, но при  $\alpha < -20^\circ$  физический смысл перетекания струи отсутствует.

На рис. 5 приведены изменения большой полуоси  $a = a(q)$  звезды-аккретора в двойной системе BF Aug [12] в зависимости от параметра  $q$ : в эллиптическом (штрихпунктирная линия) при  $e_0 = 0.7$  и в круговом движении (штриховая линия) с учетом реактивных сил при  $\alpha = 0$  и  $\beta = 1$ , а также по формуле Пачинского (сплошная линия). Оказалось, что полученные по формуле Пачинского результаты, в которых реактивные

силы со стороны струи игнорируются, существенно отличаются от результатов, полученных в настоящей работе (рис. 5). Это доказывает необходимость учета реактивной силы, вызываемой перетекающим со струей веществом звезды-донора.

### Заключение

Более полувека для определения относительной орбиты тесных двойных звезд использовалась некорректная модель Пачинского–Хуанга, что было отмечено в работе [8]. Однако и по сей день в работах, связанных с тесными двойными системами эта модель продолжает использоваться.

Для определения относительного движения звезд в тесной двойной системе в настоящей работе используется численное интегрирование уравнений движения с учетом реактивных сил и сил притяжения звезд перетекающей струей. Проведенные вычисления эллиптических орбит тесных двойных звезд показывают, что влияние реактивной силы на эволюцию орбиты звезд может быть различным: а) если звезда-аккректор имеет меньшую массу и небольшие размеры, а аккреционный диск отсутствует, то эксцентриситет увеличивается; б) если же звезда-аккректор имеет большую массу и большие размеры, то реактивная сила создает тормозящий эффект, и эксцентриситет уменьшается, стремясь к нулю. При больших значениях  $q$  эксцентриситет всегда уменьшается. Также была найдена зависимость траектории струи от разных  $\alpha = 0, 20, 40, 60, 80, -20, -40, -60$ ;  $\beta = 1, 0.5, 1.5, 2$ . Определены изменения  $a$  и  $e$  относительной орбиты второй звезды при усло-

вии: учитывались только составные реактивные силы, направленные в центр масс второй звезды.

Показана необходимость учета реактивной силы, вызываемой перетекающим со струей веществом звезды-донора. Несомненно, что полученные результаты можно уточнять, вводя другие возмущающие факторы и делая новые предположения, опираясь на наблюдения.

Автор выражает благодарность доценту Л. Г. Лукьянову и кандидату физ.-мат. наук С. А. Гасанову.

### Список литературы

1. *Kruszevski A.* // Adv. Astron. Astrophys. 1966. **4**. P. 233.
2. *Hadjimetriou J.* // Astrophys. and Space Sci. 1969. **3**. P. 330.
3. *Пиотровский С.Л.* // Астрон. журн. 1967. **44**. P. 241.
4. *Huang S.S.* // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1966. **4**. P. 35.
5. *Paczynski B.* // Acta Astron. 1966. **16**. P. 231.
6. *Mestschersky I.W.* // Astron. Nachr. 1902. **159**. P. 229.
7. *Levy-Civita T.* // Rendiconti delle reale Acad. Lincei. 1928. **8**, N 12. P. 621.
8. *Лукьянов Л.Г., Гасанов С.А.* // Астрон. журн. 2011. **88**. P. 797.
9. *Sepinsky J.F., Willems B., Kalogera V., Rasio F.A.* // Astrophys. J. 2007. **667**. P. 1170.
10. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М., 1968.
11. *Лукьянов Л.Г.* // Астрон. журн. 2005. **82**. P. 1137.
12. *Kallrath J., Strassmeier K.G.* // Astron. Astrophys. 2000. **362**. P. 673.

## The motion of stars in close binary systems with conservative mass exchange

A. A. Medvedeva

*Department of Sky Mechanics, Astrometry, and Gravimetry, Faculty of Physics;  
P. K. Sternberg State Institute of Astronomy,  
M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.  
E-mail: mizar-alcara@rambler.ru.*

During 50 years astronomers used ill-posed Pachinskij–Huanga model to determine relative orbit of close binary systems. Now we still use this model. We use numerical integration of motion equations with a glance reactive forces and attractive forces between star and overflowing substance, to calculate relative motion of stars in close binary system. We calculated elliptical orbits of close binary systems. Our results point at various influence by reactive force to orbit evolution. We determine relation between stream path and various initial velocity angles of inclination ( $\alpha = 0, 20, 40, 60, -20, -40, -60, -80^\circ$ ); and relation between stream path and value of initial velocity ( $\beta = 1, 0.5, 1.5, 2$ ).

*Keywords:* close binary systems, conservative exchanges, elliptical motion.

PACS: 97.80.Fk, 97.10.Gz.

Received 29 October 2012.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2013).

### Сведения об авторах

1. Медведева Анна Александровна — студентка.