

# Влияние волны киральной плотности на сверхпроводящую фазу в двумерной модели Гросса–Невё

В. Ч. Жуковский<sup>1</sup>, К. Г. Клименко<sup>2</sup>, Т. Г. Хунджуа<sup>1,a</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

<sup>2</sup>ИФВЭ и Университет «Дубна». Россия, 142281, Московская обл., г. Протвино.

E-mail: <sup>a</sup>gtamaz@gmail.com

Статья поступила 25.12.2012, подписана в печать 06.01.2013.

Исследована фазовая структура двумерной модели Гросса–Невё с учетом дифермионного взаимодействия и волны киральной плотности в переменных температуры и химического потенциала в приближении большого числа компонент поля  $N \rightarrow \infty$ .

*Ключевые слова:* модель Гросса–Невё, волна киральной плотности, дифермионный конденсат.

УДК: 539.12.01. PACS: 12.38.Lg.

## Введение

Последнее время большое внимание уделяется изучению фазовых переходов в плотной адронной среде при высокой температуре. В первую очередь это связано с экспериментами по столкновению тяжелых ионов, а также с физикой компактных звезд. При столь высоких плотностях материи создается возможность образования сверхпроводящего конденсата. Поскольку взаимодействие в таких ситуациях сильное, необходимо применять непertурбативные методы и, в частности, эффективные модели типа Намбу–Йона-Лазинио (НЙЛ) [1]. В то время как модели НЙЛ применимы при низких энергиях и плотностях, модели типа Гросса–Невё [2] (ГН) в пространстве размерности  $(1+1)$  этих ограничений не требуют. Более того, они эффективно моделируют свойства квантовой хромодинамики (КХД), такие как перенормируемость, асимптотическая свобода и размерная трансмутация. При этом в пределе большого числа компонент поля ( $N \rightarrow \infty$ ) теорема о невозможности спонтанного нарушения непрерывной симметрии в  $(1+1)$ -модели ГН не работает [3, 4]. Поэтому использование модели ГН для изучения непertурбативных явлений в рамках этой модели при  $N \rightarrow \infty$  существенно проще. Следовательно, представляется весьма удобным изучение таких эффектов, как цветовая сверхпроводимость [5, 6] и спонтанное нарушение изотопической симметрии [7], характерных для реалистических условий в  $(3+1)$ -мерном пространстве, на примере модели ГН в пределе больших чисел  $N$ .

Взяв за основу  $(1+1)$ -мерную модель Гросса–Невё и дополнив ее дифермионным каналом взаимодействия, в настоящей работе изучена возможность возникновения волны киральной плотности и ее влияние, оказываемое на сверхпроводящую фазу. В отличие от работы [6] мы изучаем дифермионный и неоднородный киральный каналы взаимодействия не по отдельности, а в рамках одной термодинамической системы. Для этого мы вычисляем термодинамический потенциал модели и ищем его точку глобального минимума. Такой подход позволяет описывать конкуренцию конденсатов, реализуемых при различных значениях внешних параметров химического потенциала  $\mu$  и температуры  $T$ .

## 1. Модель и ее термодинамический потенциал

Наши исследования основаны на  $(1+1)$ -мерной модели Гросса–Невё с безмассовыми фермионами, принадлежащими фундаментальному мультиплету  $O(N)$  ароматовой группы. Лагранжиан этой модели описывает взаимодействие как в фермион-антифермионном, так и фермион-фермионном каналах:

$$L = \sum_{k=1}^N \bar{\psi}_k [\gamma^\nu i \partial_\nu + \mu \gamma^0] \psi_k + \frac{G_1}{N} \left[ \left( \sum_{k=1}^N \bar{\psi}_k \psi_k \right)^2 + \left( \sum_{k=1}^N \bar{\psi}_k i \gamma^5 \psi_k \right)^2 \right] + \frac{G_2}{N} \left( \sum_{k=1}^N \psi_k^T \epsilon \psi_k \right) \left( \sum_{j=1}^N \bar{\psi}_j \epsilon \bar{\psi}_j^T \right), \quad (1)$$

где  $\mu$  — химический потенциал числа фермионов. Как было отмечено выше, все фермионные поля  $\psi_k$  ( $k = 1, \dots, N$ ) представляют собой фундаментальный мультиплет группы  $O(N)$ . К тому же каждое поле  $\psi_k$  является двухкомпонентным дираковским спинором (индекс  $T$  обозначает транспонирование). Величины  $\gamma^\nu$  ( $\nu = 0, 1$ ),  $\gamma^5$ , и  $\epsilon$  в (1) являются матрицами в спинорном пространстве:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \equiv -\epsilon; \quad (2)$$

$$\gamma^5 = \gamma^0 \gamma^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что Лагранжиан  $L$  инвариантен относительно преобразований внутренней группы  $O(N)$ , которая введена для обеспечения возможности пользоваться непertурбативной техникой в пределе больших значений  $N$ . Физически более интересно, что модель (1) инвариантна относительно группы  $U(1)$ :  $\psi_k \rightarrow \exp(i\alpha) \psi_k$  ( $k = 1, \dots, N$ ) и непрерывных киральных преобразований:  $\psi_k \rightarrow \exp(i\alpha' \gamma^5) \psi_k$  ( $k = 1, \dots, N$ ).

Введение составных бозонных полей  $\sigma(x)$ ,  $\pi(x)$ ,  $\Delta(x)$ ,  $\Delta^*(x)$  в следующем виде:

$$\begin{aligned}\sigma(x) &= -2\frac{G_1}{N}(\bar{\psi}_k\psi_k), & \pi(x) &= -2\frac{G_1}{N}(\bar{\psi}_k i\gamma^5\psi_k), \\ \Delta(x) &= -2\frac{G_2}{N}(\psi_k^T\epsilon\psi_k), & \Delta^*(x) &= -2\frac{G_2}{N}(\bar{\psi}_k\epsilon\bar{\psi}_k^T)\end{aligned}\quad (3)$$

позволяет линеаризовать лагранжиан (1) и привести его к виду

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \bar{\psi}_k \left[ \gamma^\nu i\partial_\nu + \mu\gamma^0 - \sigma - i\gamma^5\pi \right] \psi_k - \frac{N}{4G_1}(\sigma^2 + \pi^2) - \\ &- \frac{N}{4G_2}\Delta^*\Delta - \frac{\Delta^*}{2}[\psi_k^T\epsilon\psi_k] - \frac{\Delta}{2}[\bar{\psi}_k\epsilon\bar{\psi}_k^T].\end{aligned}\quad (4)$$

Здесь и далее подразумевается суммирование по повторяющимся индексам  $k = 1, \dots, N$ . Очевидно, что Лагранжианы (1) и (4) эквивалентны, что может быть показано путем применения уравнения Эйлера–Лагранжа к бозонным полям. Как видно из (3), нейтральные поля  $\sigma(x)$  и  $\pi(x)$  являются действительными величинами,  $((\sigma(x))^\dagger = \sigma(x))$ ,  $((\pi(x))^\dagger = \pi(x)^1)$ , тогда как заряженные фермионные поля  $\Delta(x)$  и  $\Delta^*(x)$  — взаимно эрмитово сопряженные комплексные величины  $(\Delta(x))^\dagger = \Delta^*(x)$ . В случае ненулевого основного состояния фермионного поля  $\Delta(x)$  ( $\langle\Delta(x)\rangle \neq 0$ ) фермионная абелева симметрия  $U(1)$  спонтанно нарушается. Однако если  $\langle\sigma(x)\rangle \neq 0$ , спонтанно нарушается дискретная киральная симметрия.

Перейдем к изучению фазового портрета модели (1). Используя приближение больших  $N$ , эффективное действие  $\mathcal{S}_{\text{eff}}(\sigma, \pi, \Delta, \Delta^*)$  обсуждаемой модели выражается через континуальные интегралы по фермионным полям:

$$\exp(i\mathcal{S}_{\text{eff}}(\sigma, \pi, \Delta, \Delta^*)) = \int \prod_{l=1}^N [d\bar{\psi}_l][d\psi_l] \exp\left(i \int \mathcal{L} d^2x\right),\quad (5)$$

откуда

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_{\text{eff}}(\sigma, \pi, \Delta, \Delta^*) &= \\ &= - \int d^2x \left[ \frac{N}{4G_1}(\sigma^2(x) + \pi^2(x)) + \frac{N}{4G_2}\Delta(x)\Delta^*(x) \right] + \tilde{\mathcal{S}}_{\text{eff}}.\end{aligned}\quad (6)$$

Фермионный вклад  $\tilde{\mathcal{S}}_{\text{eff}}$  в эффективное действие (6) выражается следующим образом:

$$\begin{aligned}\exp(i\tilde{\mathcal{S}}_{\text{eff}}) &= \int \prod_{l=1}^N [d\bar{\psi}_l][d\psi_l] \times \\ &\times \exp\left\{ i \int \left[ \bar{\psi}_k \left( \gamma^\nu i\partial_\nu + \mu\gamma^0 - \sigma - i\gamma^5\pi \right) \psi_k - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\Delta^*}{2}(\psi_k^T\epsilon\psi_k) - \frac{\Delta}{2}(\bar{\psi}_k\epsilon\bar{\psi}_k^T) \right] d^2x \right\}.\end{aligned}\quad (7)$$

Величины полей основного состояния  $\langle\sigma(x)\rangle$ ,  $\langle\pi(x)\rangle$ ,  $\langle\Delta(x)\rangle$  и  $\langle\Delta^*(x)\rangle$  определяются системой уравнений

для седловой точки

$$\frac{\delta\mathcal{S}_{\text{eff}}}{\delta\sigma(x)} = 0, \quad \frac{\delta\mathcal{S}_{\text{eff}}}{\delta\pi(x)} = 0, \quad \frac{\delta\mathcal{S}_{\text{eff}}}{\delta\Delta(x)} = 0, \quad \frac{\delta\mathcal{S}_{\text{eff}}}{\delta\Delta^*(x)} = 0.\quad (8)$$

В вакууме, т.е. в состоянии с нулевой плотностью частиц ( $\mu = 0$ ), величины  $\langle\sigma(x)\rangle$ ,  $\langle\pi(x)\rangle$ ,  $\langle\Delta(x)\rangle$  и  $\langle\Delta^*(x)\rangle$  не зависят от пространственной координаты. Однако в плотной среде ( $\mu \neq 0$ ) эти величины могут иметь нетривиальную зависимость от координаты пространства. В частности, в настоящей работе мы будем использовать следующий анзац:

$$\begin{aligned}\langle\sigma(x)\rangle &= M \cos(2bx), & \langle\pi(x)\rangle &= M \sin(2bx), \\ \langle\Delta(x)\rangle &= \langle\Delta^*(x)\rangle = \Delta,\end{aligned}\quad (9)$$

где  $M, b$  и  $\Delta$  — действительные величины, не зависящие от  $x$ . Данный анзац называют *волной киральной плотности*, его выбор продиктован результатами теоретических и экспериментальных работ в области КХД (см., например, [8]). Также стоит отметить, что фермионный конденсат мы оставляем однородным.

Разложение в пределе больших значений  $N$  позволяет записать термодинамический потенциал (ТДП) в следующем виде:

$$\begin{aligned}\int d^2x \Omega(M, b, b', \Delta) &= \int d^2x \left( \frac{M^2}{4G_1} + \frac{\Delta^2}{4G_2} \right) + \\ &+ \frac{i}{N} \ln \left( \int \prod_{l=1}^N [d\bar{q}_l][dq_l] \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp\left( i \int d^2x \left[ \bar{q}_k D q_k - \frac{\Delta}{2}(q_k^T\epsilon q_k) - \frac{\Delta}{2}(\bar{q}_k\epsilon\bar{q}_k^T) \right] \right) \right),\end{aligned}\quad (10)$$

где  $D = \gamma^\nu i\partial_\nu + (\mu - b)\gamma^0 - M$ . Мы ввели новые фермионные поля, выраженные следующим образом:  $q_k = \exp[i\gamma^5 bx]\psi_k$  и  $\bar{q}_k = \bar{\psi}_k \exp[i\gamma^5 bx]$ . Данная замена упрощает континуальное интегрирование в (10) и при этом не меняет меру интеграла<sup>2</sup>.

Проинтегрировав по фермионным полям, а затем перейдя в импульсное представление и проинтегрировав по переменной  $p_0$ , получаем следующее выражение для ТДП:

$$\Omega(M, \Delta, b) = \frac{M^2}{4G_1} + \frac{\Delta^2}{4G_2} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_1}{4\pi} (E_+ + E_-),\quad (11)$$

где

$$\begin{aligned}E_{\pm}^2 &= (\mu - b)^2 + p_1^2 + M^2 + \Delta^2 \pm \\ &\quad \pm 2\sqrt{M^2\Delta^2 + (\mu - b)^2(p_1^2 + M^2)}.\end{aligned}\quad (12)$$

Очевидно, что ТДП (11) ультрафиолетово расходится. Введем параметр обрезания  $|p_1| < \Lambda$  и тогда, согласно свойствам двумерной модели ГН, константы связи  $G_1$  и  $G_2$  становятся функциями  $\Lambda$ . Процедура перенормировки модели ГН хорошо известна [5, 10]. Следуя этой процедуре, для  $G_1 = G_1(\Lambda)$  и  $G_2 = G_2(\Lambda)$  запишем

$$\frac{1}{4G_1(\Lambda)} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{2\Lambda}{M_1}, \quad \frac{1}{4G_2(\Lambda)} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{2\Lambda}{M_2},\quad (13)$$

<sup>1</sup> Символ  $\dagger$  обозначает эрмитово сопряжение.

<sup>2</sup> Этот нетривиальный факт следует из работы Fujikawa [9].

где  $M_1$  и  $M_2$  некоторые конечные независимые параметры модели, которые являются инвариантами перенормировки, т. е. не зависят от точки нормировки.

В дальнейшем взамен двух размерных параметров  $M_1$  и  $M_2$  будем использовать один размерный параметр  $M_1$  и один безразмерный параметр  $\delta$ :

$$\frac{\delta}{4\pi} \equiv \frac{1}{4G_2} - \frac{1}{4G_1} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{M_1}{M_2}. \quad (14)$$

Так как  $M_1$  и  $\delta$  — свободные параметры модели, очевидно, что процедура перенормировки лагранжиана (1) сопровождается явлением *частичной размерной трансмутации*.

Итак, при подстановке (13) в (11) и взятии предела  $\Lambda \rightarrow \infty$ , мы получаем перенормированное выражение для ТДП:

$$\Omega(M, \Delta, b) = V_0(M, \Delta) - \int_0^\infty \frac{dp_1}{2\pi} \times \left( E_+ + E_- - \sqrt{p_1^2 + (M + \Delta)^2} - \sqrt{p_1^2 + (M - \Delta)^2} \right), \quad (15)$$

где

$$V_0(M, \Delta) = \frac{1}{4\pi} \left[ \Delta^2(\delta - 1) - M^2 + (M - \Delta)^2 \ln \left| \frac{M - \Delta}{M_1} \right| + (M + \Delta)^2 \ln \left( \frac{M + \Delta}{M_1} \right) \right]. \quad (16)$$

Для записи окончательного вида ТДП следует сделать еще одно замечание. Если использовать ТДП (15) при  $b \neq 0$ , то результаты не будут соответствовать физической реальности. Дело в том, что при  $M = 0$  ТДП, очевидно, не должен зависеть от фазы  $b$ , однако в нашем случае это не так. Данная проблема изучена в работах [6, 11], где показано, что такая нефизическая зависимость устраняется симметричной энергетической схемой регуляризации. Здесь мы приведем лишь результат применения этой схемы

$$\Omega^{\text{phys}}(M, \Delta, b) = \Omega(M, \Delta, b) + \frac{(\mu - b)^2}{2\pi} - \frac{\mu^2}{2\pi}. \quad (17)$$

Видно, что при  $b = 0$   $\Omega^{\text{phys}} = \Omega$  при этом  $\Omega^{\text{phys}}(M, b, \Delta)$  позволяет убрать нефизическую зависимость от  $b$  при  $M = 0$ .

Для изучения фазового портрета модели (1) осталось ввести в рассмотрение температуру. Для этого необходимо произвести стандартные замены

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_0}{2\pi} (\dots) \rightarrow iT \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\dots), \quad (18)$$

$$p_0 \rightarrow p_{0n} \equiv i\omega_n \equiv i\pi T(2n + 1), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

откуда следует, что интегрирование по  $p_0$  заменится суммированием по матцубаровским частотам  $\omega_n$ . Так как данная техника хорошо развита и описана (см., например, [12]), мы сразу приведем конечный результат

$$\Omega_T^{\text{phys}}(M, \Delta, b) = \Omega^{\text{phys}}(M, \Delta, b) - T \int_0^\infty \frac{dp_1}{\pi} \ln \left[ \left( 1 + e^{-E_+/T} \right) \left( 1 + e^{-E_-/T} \right) \right]. \quad (19)$$

## 2. Фазовый портрет модели

Итак, задача изучения фазового портрета модели (1) свелась к проблеме поиска точки глобального минимума ТДП (19). Напомним, что в системе имеется три параметра  $\mu, T, \delta$  и три переменные  $\Delta, M, b$ ; таким образом фазовый портрет представляет собой трехмерный график в  $(\mu, T, \delta)$ -переменных, каждой точке которой соответствует координата глобального минимума  $(\Delta, M, b)$ . Данная задача решена нами численным методом градиентного спуска. Для иллюстрации полной физической картины начнем с описания частного случая вакуума, затем изучим поведение плотной материи в случае однородного кирального конденсата и, наконец, рассмотрим эффекты, вызванные образованием волны киральной плотности.

### 2.1. Частный случай вакуума: $T = 0, \mu = 0, b = 0$

Если  $\delta > 0$  ( $G_1 > G_2$ ), тогда точка глобального минимума эффективного потенциала (16) имеет координаты  $(M = M_1, \Delta = 0)$ . Таким образом, если канал фермион-антифермионного взаимодействия сильнее дифермионного, то киральная симметрия модели спонтанно нарушена и фермионы приобретают ненулевую массу, равную свободному параметру модели  $M_1$ . Однако если  $\delta < 0$  ( $G_1 < G_2$ ), точка глобального минимума оказывается с координатами  $(M = 0, \Delta = \Delta_0(\delta))$ , где  $\Delta_0(\delta) = M_1 \exp(-\delta/2)$ . В этом случае ненулевым является только дифермионный конденсат и фермионная симметрия  $U(1)$  спонтанно нарушена.

### 2.2. Частный случай: $T \neq 0, \mu \neq 0, b = 0$

Так как качественные изменения поведения системы зависят исключительно от знака параметра  $\delta$ , не нарушая общности, будем изучать фазовый портрет только для  $\delta = 1$  и  $\delta = -1$ , приводя количественную зависимость в виде аналитических формул. На рис. 1 изображена фазовая диаграмма модели для  $\delta = 1$ . Киральная фаза соответствует точке глобального минимума с координатами  $(M = M_1, \Delta = 0)$ , дикварковая фаза соответствует координатам  $(M = 0, \Delta = M_1 \exp(-\delta/2))$ . При критическом значении химического потенциала  $\mu_c = \frac{M_1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - e^{-\delta}}$  и  $T = 0$  фаза киральной плотности

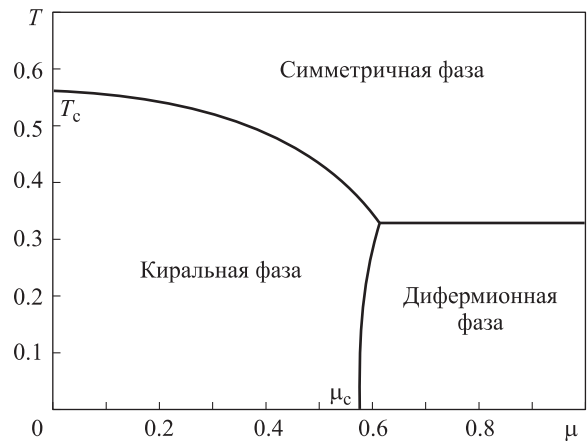


Рис. 1. Фазовый портрет в переменных  $(\mu, T)$  при однородном киральном конденсате ( $b = 0$ ) и параметре  $\delta = 1$

уступает свое место дифермионному конденсату. Это означает спонтанное нарушение фермионной группы  $U(1)$  и восстановление киральной симметрии. Между этими состояниями осуществляется фазовый переход первого рода. Важно отметить, что выражение для  $\mu_c$  лежит в интервале  $(0, \frac{M_1}{\sqrt{2}})$  для любого значения  $\delta > 0$ . Это означает, что дифермионный конденсат при конечной плотности фермионов нарушит  $U(1)$ -симметрию даже при очень сильном преобладании кирального канала взаимодействия. При росте температуры, как и следовало ожидать, происходит полное восстановление всех симметрий ( $M = 0, \Delta = 0$ ), которое характеризуется фазовым переходом второго рода.

Случай с  $\delta = -1$  изображен на рис. 2. При таком значении параметра  $\delta$  канал дифермионного взаимодействия преобладает над киральным. Причем это преобладание сохраняется для всех значений химического потенциала и параметра  $\delta < 0$ . При этом с ростом температуры симметрия также восстанавливается. Величина дифермионного конденсата, как и в остальных случаях, имеет следующий вид:  $\Delta = M_1 \exp(-\delta/2)$ .

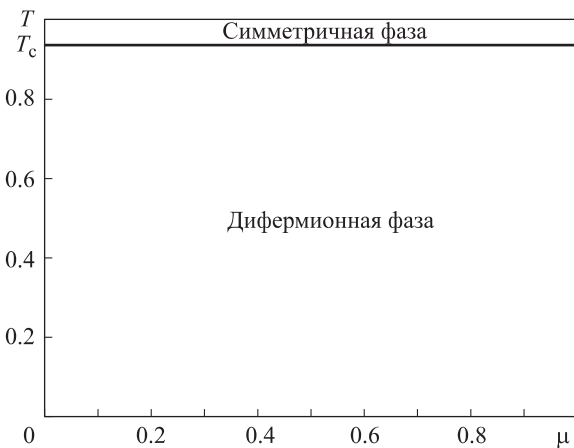


Рис. 2. Фазовый портрет в переменных  $(\mu, T)$  при однородном киральном конденсате ( $b = 0$ ) и параметре  $\delta = -1$

### 2.3. Общий случай: $T \neq 0, \mu \neq 0, b \neq 0$

Наконец, приступим к описанию общего случая, в котором может возникать волна киральной плотности (9). Стоит сразу отметить, что случай с  $\delta = -1$ , также как и для всех  $\delta < 0$ , ничем не отличается от описанного в пункте 2.2 случая, и фазовый портрет на рис. 2 для него также актуален.

Для  $\delta = 1$  фазовый портрет приведен на рис. 3. Из него видно, что фаза волны киральной плотности заняла место дифермионного конденсата (сравните с рис. 1), причем величина волнового вектора  $b = \mu$ . Таким образом, однородному киральному конденсату оказалось выгодно создать пространственно-неоднородную конфигурацию в виде волны (9) и при этом подавить дифермионный канал взаимодействия. Также следует отметить, что в этом случае критическая температура  $T_c$ , необходимая для полного восстановления

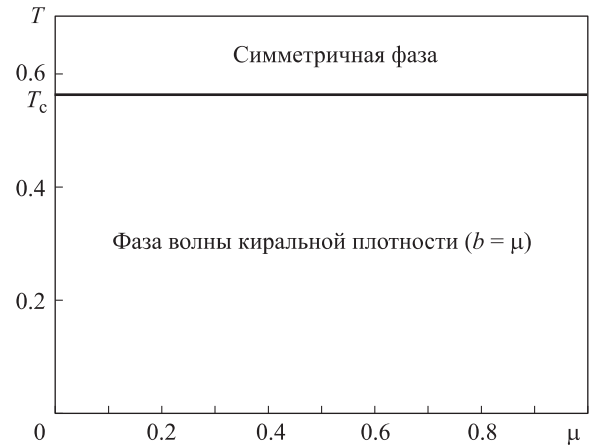


Рис. 3. Фазовый портрет в переменных  $(\mu, T)$  при неоднородном киральном конденсате ( $b = \mu$ ) и параметре  $\delta = 1$

симметрии, соответствует температуре в однородном случае ( $b = 0$ ) при нулевой плотности ( $\mu = 0$ ).

### Заключение

В настоящей работе изучена конкуренция между однородным дикварковым конденсатом и неоднородным киральным конденсатом в рамках модели Гросса–Невё. Неоднородность выбрана в виде киральной волны плотности. Показано, что такая неоднородность действительно минимизирует термодинамический потенциал, что свидетельствует об энергетической выгоде такого состояния. Следствием этого является подавление дифермионного взаимодействия даже при очень высоких плотностях в случае минимального преобладания кирального взаимодействия ( $\delta > 0$ ). Несмотря на упрощенность модели Гросса–Невё, она качественно описывает реальные физические явления, поэтому найденный эффект может играть решающую роль при изучении цветовой сверхпроводимости в экспериментах по столкновению тяжелых ионов.

### Список литературы

1. Nambu Y., Jona-Lasinio G. // Phys. Rev. 1961. **D112**. P. 345.
2. Gross D.J., Neveu A. // Phys. Rev. 1974. **D10**. P. 3235.
3. Mermin N.D., Wagner H. // Phys. Rev. Lett. 1966. **17**. P. 1133.
4. Coleman S. // Commun. Math. Phys. 1973. **31**. P. 259.
5. Chodos A., Minakata H., Cooper F. et al. // Phys. Rev. 2000. **D61**. P. 045011.
6. Ohwa K. // Phys. Rev. 2002. **D65**. P. 085040.
7. Ebert D., Khunjua T.G., Klimenko K.G., Zhukovsky V.Ch. // Int. J. Mod. Phys. 2012. **A27**, N 27. P. 1250162.
8. Deryagin V., Grigoriev D.Y., Rubakov D.Y. // Int. J. Mod. Phys. 1992. **A 7**, N 659.
9. Fujikawa K. // Phys. Rev. 1980. **D21**. P. 2848.
10. Klimenko K.G. // Theor. Math. Phys. 1988. **75**. P. 487.
11. Nakano E., Tatsumi T. // Phys. Rev. 2005. **D80**. P. 114006.
12. Kapusta J., Gale Ch. // Finite Temperature Field Theory. Cambridge, 2006.

**Effect of chiral density waves on the superconducting phase in the two-dimensions Gross–Neveu model****V. Ch. Zhukovsky<sup>1</sup>, K. G. Klimenko<sup>2</sup>, T. G. Khunjua<sup>1,a</sup>**<sup>1</sup>*Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*<sup>2</sup>*IHEP and University of Dubna (Protvino Branch), Protvino, Moscow Region 142281, Russia.  
E-mail: <sup>a</sup>gtamaz@gmail.com.*

Phase structure of the two-dimensional Gross–Neveu model with difermion channel of interaction is studied in variables of temperature and chemical potentials in the limit of large number of field components  $N \rightarrow \infty$ .

*Keywords:* Gross–Neveu model, chiral density wave, difermion condensate.

PACS: 12.38.Lg.

*Received 25 December 2012.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 2(2013).

**Сведения об авторах**

1. Жуковский Владимир Чеславович — докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.
2. Клименко Константин Григорьевич — докт. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, гл. науч. сотрудник; тел.: (4967) 713-575, e-mail: konstantin.klimenko@ihep.ru.
3. Хунджуа Тамаз Григорьевич — аспирант; тел.: (926) 373-42-25, e-mail: gtamaz@gmail.com.