ОБЗОР
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Роль гравитационных полей в физике звезд и в эволюции Вселенной

Ю. М. Лоскутов

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра кафедра квантовой теории и физики высоких энергий. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: loskutova1937@mail.ru

Статья поступила 17.09.2012, подписана в печать 13.02.2013.

Показано, что признание гравитационного поля материальной субстанцией, обладающей всеми атрибутами любой другой материи (плотностью энергии, давлением, 4-скоростями ее элементов, взаимодействием элементов друг с другом и с иными материальными объектами и т. д.) ведет к модификации физических представлений о динамике тел и о римановом пространстве, внутреннем строении звезд, эволюции Вселенной и проч. Вместо черных дыр, появляющихся в геометризованном подходе к теории гравитации, возникают объекты с доступной для изучения специфической внутренней структурой, обеспечивающей, например, наблюдаемое смягчение границ спектров излучения вещества, падающего на сверхмассивные образования. Находит объяснение проблема «темной массы». В рамках общепринятых представлений о материи (без введения в теорию свободных параметров) удается реализовать сценарий непрерывно пульсирующей Вселенной между состояниями с максимальной и минимальной плотностями вещества в ней, хорошо согласующийся с данными последних наблюдений.

Ключевые слова: гравитационное поле, пространство Минковского, риманово пространство, гравитационный дефект массы, черные дыры, темная масса, пульсирующая Вселенная.
УДК: 521.1. PACS: 04.70.–s, 95.30.sf.

Светлой памяти
Александра Лоскутова
посвящается

Введение

В настоящее время большинство специалистов, работающих в областях, тесно связанных с гравитацией, склонны считать геометризованный подход к теории гравитации (его называют общей теорией относительности — ОТО) единственно правильным. Говоря о гравитационном поле, обычно полагают, что оно проявляется лишь в метрических коэффициентах риманова пространства. С такой позицией трудно согласиться, если признать гравитационное поле материальной субстанцией (наподобие, например, электростатического поля), обладающей всеми атрибутами любой другой материи (плотностью энергии, давлением, 4-скоростями ее элементов, взаимодействием элементов друг с другом и с иными материальными объектами и т. д.). А то, что оно обладает, в частности, энергией, доказательно демонстрируется, например, в монографиях В. А. Фока «Теория пространства, времени и тяготения» [1], Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшица «Теория поля» [2], С. Вейнберга «Гравитация и космология» [3]. Поэтому желательно подойти к теории гравитации не с чисто геометрических позиций, а с позиций, учитывающих материальность гравитационного поля, и посмотреть, к каким следствиям это приведет.

В предисловии к своей книге С. Вейнберг пишет: «...Слишком большой упор на геометрию может только затемнить глубокую связь, существующую между гравитацией и остальной физикой». Он считает, что, по существу, «...риманова геометрия используется только как математический аппарат... а не как фундаментальная основа теории гравитации». Еще А. Эйнштейн подчеркивал необходимость учета энергии гравитационного поля в основных уравнениях гравитации. В работе [4] он утверждал: «...Тензор гравитационного поля $\vartheta_{\mu\nu}$ является источником поля наравне с тензором материальных систем $\theta_{\mu\nu}$. Исключительное положение энергии гравитационного поля по сравнению со всеми другими видами энергии привело бы к недопустимым последствиям» (со временем это утверждение было «забыто»). И в самом деле, в полностью геометризованной теории возникают решения, соответствующие черным дырам с внутренними областями, из которых наружу никакие сигналы выйти не могут, т. е. с областями, недоступными для исследований; допускается возможность коллапса вещества *в точку*(?!), т. е. допускается

От редколлегии. Эта статья является последней работой недавно ушедшего из жизни профессора кафедры квантовой теории и физики высоких энергий физического факультета МГУ, лауреата Ломоносовской премии, заслуженного профессора МГУ Ю. М. Лоскутова (1933–2012). Редколлегия считает необходимым отметить, что обоснованность ряда исходных положений и правильность выводов этой работы вызывают серьезные сомнения. Но поскольку, к глубокому сожалению, автор уже не сможет ответить на критические замечания, редколлегия приняла решение опубликовать эту статью без изменений, несмотря на наличие в ней целого ряда спорных вопросов.

сосредоточение громадной массы (много большей массы Солнца) *в точке*. Все это не укладывается в рамки обычных физических представлений и отрицательно воспринимается теми физиками, которые с гравитацией не связаны. Интересно, что сторонники черных дыр не реагируют (в научном смысле, требующем доказательств) не только на «непрофессиональную» критику, но и на критические заключения признанных ученых-профессионалов. Так, Д. Гильберт, формулируя в [5] принцип причинности, пришел к соотношениям для метрических коэффициентов риманова пространства, запрещающим физическую реализацию объектов типа черная дыра. Опровержения этому не последовало. В работе [6] А. Эйнштейн утверждал: «Основным результатом проведенного исследования является четкое понимание того, что в реальном мире отсутствуют шварцшильдовские сингулярности... Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы, образующие скопления, достигнут скорости света». А С. Вейнберг в работе [3] писал: «...Кажущаяся сингулярность Шварцшильда может быть только свойством системы координат». Ни одно ни другое утверждение никем не опровергалось.

Такое замалчивание свидетельствует о многом и, в частности, о нежелании отходить от привычных, наработанных представлений. Здоровый консерватизм здесь безусловно полезен, но только если он не трансформируется в инквизицию, а такое, к сожалению, уже появляется.

Ниже излагается подход к теории гравитации, основанный на признании гравитационного поля материальной субстанцией. Одновременно не отрицается возможность перехода на новой основе к риманову пространству и описанию в нем рассматриваемых процессов. Главной целью при этом ставится поиск новых гравитационных эффектов и возможных различий в результатах полевого и геометризованного подходов, которые можно было бы проверить экспериментально, дабы принять или отвергнуть тот или иной подход.

1. Физика статических центрально-симметричных тел

1.1. Основные уравнения

За разницей в результатах, получаемых с учетом и без учета фактора материальности гравитационного поля, легче всего проследить на примере статической сферически-симметричной задачи. Поэтому остановимся конкретно на ней.

В поставленной задаче квадрат интервала риманова пространства записывается (в системе единиц $c=\hbar=G=1$) в виде

$$ds^2 = Bdt^2 - A^{-1}dr^2 - Z^2(d\theta^2 + \sin^2\Theta\, d\varphi^2) = \\ = Bdt^2 + \left[\gamma_{kn} + \left(1 - \frac{r^2}{AZ^2}\right)\frac{x_k x_n}{r^2}\right]\frac{Z^2}{r^2}\, dx^k\, dx^n, \quad (1)$$

где в качестве координат выбраны гармонические галилеевы координаты

$$x^1 = r\sin\Theta\cos\varphi, \quad x^2 = r\sin\Theta\sin\varphi, \quad x^3 = r\cos\Theta.$$

Метрические коэффициенты $B(r)$, $A(r)$ и $Z(r)$ ищутся из определенной в области $0 \leqslant r \leqslant \infty$ полной системы уравнений Гильберта–Эйнштейна[1]

$$R^{\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2}g^{\varepsilon\lambda}R = \frac{8\pi}{\sqrt{-g}}T^{\varepsilon\lambda}, \quad (2)$$

$$\partial_\varepsilon \widetilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 0, \quad (3)$$

при граничных условиях[2]

$$B|_{r\to\infty} \to 1, \quad A|_{r\to\infty} \to 1, \\ \frac{Z}{r}\Big|_{r\to\infty} \to 1, \quad \frac{rZ'}{Z}\Big|_{r\to 0} \to 1, \quad Z' \equiv \frac{dZ}{dr}. \quad (4)$$

Здесь $R^{\varepsilon\lambda}$ — тензор Риччи, $R \equiv R^{\varepsilon\lambda}g_{\varepsilon\lambda}$, $g_{\varepsilon\lambda}$ — метрические коэффициенты, $g \equiv \det g_{\varepsilon\lambda} = \det \widetilde{g}^{\varepsilon\lambda}$, $\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}\, g^{\varepsilon\lambda}$, а плотность тензора $T^{\varepsilon\lambda}$ энергии-импульса материи, формирующей источник поля, имеет вид (см. Приложение I)

$$T^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}\left[(\rho+p)u^\varepsilon u^\lambda - pg^{\varepsilon\lambda}\right], \quad (5)$$

где $p(r)$ и $\rho(r)$ — давление и скаляр плотности материи, а $u^\varepsilon \equiv dx^\varepsilon/ds$ — 4-скорости ее элементов (в нашем случае $u^k = 0$, $u^0u^0 = g^{00}$). В равновесном состоянии давление удовлетворяет уравнению $\nabla_\varepsilon T^{\varepsilon\lambda} = 0$ с явным видом

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{1}{2}(\rho+p)\frac{d}{dr}\ln g_{00}, \quad p|_{r\to\infty} \to 0. \quad (6)$$

В ОТО считается, что значения p и ρ, входящие в $T^{\varepsilon\lambda}$, отличны от нуля только внутри тела, т. е. при $r \leqslant r_0$ (здесь и далее все величины, помечаемые индексом «0», будут относиться к их значениям на поверхности шарообразного тела). Если же материальность гравитационного поля признается, то, согласно утверждению А. Эйнштейна в [4], она должна проявить себя в $T^{\varepsilon\lambda}$. А так как поле существует и *вне* тела, то плотность $T^{\varepsilon\lambda}$ будет отличной от нуля и при $r > r_0$, где величины $\rho = \rho_f$ и $p = p_f$ будут определяться материальным вкладом поля (см. Приложение I). Урав-

[1] Уравнение (3) записано здесь в галилеевых декартовых координатах. Если вместо декартовых взять сферические координаты r, Θ, φ, то производная ∂_ϵ в (3) заменится ковариантной производной D_ϵ в метрике $\gamma_{\alpha\alpha} = (1, -1, -r^2, -r^2\sin^2\Theta)$. Уравнение (3) применимо к любой гравитационной задаче — статической или нестатической, сферически-симметричной или нет. Оно исключает из решений $\widetilde{g}^{\epsilon\lambda}$ нефизические примеси, оставляя реальными лишь физически осуществимые состояния метрики (гравитационного поля). Без уравнения (3) гравитационная задача становится недоопределенной.

[2] Граничное условие (4) в нуле означает, что система гармонических декартовых координат (x^1, x^2, x^3) выбрана и фиксирована так, чтобы ее начало $x^1 = x^2 = x^3 = 0$ (т. е. $r = 0$) было *совмещено* с центром симметрии тела $Z = 0$. Если бы в центре симметрии тела было $Z \neq 0$, то в дальнейшем из (14) не возникли бы равенства (17) и (18), а они в ОТО являются основополагающими. Таким образом, областью определения исходных уравнений центрально-симметричной задачи гравитации оказываются $0 \leqslant r \leqslant \infty$ или $0 \leqslant Z \leqslant \infty$. Эти области отображаются одна в другой с помощью подлежащих поиску связей $r(Z)$ или $Z(r)$, подчиненных граничным условиям в нуле и на бесконечности (см. ниже (20) или (IV.1)).

нение (6) окажется при этом уравнением равновесия взаимодействующей с телом материи поля. Внутри тела скаляр ρ формируется как за счет собственно вещества (для удобства термином «вещество» условимся называть все виды материи, за исключением гравитационного поля), так и за счет поля, т. е. формально его можно представить в виде

$$\rho \equiv \rho_s + \rho_{\hat{f}}, \tag{7}$$

где ρ_s — часть, обязанная голому (без гравитационной шубы) веществу, а $\rho_{\hat{f}}$ — часть, обязанная гравитационному полю. Возникает таким образом задача поиска скаляра $\rho_{\hat{f}}$, в [4] не искавшегося.

Вернемся для этого к уравнениям (2), *тождественными преобразованиями* с учетом (3) приведя их к форме

$$g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi\left(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}\right). \tag{8}$$

Здесь структура $\tau^{\varepsilon\lambda}$, обретающая смысл плотности тензора энергии-импульса гравитационного поля (полученной впервые в [7]), определяется выражением

$$\begin{aligned}16\pi\sqrt{-g}\,\tau^{\varepsilon\lambda} \equiv \frac{1}{2}\left(\widetilde{g}^{\varepsilon\alpha}\widetilde{g}^{\lambda\beta} - \frac{1}{2}\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda}\widetilde{g}^{\alpha\beta}\right)\times\\ \times\left(\widetilde{g}_{\nu\sigma}\widetilde{g}_{\tau\mu} - \frac{1}{2}\widetilde{g}_{\tau\sigma}\widetilde{g}_{\nu\mu}\right)\partial_\alpha\widetilde{g}^{\tau\sigma}\partial_\beta\widetilde{g}^{\nu\mu} +\\ + \widetilde{g}^{\alpha\beta}\widetilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\widetilde{g}^{\varepsilon\tau}\partial_\beta\widetilde{g}^{\lambda\sigma} - \widetilde{g}^{\varepsilon\beta}\widetilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\widetilde{g}^{\lambda\sigma}\partial_\beta\widetilde{g}^{\alpha\tau} -\\ - \widetilde{g}^{\lambda\alpha}\widetilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\widetilde{g}^{\beta\sigma}\partial_\beta\widetilde{g}^{\varepsilon\tau} + \frac{1}{2}\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda}\widetilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\widetilde{g}^{\sigma\beta}\partial_\beta\widetilde{g}^{\alpha\tau} +\\ + \partial_\alpha\widetilde{g}^{\varepsilon\beta}\partial_\beta\widetilde{g}^{\lambda\alpha},\end{aligned} \tag{9}$$

где $\widetilde{g}_{\tau\sigma} \equiv g_{\tau\sigma}/\sqrt{-g}$.

Если далее вместо $\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda}$ ввести, следуя [8], $\widetilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} \equiv \widetilde{g}^{\varepsilon\lambda} - \widetilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda}$, где $\widetilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\,\Phi^{\varepsilon\lambda}$, $\widetilde{\gamma}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\,\gamma^{\varepsilon\lambda}$, $\gamma \equiv \det\gamma_{\alpha\beta}(x)$, а $\gamma_{\alpha\beta}(x)$ — метрические коэффициенты пространства Минковского ($\gamma_{\alpha\alpha} = 1, -1, -1, -1$), то, учитывая, что $\partial_\varepsilon\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda} = \partial_\varepsilon\widetilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda}$, уравнение (8) можно будет трактовать как уравнение для гравитационных потенциалов $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ тензорного (второго ранга) гравитационного поля в пространстве Минковского. Уравнение (3) будет исключать при этом нефизические состояния поля со спинами $S = 1, 0'$, оставляя реальными лишь состояния с $S = 2, 0$ (состояние с $S = 2$ соотносится с гравитонами, а состояние с $S = 0$ ведет к гравитационному взаимодействию). К такому выводу легко прийти, разложив, используя [9, 10], тензор $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ по неприводимым представлениям со спинами $S = 2, 1, 0, 0'$.

Уравнения (2), (3), (8) можно представить в ковариантном виде, перейдя в них от частных производных ∂_ε по галилеевым декартовым координатам x^ε, к ковариантным производным D_ε в метрике Минковского $\gamma_{\alpha\beta}(\xi)$ с иным выбором координат ξ^α. В ковариантной записи все величины, входящие в уравнения, будут обладать истинно тензорными свойствами (включая и символы Кристоффеля $G^\varepsilon_{\alpha\beta}$). При переходе к произвольным координатам ξ^α в силу преобразований

$$\Phi^{\alpha\beta}(\xi) = \Phi^{\varepsilon\lambda}(x)\frac{\partial\xi^\alpha}{\partial x^\varepsilon}\frac{\partial\xi^\beta}{\partial x^\lambda}$$

физические компоненты $\Phi^{\varepsilon\lambda}(x)$ истинного гравитационного поля смешиваются в $\Phi^{\alpha\beta}(\xi)$ с неинерциальными примесями. Поэтому если мы хотим иметь дело с гравитационным полем в его чистом виде, то необходимо использовать галилеевы координаты, что и сделано далее. На основании всего вышеприведенного будем называть форму (8) уравнений *полевой* формой уравнений Гильберта–Эйнштейна, а условие (3) — полевым условием.

Теперь, располагая плотностью (9), легко найти скаляр $\rho_{\hat{f}}$. Действительно, единственным допустимым скаляром, связанным только и только с полем, является след[1]

$$\tau = \tau^{\varepsilon\lambda}\widetilde{g}_{\varepsilon\lambda} = \rho_{\hat{f}} - 3p_{\hat{f}}. \tag{10}$$

Поэтому естественно выдвинуть гипотезу, что часть $\rho_{\hat{f}}$, входящая в (7), и есть тот скаляр $\rho_{\hat{f}}$, который определяется выражением (10), т. е. считать в (7)

$$\rho \equiv \rho_s + \tau + 3p_{\hat{f}}, \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}16\pi\sqrt{-g}\,\tau \equiv \frac{1}{2}\left(\widetilde{g}_{\varepsilon\sigma}\widetilde{g}_{\lambda\tau} + \frac{1}{2}\widetilde{g}_{\tau\sigma}\widetilde{g}_{\varepsilon\lambda}\right)\widetilde{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha\widetilde{g}^{\tau\sigma}\partial_\beta\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda} +\\ + \widetilde{g}_{\varepsilon\lambda}\partial_\alpha\widetilde{g}^{\varepsilon\beta}\partial_\beta\widetilde{g}^{\lambda\alpha}.\end{aligned} \tag{12}$$

В исходной задаче в силу (1) имеем

$$\begin{gathered}-g = \frac{BZ^4}{Ar^4}, \quad \widetilde{g}^{00} = \frac{Z^2}{Br^2}\sqrt{\frac{B}{A}}, \quad \widetilde{g}_{00} = \frac{Br^2}{Z^2}\sqrt{\frac{A}{B}},\\ \widetilde{g}^{kn} = \sqrt{\frac{B}{A}}\left[\gamma^{kn} + \left(1 - \frac{Z^2A}{r^2}\right)\frac{x^kx^n}{r^2}\right],\\ \widetilde{g}_{kn} = \sqrt{\frac{A}{B}}\left[\gamma_{kn} + \left(1 - \frac{r^2}{Z^2A}\right)\frac{x_kx_n}{r^2}\right].\end{gathered} \tag{13}$$

Для коэффициентов $B(r)$, $A(r)$ и $Z(r)$, согласно (2), (3), получим уравнения

$$\frac{d}{dr}\left(ZAZ'^2\right) = \left(1 - 8\pi\rho Z^2\right)Z', \tag{14}$$

$$\frac{d}{dr}\ln B = \left[\frac{1 + 8\pi pZ^2}{AZ'^2} - 1\right]\frac{Z'}{Z}, \tag{15}$$

$$\frac{d}{dr}\left(Z^2A\sqrt{\frac{B}{A}}\right) = 2r\sqrt{\frac{B}{A}}. \tag{16}$$

Из (14) с учетом (4) следует

$$AZ'^2 = 1 - 2y, \tag{17}$$

где

$$y \equiv \frac{M}{Z}, \quad M = 4\pi\int\limits_0^r \rho Z^2Z'\,dr. \tag{18}$$

Подставляя (17) в (15), (16), преобразуем последние к виду (штрихи всюду означают производные по r)

$$\frac{d}{dr}\ln B = 2\frac{y + 4\pi pZ^2}{1 - 2y}\frac{Z'}{Z}, \tag{19}$$

$$(1 - 2y)ZZ'' = Z'^2\left[2 - 2y - 2\frac{rZ'}{Z} + 4\pi(p - \rho)Z^2\right]. \tag{20}$$

[1] Вне тела след $T \equiv T^{\epsilon\lambda}\widetilde{g}_{\epsilon\lambda} = \rho_{\hat{f}} - 3p_{\hat{f}}$. Это и диктует однозначно допустимое определение $\rho_{\hat{f}}$ согласно (10) — иначе возникли бы несоответствия между $\rho_{\hat{f}}$ из T и $\rho_{\hat{f}}$ из τ.

Строго говоря, уравнение (20) является уравнением для связанной с гравитационным полем функции Φ из $Z \equiv r(1+\Phi)$:

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{r^2 A(1+\Phi)}\left[-2y - \frac{2r\Phi'}{1+\Phi} + 4\pi(p-\rho)r^2(1+\Phi)^2\right]. \tag{20a}$$

Уравнение (6) для $p(r)$ примет вид

$$\frac{dp}{dr} = -(\rho+p)\,\frac{y+4\pi pZ^2}{1-2y}\,\frac{Z'}{Z}, \tag{21}$$

а уравнение для $A(r)$, согласно (16), (19) или (17), (20), запишется так:

$$ZZ'A' + 3(1-2y) - 4\frac{rZ'}{Z} + 1 + 8\pi pZ^2 = 0. \tag{22}$$

Независимыми являются уравнения (19), (22), (21) и (20) или (16), определяемые на всем интервале $0 \leqslant r \leqslant \infty$. Во всех уравнениях плотность ρ и давление p в указанном интервале отличны от нуля. Учитывая в (11), (12) соотношения (17)–(20), найдем

$$4\pi\rho_f Z^2 = -\frac{7q^2 - 6qf + 2f^2}{1-2y} + 4\left(1 + q - \frac{1}{2}f\right) - \\ - \frac{1}{q^2}\left(4 - 4q + 3q^2\right)(1-2y) + 12\pi p_f Z^2, \tag{23}$$

где введены обозначения

$$q \equiv \frac{rZ'}{Z}, \quad f \equiv y + 4\pi pZ^2 + (1-2y).$$

Так как в *гравитационной* массе $M(r)$, заданной выражением (18), плотность ρ зависит от y, то удобнее и целесообразнее вместо интегрального соотношения (18) использовать его дифференциальный аналог

$$y' = \left\{-y + 4\pi Z^2\left[\rho_s\theta\left(1 - \frac{r}{r_0}\right) + \rho_f\right]\right\}\frac{Z'}{Z}, \tag{24}$$

где $\theta(1-x) = 1$ при $x < 1$ и $\theta(1-x) = 0$ при $x > 1$. Это уравнение дополняет полученную выше систему, замещая в ней (18) на (24).

Если полевое уравнение (8) умножить на $\sqrt{g/\gamma}$, то его легко привести к виду

$$\gamma^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta\widetilde{\Phi}^{\epsilon\lambda} = \Box\widetilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi t^{\varepsilon\lambda}, \tag{25}$$

где плотность тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля, вместе взятых, в пространстве Минковского равна

$$t^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{\frac{g}{\gamma}}\left(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}\right) - \frac{1}{16\pi}\partial_\alpha\left(\Phi^{\alpha\beta}\partial_\beta\widetilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda}\right). \tag{26}$$

Как и должно быть, она удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса

$$\partial_\varepsilon t^{\varepsilon\lambda} = 0,$$

из которого следует, что изменение энергии материи в объеме V определяется ее потоком через поверхность S, окружающую объем:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_V t^{00}d^3x = -\oint\limits_S t^{0k}\,ds_k. \tag{27}$$

В поставленной задаче поток поля на бесконечности обращается в нуль. Поэтому в ней будет иметь место интегральный закон сохранения полной энергии тела

$$E = \int t^{00}\,d^3x = \text{const}, \tag{28}$$

которую естественно отождествить с *инертной* массой тела. Величины $t^{0\varepsilon}$ будут образовывать плотность 4-импульса тела, а

$$P^\varepsilon \equiv \int t^{0\varepsilon}\,d^3x$$

— его 4-импульс, удовлетворяющий, как легко установить (учитывая тензорные свойства $t^{\varepsilon\lambda}$), всем правилам преобразований 4-векторов при четырехмерных вращениях. Пользуясь (25)–(27) и (9), легко получить выражение для потока гравитационного излучения, испускаемого некоторым источником (см. Приложение II).

1.2. Анализ уравнений и их решений. Физические следствия

Прежде всего убедимся, что гипотеза о материальности гравитационного поля, отраженная в соотношениях (11), (23), не только не противоречит хорошо известным и многократно проверенным физическим результатам, но целиком и полностью согласуется с ними. И наоборот — отрицание этой гипотезы ведет к «недопустимым последствиям», о чем писал в работе [4] А. Эйнштейн.

Рассмотрим с этой целью простейшую задачу о вычислении полной массы *небольшого* однородного шара радиуса r_0 с плотностью вещества $\rho_s = \text{const}$. Гравитационное поле такого шара чрезвычайно слабое, и вполне можно ограничиться ньютоновским приближением. Отлично известно, что в ньютоновской теории полная масса такого шара определяется значением

$$E = M_s\left(1 - \frac{3M_s}{5r_0}\right), \quad M_s = \frac{4\pi}{3}\rho_s r_0^3. \tag{29}$$

Если гипотеза (11), (23) верна, то величина (29) должна возникнуть (в *тех же* галилеевых координатах) как из (18), так и из (28). Но если ее отвергнуть, то возникнет расхождение с (29), что «недопустимо».

В случае слабого поля в силу (20), (21) и (23) с большой точностью будут выполняться соотношения

$$4\pi\rho_f Z^2 \simeq -3y^2, \quad y_{in} \approx \frac{4\pi}{3}\rho_s r^2, \quad y_{\text{ext}} \approx \frac{M_s}{r},$$

$$Z_{\text{ext}} \simeq r + M_s, \quad Z_{\text{in}} \simeq r\left(1 + \frac{3}{2}y_0 - \frac{1}{2}y_0\frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad y_0 \equiv \frac{4\pi}{3}\rho_s r_0^2.$$

Учитывая их в (18), в ньютоновском пределе как раз и получим значение (29). Если же гипотезу о материальности поля, однозначно отраженную в выражениях (11), (23), отвергнуть (т. е. перейти к стандартной ОТО), то возникнет, как легко убедиться, отличное от (29) значение, что неприемлемо. Это первый пример с несовпадающими выводами, вытекающими из полевой и геометризованной теорий, и их сравнение с известными и общепринятыми результатами говорит не в пользу геометризованного подхода. Второй пример приведен в Приложении III, где доказано, что ньютоновская

задача двух тел возникает только и только с учетом материальности поля [11].

Следует заметить, что масса M_0 тела в объеме, занятом веществом, больше E, так как в E дает вклад еще и отрицательная энергия внешнего гравитационного поля. В случае сильных полей уравнение (24) для $y(Z)$ во внешней области можно представить с хорошей точностью в виде [11]

$$Z\frac{dy}{dZ} \simeq -\frac{y(1+y)}{1-2y}.$$

Полагая $M(Z)|_{Z\to\infty} \to E$, отсюда получим

$$M(Z)|_{Z\geqslant Z_0} \simeq E(1+y)^3. \qquad (18a)$$

Если на поверхности тела $y_0 = 1/2$, то $M_0 \simeq (27/8)E$, т. е. M_0 заметно превышает полную энергию E.

Чтобы вычислить инертную массу (28) и доказать, что в ньютоновском пределе она совпадет с (29), если учесть ρ_f в $T^{\varepsilon\lambda}$, найдем сначала, пользуясь (26) и (9), значение t^{00} в ньютоновском пределе:

$$t^{00} \simeq \overset{(0)}{t}{}^{00} + \overset{(1)}{t}{}^{00} \simeq (\rho_s + \rho_f)\left(1 + \frac{3}{2}\Phi^{00}\right) - \frac{7}{128\pi}(\nabla\Phi^{00})^2. \qquad (30)$$

Здесь

$$\rho_f = -\frac{3}{64\pi}(\nabla\Phi^{00})^2,$$

а потенциал Φ^{00}, определяемый в ньютоновском пределе, согласно (25), уравнением

$$\nabla^2\Phi^{00} = -16\pi\rho_s,$$

равен

$$\Phi^{00} = 4\int \frac{\rho_s(\boldsymbol{x}')\,d^3x'}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}. \qquad (31)$$

Подставляя все найденное в (28), получим

$$E = M_s - \frac{1}{128\pi}\int \left(\nabla\Phi^{00}\right)^2 d^3x = \\ = M_s - \frac{1}{2}\int \frac{d^3x_1\,d^3x_2}{|\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_2|}\rho_s(\boldsymbol{x}_1)\rho_s(\boldsymbol{x}_2), \qquad (32)$$

что и совпадает с ньютоновским результатом. Если в (30) отбросить ρ_f (это означало бы переход к стандартной ОТО), то в (32) вместо коэффициента $(-1/2)$ в последнем слагаемом появится коэффициент $(+5/2)$, что совершенно «недопустимо».

Совпадение полных гравитационной и инертной масс неслучайно, ибо уравнение (25) получено из уравнения (2) *тождественными* преобразованиями, т. е. (2) и (25) в известном смысле адекватны друг другу.

Заметим еще одно важное следствие, вытекающее из процедуры вывода (32). Впервые в теории гравитации показано, что в ньютоновском пределе энергия гравитационного поля тела эквивалентна энергии взаимодействия его внутренних элементов — результат, аналогичный соответствующему результату в электродинамике. Одновременно это подтверждает высказанное ранее утверждение о том, что состояние гравитационного поля со спином $S = 0$ ведет к гравитационному взаимодействию.

Сохраняется при этом и возможность использования риманова пространства. Но теперь оно становится вторичным, используемым как обычный математический инструмент, о чем и писал в [3] С. Вейнберг. Первичным оказывается гравитационное поле, определяющее вместе с веществом коэффициенты $g_{\mu\nu}$ риманова пространства теми же самыми уравнениями (2) Гильберта–Эйнштейна, но с учетом в плотности $T^{\varepsilon\lambda}$ части ρ_f, обязанной материальности гравитационного поля, и с обязательным подключением полевого условия (3), исключающего из состояний тензора $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ нефизические примеси и делая его тем самым тензором реального гравитационного поля.

Сняв сомнения в правомерности полевой интерпретации, обратимся к анализу уравнений и их решений.

При описании физических характеристик рассматриваемых систем или физических процессов дифференциальными уравнениями n-го порядка непременно требуется, чтобы подчиняющиеся им функции и их производные до $(n-1)$-го порядка включительно во всей области определения уравнений были непрерывными. В поставленной задаче уравнения (8) и (25) для потенциалов $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ гравитационного поля, определенных на всем пространстве Минковского, являются уравнениями второго порядка. Поэтому на потенциалы и их первые производные по x^k налагается требование их непрерывности в области $0 < r < \infty$. Как видно из (13), это ведет к непрерывности в указанной области метрических коэффициентов B, A и Z и их производных B', A' и Z'. Такой же вывод следует и непосредственно из вида уравнений для B, A и Z (разрыв на границе тела претерпевают y', p', B'', A'' и Z''). Отсюда согласно теореме Вейерштрасса [12] следует, что функции B и A на любом конечном отрезке из области $0 < r < \infty$ будут ограниченными. Кроме того, они всюду оказываются и строго положительными (нигде не обращающимися в нуль!). Убедимся в этом.

Проинтегрировав с учетом граничных условий (4) уравнение (16) в пределах от 0 до r, получим

$$Z^2A\sqrt{\frac{B}{A}} = 2\int_0^r \sqrt{\frac{B}{A}}\,r\,dr. \qquad (33)$$

Так как детерминант g всюду удовлетворяет требованию (это требование обязательно во всех теориях гравитации)

$$0 < \left(-g = \frac{BZ^4}{Ar^4}\right) < \infty, \qquad (34)$$

то коэффициенты B и A всюду будут иметь одинаковые знаки, а их отношение всегда будет конечной положительной величиной. Следовательно, правая часть уравнения (33) во всей области $0 < r < \infty$ будет строго положительной. Значит, и функция $A(r)$ в левой стороне (33) тоже будет строго положительной, что делает положительной и функцию $B(r)$. Стало быть, подчиняющиеся полевому условию (16) метрические коэффициенты $B(r)$ и $A(r)$ во всей области $0 < r < \infty$ будут удовлетворять строгим неравенствам [13]

$$0 < B < \infty, \quad 0 < A < \infty. \qquad (35)$$

Это ведет, согласно (17), (18), к неравенству

$$2M(r) \leqslant Z(r). \qquad (36)$$

Заметим, кстати, что неравенства (35), (36) возникнут (см. Приложение IV) и в геометризованной

теории с $p_{\text{ext}} = \rho_{\text{ext}} = 0$, если взять полное (с двумя константами интегрирования, а не с одной, как это всегда делалось) решение уравнения второго порядка (20), связывающего «стандартную» координату Z с галилеевой r.

Покажем, что ограничения сверху на B и A возникают не только благодаря теореме Вейерштрасса. Действительно, поскольку всюду $Z' \geqslant 0$ и $y + 4\pi p Z^2 \geqslant 0$ (иное физически недопустимо), то из (19) последует, что с удалением r от нуля коэффициент $B(r)$ будет монотонно возрастать, стремясь при $r \to \infty$ к единице. Таким образом, величина B нигде не может превысить единицы! А в силу условия на g коэффициент A окажется ограниченным. Так (35) трансформируется к виду

$$0 < B \leqslant 1, \quad 0 < A < \infty. \tag{35a}$$

Если теперь, преобразовав (33) к форме

$$BAZ^4 = 4\int\limits_0^r BZ^2 r\,dr, \tag{33a}$$

учесть монотонность роста B и Z и заменить под интегралом в (33a) функции B и Z их значениями на верхнем пределе, то в области, где r/Z еще не приближается к единице, возникнет неравенство $A(r) < 2r^2/Z^2$. При $r \to \infty$ в подынтегральной замене надо учесть близость r/Z к единице. Тогда правая часть (33a) станет близкой к BZ^4, т. е. возникнет неравенство: $A \leqslant 1$. Таким образом, окончательно получаем справедливые всюду следующие неравенства:

$$0 < B \leqslant 1, \quad 0 < A \leqslant 1. \tag{35b}$$

Условия (36), (35b), по существу, означают, что устранение с помощью (3) или (33) из состояний тензора $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ нефизических примесей со спинами $S = 1, 0'$ и переход к физически реализуемому гравитационному полю со спиновыми состояниями $S = 2, 0$ ведет к исключению решений, отвечающих черным дырам (с $2M > Z$ и $A < 0$, $B < 0$), возникающим в геометризованной теории (при игнорировании строгой связи между r и Z). В этом еще одно принципиальное отличие полевой и геометризованной интерпретаций гравитации. Из излагаемого ниже станет видно, что исключение черных дыр из реального мира не ведет к затруднениям в объяснении тех наблюдаемых эффектов, которые ранее трактовались как результат проявления черных дыр, — возникнут иные объяснения.

При мысленном «сжатии» тела в сколь угодно малую область его масса в силу (36) тоже должна становиться сколь угодно малой (впервые на такую возможность было указано в [14]). Из всего сказанного выше, следует, что схлопывающееся под действием собственного гравитационного поля вещество, обладавшее перед началом схлопывания полной энергией E, в силу закона сохранения энергии не сможет сосредоточиться в сколь угодно малой области. Значение Z_0 на поверхности образовавшегося в результате схлопывания тела будет, согласно (36), не меньше, чем $2M_0$; величина же $2M_0$ будет диктоваться в силу закона сохранения энергии величиной E (за вычетом потерь на излучения и возможные иные потери). Следовательно, коллапс в состояние черной дыры оказывается запрещенным.

Невозможность концентрации материи в области с $Z < 2M$ вытекает и из уравнения для массы $M(r)$ или $y(r)$. Подставляя в (23) значение Z' из (17) и учитывая его в (24), придем к уравнению

$$\begin{aligned}\frac{d}{dr}(1-2y)^{1/2} = -\frac{1}{Z\sqrt{A}}\Bigg\{ & -y + 4\pi\rho_s Z^2\theta\left(1-\frac{r}{r_0}\right) - \\ & -\frac{1+8\pi pZ^2}{2\sqrt{1-2y}}\left[\frac{1+8\pi pZ^2}{\sqrt{1-2y}} - \frac{6r}{Z\sqrt{A}} + 4\sqrt{1-2y}\right] - \\ & -\frac{7r^2}{Z^2A} - \frac{4Z^2A}{r^2} + 4 + 12\pi p_{\tilde{f}} Z^2 + \\ & +\left(\frac{7r}{Z\sqrt{A}} + \frac{4Z\sqrt{A}}{r}\right)\sqrt{1-2y} - \frac{9}{2}(1-2y)\Bigg\}.\end{aligned} \tag{37}$$

Отсюда следует, что величина $y \equiv M/Z$ не может превысить значения $1/2$ — препятствием служит давление p. На поверхности тела достижение максимального значения $y = y_0 = 1/2$ уравнениями не запрещается. При этом должны будут иметь место равенства

$$Z_0' \equiv Z'|_{r_0} = 0, \quad 8\pi\rho_0^{\text{in}} Z_0^2 = 1, \quad 8\pi p_0 Z_0^2 = -1. \tag{38}$$

Последнее следует также из (22) при учете (17) и ограниченности A' и A. Отрицательное давление p_0 создается на поверхности тела материей внешнего гравитационного поля.

Сумма слагаемых, стоящих в правой части (37) правее слагаемого с ρ_s, равна величине $4\pi\rho_{\tilde{f}} Z^2$, обязанной полю. Этот член отвечает за гравитационный дефект массы, обеспечивая «съедание» части (возможно, и бóльшей части) массы вещества при слишком высокой его концентрации: значение $\rho = \rho_s + \rho_{\tilde{f}}$ может быть из-за дефекта массы много меньшим значения ρ_s. В случае тел больши́х масс (заметно превышающих массу Солнца) концентрация вещества ρ_s в них может быть очень высокой, и тогда значение y, малоотличимое от $1/2$, будет достигаться уже в слое $r_1 < r \leqslant r_0$. Величина r_1 будет тем меньшей, чем выше значение ρ_s в области $0 < r \leqslant r_1$, т. е. слой $\Delta r = r_0 - r_1$ может быть очень широким. В таком слое с довольно хорошей точностью будут выполняться равенства

$$\begin{gathered} y \approx 1/2, \quad Z' \approx 0, \quad Z \approx Z_0, \\ 8\pi\rho^{\text{in}} Z^2 \approx 8\pi\rho^{\text{in}} Z_0^2 \approx 1, \quad 8\pi pZ^2 \approx 8\pi pZ_0^2 \approx -1; \\ p^{\text{in}} \approx -\rho^{\text{in}} = p_0; \quad \Phi \approx \frac{2M_0}{r} - 1. \end{gathered} \tag{38a}$$

Прирост гравитационной массы ΔM материи в этом слое окажется ничтожным. Это означает, что энергия элементов материи в слое (или элементов вещества в образовавшемся гравитационном поле слоя) мало отличается от нуля. Давление в слое практически целиком определится давлением гравитационного поля; на долю же давления p_s вещества там ничего не остается (причина — почти полное отсутствие энергии вещества в слое).

Описанная картина возможна лишь при температуре T в приповерхностном (возможно, и очень широком) слое тела, мало отличающейся от абсолютного нуля. Следовательно, из приповерхностных областей тела никакого заметного излучения возникнуть

не может. Излучение из центральных областей, если оно пробивается наружу, будет энергетически сильно подавлено большим гравитационным красным смещением (из-за малости g_{00} в центральных областях, где температура T может оказаться и очень высокой). Стало быть, такие тела будут невидимыми, «темными звездами». Для «темных звезд» с полной массой $E \sim 5M_{\odot}$ и с плотностью вещества $\rho_s \sim 10^{16}$ ‘г/см^3 (для оценок будем считать $\rho_s = \mathrm{const}$) возникнут значения $M_0 \sim 3.375 \cdot 10^{34}$ г, $Z_0 = 2M_0 \sim 2r_0 \sim 5 \cdot 10^6$ см и слой шириной $\Delta r \sim 1.5 \cdot 10^6$ см с плотностью материи в нем $\rho \sim 2.14 \cdot 10^{13}$ г/см^3 (в силу (38а) и (18) в слое окажется $\Delta M \sim 0$).

При $E = 4 \cdot 10^6 M_{\odot}$ (полагают [15], что такой массой обладает черная дыра в центре нашей Галактики) имеем $M_0 \sim 2.7 \cdot 10^{40}$ г, $Z_0 \sim 4 \cdot 10^{12}$ см, $r_0 \sim 2 \cdot 10^{12}$ см и слой шириной $\Delta r \sim (2 \cdot 10^{12} - 8.64 \cdot 10^7)$ см с плотностью материи в нем $\rho \sim 33.5$ г/см^3. Как видно, в этом случае (в предположении $\rho_s \sim 10^{16}$ г/см^3) вся масса звезды оказывается сосредоточенной в области с радиусом $r_1 \sim 8.64 \cdot 10^7$ см $= 864$ км; вне этой области энергия вещества практически полностью «съедена» гравитационным дефектом массы.

«Темные звезды» вполне могут вносить основной вклад в темную массу Вселенной. Именно они являются причиной тех явлений, которые ранее трактовались [16, 17] не иначе, как результат проявления черных дыр. Например, прежняя трактовка явления гравитационного микролинзирования [18–23] с помощью черных дыр остается неизменной, если в ней черные дыры заменить «темными звездами».

При аккреции вещества на «темные звезды» спектр его излучения будет заметно отличаться от спектра, возникающего при падении вещества на тела со слабым гравитационным дефектом массы (порядка ньютоновской поправки к массе). Попадая в приповерхностный слой «темной звезды», вещество практически не будет испытывать торможения из-за столкновений (в силу малости энергии элементов материи в слое). Поэтому жесткой границы спектра не возникнет. Спектр будет смягчаться тем заметнее, чем большей будет масса «темной звезды». Это находит подтверждение в наблюдениях [24], результаты которых были восприняты сторонниками ОТО как доказательство реальности черных дыр. Но, как видно, возможно и другое объяснение.

При определенных условиях «темная звезда» может захватить во внешнюю приповерхностную область плазму. Захваченные сильным гравитационным полем частицы плазмы могут достигать в квазиравновесном состоянии скоростей $v^2 \sim 0.1$. Следовательно, такие звезды станут источниками мощного рентгеновского излучения. Не исключено, что некоторые из наблюдаемых источников рентгеновского излучения имеют именно такое происхождение.

2. Сценарий непрерывно пульсирующей Вселенной

Данные астрономических наблюдений [25, 26] показали, что последние несколько миллиардов лет «расширение» Вселенной идет с положительным «ускорением». Это не соответствовало прежним теоретическим представлениям об эволюции Вселенной и заставило искать новые подходы. В работе [27], например, вводится гипотеза о ненулевой плотности энергии вакуума, позволяющая объяснить возникновение положительного «ускорения». Однако предложенные здесь аргументы и полученные результаты вызывают по целому ряду причин серьезные возражения. Во-первых, сама гипотеза о достаточно высокой постоянной плотности энергии вакуума (превышающей наблюдаемую плотность энергии вещества во Вселенной) физически не обоснована. Замена ее гипотезой о наличии во Вселенной экзотической квинтэссенции [28] с особым уравнением состояния физической ясности не вносит. Во-вторых, полученные в [27] решения не обладают полнотой, так как охватывают лишь временной интервал $0 \leqslant \tau \leqslant \infty$; интервал $-\infty \leqslant \tau \leqslant 0$ вообще оказался выпавшим. В-третьих, согласно полученному в [27] сценарию, Вселенная по мере «расширения» (с момента $\tau = 0$) должна в итоге выйти на стационарный режим с неограниченной длительностью, т. е. состояние, в котором Вселенная была при $\tau = 0$, вновь никогда не воспроизведется. Масштабный фактор R, скорость «расширения» ($v \sim \dot{R}$) и ускорение «расширения» ($a \sim \ddot{R}$) оказываются неограниченно растущими по близкому к экспоненциальному закону. Наконец, если учесть, что уравнения гравитации (использованные и в [27]) обратимы во времени (при замене $\tau \to -\tau$ они не меняют своего вида), то должен был бы быть этап $-\infty \leqslant \tau \leqslant 0$, на котором Вселенная постоянно бы «сжималась», если при $\tau = 0$ плотность вещества во Вселенной считать максимальной. Это требует смены знака первой производной масштабного фактора по времени ($\dot{R}$) в момент $\tau = 0$ и соответствующего объяснения такой смены. В работе [27] на этот счет ничего не говорится. Но даже если бы приемлемое объяснение нашлось, все равно возник бы вопрос о достижимости самого состояния при $\tau = 0$, поскольку на это требуется бесконечное время. Таким образом, подобные сценарии следует относить скорее к физически неприемлемым, чем к допустимым. С другой стороны, неприемлемым является и сценарий стационарной Вселенной, так как он противоречит наблюдениям.

Физически допустимым может быть лишь сценарий непрерывно (на всем интервале $-\infty \leqslant \tau \leqslant \infty$) пульсирующей Вселенной между некоторыми ее экстремальными состояниями. Ниже рассматривается именно такая возможность. В основу рассмотрения будет положен анализ тех глобальных физических процессов во Вселенной, которые, собственно, и составляют саму эволюционную картину. При этом все будет строиться *только* на общепринятых понятиях о материи, включающей в себя вещество (во всех его возможных формах существования) и гравитационное поле (при всевозможных взаимопревращениях одних форм материи в другие). Затем физическая картина эволюции будет трансформирована на язык риманова пространства, в котором и находится наблюдатель и его приборы. При таком подходе, с одной стороны, хорошо видна физическая природа эволюции, а с другой — выясняется природа масштабного фактора как геометрической характеристики риманова пространства, т. е. природа самого риманова пространства.

2.1. Основные уравнения

Проведем анализ эволюции Вселенной, сохраняя общепринятую гипотезу о ее однородности и изотропности. Будем считать, что Вселенная заполнена веществом (во всех его формах, включая гравитоны (с $S=2$)) и гравитационным полем (в состоянии с $S=0$); ничего иного во Вселенной не предполагается. Тогда в силу свойств однородности и изотропности гравитационные потенциалы $\Phi^{\varepsilon\lambda}(t)$ поля с $S=0$ должны будут зависеть (в пространстве с галилеевыми координатами) только и только от времени t. Эти потенциалы подчиняются полевому условию

$$\partial_\varepsilon \widetilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = \partial_0 \widetilde{\Phi}^{0\lambda} + \partial_k \widetilde{\Phi}^{k\lambda} = 0.$$

Так как $\partial_k \widetilde{\Phi}^{k\lambda} = 0$, то отсюда имеем

$$\widetilde{\Phi}^{0\lambda} = \mathrm{const} = 0. \tag{39}$$

Константа положена равной нулю, поскольку теоретически ее выбор произволен. Остаются компоненты $\widetilde{\Phi}^{kn}(t)$. Вследствие однородности и изотропности они примут вид

$$\widetilde{\Phi}^{kn} = \Phi \widetilde{\gamma}^{kn}. \tag{40}$$

Учитывая (39), (40) в структуре метрических коэффициентов $\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda}$, найдем

$$\widetilde{g}^{00} = \widetilde{\Phi}^{00} + \widetilde{\gamma}^{00} = 1, \quad \widetilde{g}^{kn} = \widetilde{\Phi}^{kn} + \widetilde{\gamma}^{kn} = (1+\Phi)\widetilde{\gamma}^{kn},$$
$$g = \det \widetilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = -(1+\Phi)^3, \tag{41}$$
$$g_{00} = (1+\Phi)^{3/2}, \quad g_{kn} = (1+\Phi)^{1/2}\gamma_{kn}.$$

Это ведет к следующему выражению для квадрата интервала риманова пространства Вселенной [29]

$$ds^2 = (1+\Phi)^{3/2}dt^2 - (1+\Phi)^{1/2}\left[(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2\right]. \tag{42}$$

Если здесь ввести обозначение $(1+\Phi)^{1/4} \equiv R$, то (42) перепишется в виде

$$ds^2 = R^6 dt^2 - R^2\left[(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2\right], \tag{42a}$$

где R называют масштабным фактором.

Оказалось, что масштабный фактор обязан своим происхождением нестатическому гравитационному полю в состоянии со спином $S=0$; ему же обязано и происхождение риманова пространства, в которое погружены наблюдатель и его приборы. Последнее не запрещает рассматривать происходящие во Вселенной процессы на формальной основе пространства Минковского с метрикой $\gamma_{\alpha\beta}$, использованной уже выше; тем более что гравитационное поле в его чистом виде проявляется лишь в пространстве Минковского. Так, если тело массы m мысленно внести в пространство, заполненное полем, то его энергия E в поле будет иметь значение

$$E = m\sqrt{g_{00}} = (1+\Phi)^{3/4}m = R^3 m. \tag{43}$$

В природе до сих пор не встречались случаи, когда энергия E покоящегося в гравитационном поле тела превышала бы его массу m; всегда имело место неравенство $E \leqslant m$ (равенство выполнялось лишь при отсутствии поля). Будем считать, что это неравенство *универсально* и справедливо в том числе и в гравитационном поле Вселенной. В случае Вселенной признание указанной универсальности ведет, согласно (43), к ограничению области *физических* значений потенциала Φ и соответственно значений масштабного фактора R:

$$-1 < \Phi_{\min} \leqslant \Phi \leqslant 0, \quad R_{\min} \leqslant R \leqslant 1. \tag{44}$$

При $\Phi = 0$ интервал ds^2 трансформируется в интервал пространства Минковского, как и следовало ожидать. Происхождение верхнего предела здесь ясно: потенциалы $\Phi > 0$ не могут отвечать физическим гравитационным полям с их отрицательной плотностью энергии и поэтому должны быть запрещены. Что касается ограничения снизу, то оно обязано возникнуть, так как детерминант g метрики $g_{\alpha\beta}$ должен удовлетворять строгим неравенствам: $0 < -g < \infty$. Физическая причина ограничения снизу выяснится позже.

Из всего изложенного следует, что Вселенная должна эволюционировать циклически между состояниями с максимальной ($\rho_{\max}$) и минимальной ($\rho_{\min}$) плотностями вещества в ней, отвечающими минимальному и нулевому значениям гравитационного потенциала Φ (или минимальному и максимальному значениям масштабного фактора R). Граничные условия (44) можно интерпретировать как связи, наложенные на метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$ [29]:

$$\left[g_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}(\alpha_n)\right]\delta(\sin\alpha) = 0,$$

где α — фаза циклов: при изменении α на 2π состояние Вселенной повторяется. Начало отсчета фаз α всегда можно выбрать так, чтобы состояние с плотностью $\rho = \rho_{\max}$ приходилось на фазы $\alpha_n = \pi n$ с $n = 0, \pm 2, \pm 4, \ldots$, а состояние с $\rho = \rho_{\min}$ — на фазы $\alpha_n = \pi n$ с $n = \pm 1, \pm 3, \ldots$. Функция действия S Вселенной примет с учетом связей вид

$$S = \int dx \left\{\mathcal{L} - \Lambda^{\mu\nu}[g_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}(\alpha_n)]\delta(\sin\alpha)\right\},$$

где $\Lambda^{\mu\nu}$ — неопределенные множители Лагранжа, а $\mathcal{L}$ определено общепринятым способом (см., например, Приложение I или [1, 2]). Варьирование S по $g_{\mu\nu}$ дает уравнение Гильберта–Эйнштейна со связями:

$$\widetilde{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\widetilde{R} = 8\pi T^{\mu\nu} + 16\pi\Lambda^{\mu\nu}\delta(\sin\alpha). \tag{45}$$

Здесь в плотности $T^{\mu\nu}$ скорости $u^k = 0$, т. е. $u^0 u^0 = g^{00}$, а плотность ρ и давление p зависят только от времени: $\rho = \rho(t)$, $p = p(t)$. Полевая форма этого уравнения, необходимая для дальнейшего, будет иметь вид

$$g^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\widetilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 16\pi\left(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}\right) + 32\pi\Lambda^{\varepsilon\lambda}\delta(\sin\alpha), \tag{46}$$

где $\tau^{\varepsilon\lambda}$ определено в (9). В силу однородности и изотропности пространства компоненты Φ^{0k}, T^{0k}, τ^{0k} и Λ^{0k} должны быть равными нулю. Компонента Φ^{00}, как следует из (39), тоже равна нулю, и *на нее* не налагаются никакие граничные условия (они налагаются на функцию Φ, определяющую Φ^{kn}). Значит, лагранжев множитель $\Lambda^{00} = 0$ — связь идеальна и не совершает работы. Остаются $\Lambda^{kn} = \Lambda\gamma^{kn}$.

Итак, получаем, что при $\varepsilon, \lambda = 0$ уравнение (46) дает закон сохранения плотности энергии во Вселенной

$$T^{00} + \tau^{00} = 0. \tag{47}$$

Физически он не может вызывать сомнений: из неограниченной в пространстве Вселенной ничто не исчезает

и ничто в нее не входит; могут происходить лишь взаимопревращения одних видов вещества и энергии в другие. Если плотность энергии вещества T^{00} растет, то плотность энергии гравитационного поля τ^{00} должна соответственно падать и наоборот. Нулевое значение полной плотности энергии во Вселенной говорит о том, что в целом вся Вселенная во все времена имела и будет иметь энергию, равную нулю.

Учитывая в (47) значения (41), придем к уравнению

$$\rho - \frac{3}{128\pi}\frac{\dot{\Phi}^2}{(1+\Phi)^{7/2}} = 0, \tag{48}$$

где $\dot{\Phi} \equiv d\Phi/dt$. Переходя здесь от потенциала Φ к масштабному фактору R и от dt к $d\tau \equiv R^3\,dt$, преобразуем (48) к известному виду

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi}{3}\rho, \tag{48a}$$

где $\dot{R} \equiv dR/d\tau$. С учетом граничных условий (44) уравнение (48a) перепишется в форме

$$\frac{\dot{R}}{R} = \left(\frac{8\pi}{3}\rho\right)^{1/2}\frac{\sin\alpha}{|\sin\alpha|}, \tag{48b}$$

где $\alpha \equiv 2\pi\tau/\tau_0$ — фазы циклов, учтенных в действии S и в уравнениях (45), (46); τ_0 является периодом цикла.

В теории гравитации без связей всегда должно было выполняться уравнение

$$\nabla_\varepsilon T^{\varepsilon\lambda} = 0. \tag{49}$$

Убедимся, что и здесь оно тоже выполняется. Вычисляя $F^\lambda \equiv \nabla_\varepsilon \Lambda^{\varepsilon\lambda}\delta(\sin\alpha)$, учтем, что $F^k \equiv 0$, так как $\Lambda^{0k} = 0$, а зависимости от координат x^k нет. При $\lambda = 0$ имеем

$$F^0 = -\frac{3\Lambda}{R^2}\dot{R}\delta(\sin\alpha) = -\frac{3\Lambda}{R}\left(\frac{8\pi}{3}\rho\right)^{1/2}\frac{\sin\alpha}{|\sin\alpha|}\delta(\sin\alpha).$$

Входящая сюда алгебраическая структура вида $(x/|x|)\delta(x)$, согласно [30], равна

$$\frac{x}{|x|}\delta(x) = \frac{1}{2}\frac{x}{|x|}\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{|x|}\right) = \frac{1}{4}\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{|x|}\right)^2 \equiv 0.$$

Следовательно, $F^\lambda \equiv 0$ при всех λ, а значит, уравнение (49) и при наличии наложенных связей остается в силе (идеальные связи не совершают работы и не нарушают законов сохранения). Из (49) последует

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{3}{4}(\rho + p)\frac{d\Phi/dt}{1+\Phi}. \tag{49a}$$

Перейдя здесь к R и $d\tau$, получим известное уравнение

$$\dot{\rho} = -3(\rho + p)\frac{\dot{R}}{R}. \tag{49b}$$

Дифференцируя (48b) по τ и учитывая при этом (49b), придем к уравнению

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) + \frac{2\pi}{\tau_0}\left(\frac{32\pi}{3}\rho\right)^{1/2}\cos\alpha\cdot\delta(\sin\alpha). \tag{50}$$

Уравнение для $\ddot{R}$ можно получить и из (45) или (46), свернув, например, последнее с $\widetilde{g}_{\varepsilon\lambda}$ и перейдя к R и τ:

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) + 8\pi\frac{\Lambda}{R^4}\delta(\sin\alpha). \tag{50a}$$

Как видно, уравнение (50) дает возможность найти неопределенный множитель Лагранжа Λ, определяющий реакцию связей. Возникшая в (50), (50a) реакция связей обеспечивает смену режимов спада и роста R (т. е. и ρ). Такой δ-образный характер смены режимов свойственен классическому рассмотрению. Как станет ясно из дальнейшего, в узких приграничных областях классическое описание окажется непригодным — потребуется учет квантовых флуктуаций.

Уравнения (48b) и (49b) необходимо дополнить уравнением состояния вещества $p = p(\rho)$, чтобы система стала замкнутой. Его можно ввести на постулативной основе, исходя из следующих обязательных требований.

1. На радиационно-доминирующей стадии эволюции Вселенной, когда излучение заметно превалирует над массивным веществом, p и ρ должны быть связаны соотношением, близким к $p = \rho/3$.

2. При переходе в процессе эволюции плотности ρ к $(\rho_{\min} + 0)$ и к $(\rho_{\max} - 0)$ давление p должно стремиться соответственно к $(-\rho_{\min})$ и к $(-\rho_{\max})$, как это следует из (49b) при учете в нем (48b) — см. также Приложение I.

Общее уравнение состояния, охватывающее все стадии эволюции и удовлетворяющее указанным требованиям, можно постулировать в виде

$$p = \nu\rho, \quad \nu \equiv \frac{4}{3}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)^{1/2}\left(1 - \frac{\rho_{\min}}{\rho}\right)^{1/2} - 1. \tag{51}$$

При этом коэффициент ν будет связан, по существу, с температурой T во Вселенной, как станет ясно из дальнейшего. Из (51) имеем $-1 \leqslant \nu \leqslant \left(1 - 4\sqrt{\delta}\right)/3$, где $\delta \equiv \rho_{\min}/\rho_{\max}$; значению $\nu_{\max}$ соответствует критическая плотность $\rho_c = (\rho_{\min}\cdot\rho_{\max})^{1/2}$, разграничивающая области с ростом и спадом плотности массивного вещества на фоне излучения. Уравнения (48b), (49b) и (51) образуют полную систему уравнений для определения ρ, p и R.

2.2. Анализ уравнений и их решений. Физические следствия

Подставляя в (49b) значение $\dot{R}/R$ из (48a) и p из (51), после интегрирования получим (для всех $-\infty \leqslant \tau \leqslant \infty$)

$$\rho(\tau) = \frac{2\rho_{\min}}{1 + \delta - (1-\delta)\cos\omega_0\tau}, \tag{52}$$

где

$$\omega_0 \equiv \frac{2\pi}{\tau_0} \equiv 8\left(\frac{2\pi G\rho_{\min}}{3}\right)^{1/2}, \quad \delta \equiv \frac{\rho_{\min}}{\rho_{\max}}, \tag{53}$$

а отсчет времени τ введен от состояния с $\rho = \rho_{\max}$.

Согласно наблюдениям, современное значение плотности вещества ρ_p во Вселенной (с учетом скрытой массы) оценивается величиной $\rho_p \simeq 5\cdot 10^{-30}$ г/см^3. Плотность излучений ρ_γ оценивается при этом значением $\rho_\gamma \simeq 10^{-4}\rho_p$. Значение $\rho = \rho_{\min}$ достигается при $\rho_\gamma \to 0$, когда Вселенная оказывается заполненной покоящимся массивным веществом. Так как $\rho_\gamma/\rho_p \sim 10^{-4}$, то величину $\rho_{\min}$ можно считать мало отличающейся

от ρ_p и для оценок взять $\rho_{\min} \sim \rho_p$. Учитывая это в (53), найдем

$$\omega_0 \simeq 6.7 \cdot 10^{-18}\ \text{с}^{-1}, \quad \tau_0 \simeq 0.938 \cdot 10^{18}\ \text{с} = 29.7 \cdot 10^9\ \text{лет}. \tag{54}$$

Величину $\rho_{\max}$ можно оценить, зная $\rho_{\min}$ и ρ_c, определяющее $\nu = \nu_{\max}$ в (51). Связь (51) отвечает феноменологическому учету квантовых процессов рождения, уничтожения и взаимопревращения частиц (g, γ, $\nu\overline{\nu}$, e^+e^-, p^+p^- и т. д.) с изменением их плотности энергии T^{00} при одновременном изменении плотности энергии τ^{00} гравитационного поля. Естественно предположить, что значение $\nu_{\max}$ достигается в момент τ_c начала интенсивной трансформации массивного вещества в излучение (на полуцикле $\dot{\rho} < 0$) и обратно (на полуцикле $\dot{\rho} > 0$). Если принять, что это τ_c соответствует моменту открытия канала аннигиляции нуклон-антинуклонных пар (при $\dot{\rho} < 0$) или канала их рождения (при $\dot{\rho} > 0$), то ρ_c должно будет оцениваться величиной $\rho_c \sim 2 \cdot 10^{18}$ г/см^3 (момент τ_c получится, согласно (52), равным $\tau_c \simeq 4.7 \cdot 10^{-7}$ с). Это дает $\rho_{\max} \sim 10^{66}$ г/см^3 и $\delta \sim 5 \cdot 10^{-96}$. Для $R_{\min}$ получается значение $R_{\min} = \delta^{1/4}/2 \sim 0.7 \cdot 10^{-24}$. Таким образом, становится ясной природа ограничения R (и Φ) снизу — оно обусловлено физической реализацией значения $\nu = \nu_{\max}$ в уравнении состояния $p = \nu\rho$.

Плотность $\rho(\tau)$ уменьшается при отклонении от момента $\tau = 0$ чрезвычайно быстро: к моменту $\tau = \tau' \simeq 3\tau_0\sqrt{\delta}/\pi \sim 2 \cdot 10^{-30}$ с величина ρ уменьшится в десять раз. Поэтому в области $\tau' < \tau < \tau_0/2$ с очень высокой точностью (тем большей, чем больше τ) плотность $\rho(\tau)$ можно определить выражением

$$\rho(\tau) \simeq \rho_{\min} \Big/ \sin^2\left(\pi\frac{\tau}{\tau_0}\right). \tag{55}$$

Соответственно для масштабного фактора $R(\tau)$, функции Хаббла $H(\tau) \equiv \dot{R}/R$ и параметра замедления $q(\tau) \equiv -\ddot{R}R/\dot{R}^2$ возникнут выражения

$$R \simeq \operatorname{tg}^{1/2}\left(\frac{\pi\tau}{2\tau_0}\right), \quad H \simeq H_{\min} \Big/ \sin\left(\pi\frac{\tau}{\tau_0}\right), \qquad q \simeq -\left[1 - 2\cos\left(\pi\frac{\tau}{\tau_0}\right)\right]. \tag{56}$$

На интервале $\tau_0/2 < \tau < \tau_0 - \tau'$

$$R \simeq \operatorname{ctg}^{1/2}\left(\frac{\pi\tau}{2\tau_0}\right), \quad H \simeq -H_{\min} \Big/ \sin\left(\pi\frac{\tau}{\tau_0}\right), \qquad q \simeq -\left[1 + 2\cos\left(\pi\frac{\tau}{\tau_0}\right)\right]. \tag{57}$$

С позиций риманова пространства, в которое погружены наблюдатель и его приборы, на этапе $0 < \tau < \tau_0/2$, соответствующем $\dot{R} > 0$, идет «расширение» Вселенной, а на этапе $\tau_0/2 < \tau < \tau_0$ с $\dot{R} < 0$ идет ее «сжатие». На этапе «расширения» в интервале времен $\tau' < \tau \leqslant \tau_0/3$ «расширение» идет с положительным «замедлением» ($q \geqslant 0$), а в интервале $\tau_0/3 \leqslant \tau < \tau_0/2$ — с положительным «ускорением» ($q \leqslant 0$). Этот естественно вытекающий из решений однозначно определенный результат полностью согласуется с данными недавних наблюдений [25, 26]. Момент $\tau_\pm$ смены знака «ускорения» с отрицательного на положительный определяется из (56) однозначно: $\tau_\pm = \tau_0/3 \simeq 9.9 \cdot 10^9$ лет. Фотоны, испущенные в момент $\tau_\pm$ и принятые сегодняшним наблюдателем, испытывают космологическое красное смещение

$$z_\pm = \left[R(\tau_p)/R(\tau_\pm)\right] - 1 \simeq 0.32. \tag{58}$$

На него должно еще наложиться гравитационное смещение от источника, испустившего фотон, т. е. наблюдаемое $z_\pm$ должно быть несколько выше 0.32. И действительно, результаты обработки наблюдений, приведенные в [31], дают $z_\pm{}^{\exp} = 0.46 \pm 0.13$. Как видно, с ним очень хорошо согласуется теоретическое значение (58), если учесть еще и вклад источника.

После завершения на этапе «расширения» Вселенной процессов аннигиляции нуклон-антинуклонных пар, т. е. при $\tau > \tau_c$, во Вселенной останутся лишь нуклоны, и их количество не будет изменяться со временем вплоть до момента $\tau_0/2$. Следовательно, определяющая период τ_0 цикла Вселенной плотность $\rho_{\min}$ будет не чем иным, как плотностью энергии покоящихся нуклонов. Разность $\rho - \rho_{\min}$ будет в таком случае давать плотность тепловой энергии во Вселенной [29]:

$$\rho_\gamma \equiv \rho - \rho_{\min} \simeq \rho_{\min} \cdot \operatorname{ctg}^2\left(\pi\frac{\tau}{\tau_0}\right) = aT^4, \tag{59}$$

где $a = 7.56 \cdot 10^{-15}$ эрг$\cdot$см$^{-3}\cdot$град$^{-4}$, а T — температура вещества Вселенной. Отсюда имеем

$$T(\tau) = \left(\frac{\rho_{\min}}{a}\right)^{1/4} \operatorname{ctg}^{1/2}\left(\pi\frac{\tau}{\tau_0}\right) = \left(\frac{\rho_{\min}}{4a}\right)^{1/4} \frac{\sqrt{1 - R^4}}{R}. \tag{60}$$

Давление p во Вселенной при $\tau > \tau_c$ с хорошей точностью определится выражением

$$p \simeq \left[\frac{4}{3}\left(\frac{aT^4}{\rho_{\min} + aT^4}\right)^{1/2} - 1\right]\rho.$$

При $aT^4 \gg \rho_{\min}$ это дает известную связь $p \simeq \rho/3$.

Если учесть, что уже при $\tau \equiv \tau_\gamma = 10^{-30}$ с коэффициент ν в уравнении состояния (51) становится близким к 1/3 (а при $\tau \sim 10^{-27}$ с практически неотличимым от 1/3), то выражение (60) с хорошей точностью можно распространить на всю область времен $\tau_\gamma < \tau \leqslant (\tau_0/2)$. В момент τ_γ температура Вселенной составит тогда величину $T_\gamma \sim 10^{25}$ К; к моменту $\tau_c = 4.7 \cdot 10^{-7}$ с она остынет до $T_c \sim 2 \cdot 10^{13}$ К. Завершение аннигиляционных процессов лептонов (при $T_l \sim 10^{10}$ К) произойдет к моменту $\tau_l \sim 2.5$ с, а рекомбинация водорода начнется в момент $\tau_H \sim 10^4$ лет, когда Вселенная остынет до $T_H \sim 2 \cdot 10^4$ К. При $\tau \to \tau_0/2$ температура T во Вселенной должна стремиться, как видно из (60), к нулю, а $\rho \to \rho_{\min}$. Следовательно, текущему времени τ_p соответствует $\tau_p = (\tau_0/2) - \Delta\tau$. Остающееся до конца «расширения» (если процесс «расширения» еще продолжается, т. е. если падение наблюдаемого ρ_γ со временем имеет место!) время $\Delta\tau$ можно оценить из (59): $\Delta\tau \sim 94.5 \cdot 10^6$ лет. Современный возраст (от $\tau = 0$) Вселенной оценивается, следовательно, величиной $\tau_p \sim 14.8$ млрд лет, что не противоречит наблюдениям. Получается, что смена знака «ускорения расширения» с отрицательного на положительный произошла примерно 4.9 млрд лет назад.

После завершения всех аннигиляционных процессов, т. е. при $\tau > \tau_l \sim 2.5$ с, плотность ρ будет формироваться за счет масс нуклонов и лептонов и тепловой энергии вещества (включая фотоны, нейтрино и т. д.). Следовательно, на этом этапе ρ можно представить в римановом пространстве в виде

$$\rho = \epsilon(1+\Pi), \quad d\Pi = -pd\left(\frac{1}{\epsilon}\right), \tag{61}$$

где Π — отнесенная к единице массы потенциальная энергия упругого сжатия вещества, обусловленного давлением p. Учитывая (61) в (49b), получим

$$\epsilon R^3 = \text{const}, \tag{62}$$

что можно трактовать как закон сохранения числа частиц в объеме R^3 риманова пространства или в единичном объеме пространства Минковского. Как видно, имеет место равенство $\epsilon R^3 = \rho_{\min}$, отвечающее самому физическому смыслу введенных величин ϵ и $\rho_{\min}$. Решение (62) следует также из уравнения

$$\partial_\lambda\left(\sqrt{-g}\,\epsilon u^\lambda\right) = 0,$$

справедливого при выбранной модели Вселенной.

В точках «поворота» $\alpha_n = \pi n$ производная $\dot\rho$ обращается в нуль, но

$$\ddot\rho|_{\tau_0/2} = 64\pi G\rho^2_{\min}(1-\delta)/3 > 0,$$
$$\ddot\rho|_{\tau_0} = -64\pi G\rho^2_{\max}(1-\delta)/3 < 0.$$

Как видно, изменение ρ по достижении минимума продолжится в сторону его роста, а по достижении максимума оно с чрезвычайно большим ускорением пойдет на убыль. Масштабный фактор R приобретает в точках α_n δ-образный характер изменения — см. (50). Такая картина возникает при классическом описании и с классическими уравнениями идеальных связей. Однако в окрестностях точек «поворота» температура Вселенной оказывается весьма близкой к нулю и классическое описание поведения ρ и Φ (т. е. и R) в окрестностях α_n, строго говоря, должно терять свою справедливость. В этих окрестностях важную роль начинают играть квантовые флуктуации $(\Delta\rho, \Delta\Phi)$. Их учет сделает область перехода Φ, т. е. и R, от одного режима (роста или спада) к другому (спада или роста) не δ-образной, как всегда бывает при наложении классических идеальных связей, а размытой. При $\alpha \to \alpha_n$ средние значения флуктуационных изменений Φ и ρ, т. е. $\overline{\Delta\Phi}$ и $\overline{\Delta\rho}$, могут стремиться к нулю, но сумма $\rho + p$ из-за тех же флуктуаций обращаться в нуль не будет. Ширина областей переходов будет определяться среднеквадратичными значениями $\overline{(\Delta\Phi)^2}$ и $\overline{(\Delta\rho)^2}$. Все это требует модификации классических уравнений (48a) и (49b) в указанных окрестностях. Такая модификация изменит картину эволюции Вселенной на малых временных интервалах; в остальном классическая картина может быть сохранена.

Полученное выше время $\Delta\tau$, оставшееся до завершения этапа «расширения», оказалось достаточно малым. Поэтому не исключено, что современная Вселенная уже подошла или вошла в квантовую фазу перехода от остывания к разогреву. Если вошла, то плотность излучения ρ_γ должна будет оставаться в течение некоторого времени (возможно, $\sim\Delta\tau$) практически неизменной. Но вот доступно ли это экспериментальной проверке — вопрос!

Остановимся на интерпретации терминов «расширение» и «сжатие». В предложенном изначально подходе к описанию эволюции Вселенной фундаментальную роль играет нестатическое гравитационное поле (в состоянии с нулевым спином). Как поле, так и вещество рассматриваются в пространстве Минковского. Риманово пространство является вторичным, всего лишь математически отображающим роль гравитационного поля (подтверждая этим приведенные во введении слова С. Вейнбергера об использовании римановой геометрии лишь как математического инструмента). Потенциал Φ гравитационного поля проецируется в римановом пространстве на масштабный фактор R. С позиций пространства Минковского процесс эволюции Вселенной понимается как *физический* процесс всевозможных взаимопревращений вещества и энергии, при которых гравитационный потенциал Φ и соответственно энергия гравитационного поля то нарастают, то падают; и одновременно плотность ρ вещества во Вселенной то падает (до $\rho_{\min}$), то нарастает (до $\rho_{\max}$). При этом Вселенная то остывает, то разогревается. Общая плотность энергии материи всегда остается равной нулю. Таким образом, термины «расширение» и «сжатие» не имеют никакого отношения к *динамическому* разбеганию или сближению, например, галактик. Все элементы Вселенной (и элементы галактик в частности) не изменяют в процессе эволюции своих пространственных координат $\boldsymbol{x}$; скорости $u^k = dx^k/ds$ этих элементов, входящие в плотность $T^{\varepsilon\lambda}$, остаются всегда равными нулю.

В пространстве Минковского расстояние между точками A и B всегда будет равным l_0. Но для наблюдателя, совмещенного с римановым пространством, это расстояние окажется равным $l = Rl_0$, так как в римановом пространстве возникает масштабный фактор R, индуцированный гравитационным потенциалом Φ. С ростом R наблюдателю будет казаться, что происходит «разбегание» точек A и B, при уменьшении R — их «сближение». Эти «разбегания» и «сближения» трактуются в ОТО как процессы «расширения» и «сжатия» Вселенной. Хотя эти процессы не являются динамическими, они тем не менее *проявляются в наблюдениях!* Реально наблюдаемые эффекты «расширения» и «ускорения расширения» нельзя объяснить *кажущимися* проявлениями. Поэтому многие начинают говорить о реальном динамическом разбегании. Но это не так. Причина в гравитационном поле, которое влияет на все физические процессы, в том числе на процессы излучения и распространения фотонов, принимаемых наблюдателем. Их свойства (частоту) сравнивают со свойствами фотонов, испущенных при том же квантовом переходе в месте нахождения наблюдателя, и по результатам сравнения судят о $\dot R$ и $\ddot R$ (т. е. о «расширении» и «ускорении расширения»), хотя физически правильнее говорить о том, в каком гравитационном поле Φ находился источник излучения в момент испускания фотона, и как повлияло на свойства пришедшего фотона гравитационное поле, в котором он распространялся, а также — в каком поле находится

сам наблюдатель (подробности можно видеть в Приложении V). Все это в совокупности и проявляется в $\dot{R}$ и $\ddot{R}$, а также в космологическом красном смещении z. Но в ОТО нет понятия о гравитационном поле Вселенной, поэтому все замыкается на масштабном факторе.

Если сфантазировать, что «вечно живущий наблюдатель» находится в произвольной точке Вселенной, сопоставленной с началом ($r=0$) выбранной им системы координат, то он «увидит» следующую картину, связанную с эволюцией Вселенной. Чтобы ее представить, введем в интервале

$$ds^2 = d\tau^2 - R^2\,dr^2 - R^2 r^2\,d\Omega^2, \quad d\Omega^2 \equiv d\Theta^2 + \sin^2\Theta\,d\varphi^2,$$

вместо координаты r переменную $\xi \equiv rR$. Тогда его можно привести к виду

$$ds^2 = d\widetilde{\tau}^2 - \frac{d\xi^2}{1-k^2\xi^2} - \xi^2\,d\Omega^2,$$

где $k^2 \equiv (8\pi/3)\rho(\tau)$. Радиальное расстояние l от наблюдателя до сферы с поверхностью $S = 4\pi\xi^2$ будет в момент времени τ равным

$$l = \int\limits_0^{\xi} \frac{d\xi}{\sqrt{1-k^2\xi^2}} = \frac{1}{k}\arcsin k\xi.$$

При $\xi = 1/k$ возникает горизонт событий — сфера с радиусом

$$l_h = \frac{\pi}{2k} = \frac{\sqrt{3\pi}}{4\sqrt{2\rho G/c^2}}, \tag{63}$$

вне которой будет находиться область, недоступная наблюдателю; область, в которую сигналы не могут проникнуть. Этот горизонт в процессе эволюции Вселенной будет то удаляться от наблюдателя (при $\dot{\rho} < 0$), то приближаться к нему (при $\dot{\rho} > 0$). При $\rho = \rho_{\max}$ возникнет $l_h \simeq 6.3 \cdot 10^{-20}$ см, а при $\rho = \rho_{\min}$ будет $l_h \simeq 2.8 \cdot 10^{28}$ см; последнее соответствует современному горизонту событий.

Несколько лет назад было обнаружено еще одно *качественно новое* явление во Вселенной. Был получен обширный материал [33–37] по вращению плоскостей поляризации электромагнитного излучения, испускаемого далекими радиогалактиками (получены данные по 160 галактикам). Оказалось, что эти плоскости подвержены не только фарадеевскому, но и некоему дополнительному вращению, не зависящему от частоты излучения. В работах [38, 39] после обработки данных по 71 галактике ($z > 0.3$) были предприняты попытки найти интерполяционную формулу, связывающую углы дополнительного вращения с расстояниями до галактик и другими возможными величинами. Однако их выводы существенно разошлись. В [40, 41] на основе идеи об *универсальности* в природе закона нарушения зарядовой (C) и пространственной (P) четностей (при $CP = \mathrm{const}$) была выдвинута гипотеза о существовании гравислабых взаимодействий, удовлетворяющих этой универсальности. Была найдена соответствующая таким гравислабым взаимодействиям структура членов, входящих в плотности лагранжианов спинорных и векторных частиц. Согласно этой теории, уравнение распространения левых ($\zeta = -1$) и правых ($\zeta = 1$) фотонов в однородной изотропной Вселенной приобретает вид [29]

$$E_\gamma^2 - R^4 p^2 + 2\zeta\hbar C E_\gamma R^2 \dot{R} = 0, \tag{64}$$

где C — безразмерная константа гравислабых взаимодействий, E_γ — энергия фотона, а $\boldsymbol{p}$ — его импульс. Если излучение испущено в момент τ, а принято наблюдателем в момент τ_p, то угол χ космологического гравитационного поворота плоскости поляризации составит, согласно (64), величину

$$\chi(\tau) = C\ln\frac{R(\tau_p)}{R(\tau)} = C\ln(1+z). \tag{65}$$

К этому χ добавится еще и вклад от гравитационного поля самого источника [41]. Из выражения (65) следует, что измеряемой величиной является отношение углов поворота

$$\frac{\chi_i}{\chi_j} = \frac{\ln(1+z_i)}{\ln(1+z_j)}.$$

Из-за скудной информации о χ_i и z_i пока не удалось сравнить этот теоретический результат с данными наблюдений; сделать же это крайне желательно.

Заключение

Признание гравитационного поля материальной субстанцией (наподобие материи электростатического поля) привело к качественным изменениям в выводах теории гравитации. В ней оказались запрещенными решения, отвечающие черным дырам. Вместо них возникли новые объекты со специфической внутренней структурой (в случае больших масс — с большим гравитационным дефектом массы). С их помощью можно объяснить все те явления, которые трактовались ранее не иначе как результат проявлений черных дыр (в том числе и эффекты смягчения спектров излучения вещества, аккрецирующего на массивные тела). Они могут давать основной вклад в темную массу Вселенной и т. д.

Полевая интерпретация уравнений Гильберта–Эйнштейна позволила по-иному подойти к описанию эволюции Вселенной. Удалось создать сценарий непрерывно пульсирующей (на всем интервале времени $-\infty \leqslant \tau \leqslant \infty$) Вселенной. Эволюционный процесс оказался процессом непрерывной смены режимов спада и роста плотности вещества во Вселенной (и соответственно то охлаждения, то разогрева Вселенной) между ее максимальными и минимальными значениями; при этом идет одновременно рост или спад плотности энергии гравитационного поля Вселенной (совместная плотность энергии вещества и поля всегда остается равной нулю). Теоретические результаты хорошо согласуются с множеством данных последних наблюдений (и, в частности, с оценкой «возраста» Вселенной и с оценкой космологического красного смещения частоты излучения, испущенного в момент нулевого «ускорения расширения»).

Без помощи Александра Лоскутова эта работа не увидела бы свет. Его светлой памяти и посвящается данный труд.

Приложение I

В действии

$$S \equiv \int \left[-\frac{1}{16\pi} R + \mathcal{L}_m \right] \sqrt{-g}\, dx$$

лагранжева плотность $\mathcal{L}_m$ как источник гравитационного поля является плотностью всех видов материи, в том числе и материи гравитационного поля, если признать его физическую материальность. Исключение из $\mathcal{L}_m$ каких-либо видов материи нарушило бы их равноправность как источников поля и привело бы к недопустимым последствиям.

Фундаментальным свойством $\mathcal{L}_m$ является то, что она является тензорным *скаляром* с размерностью эрг/см^3. При получении варьированием итоговых уравнений ($\delta_g S = 0$) конкретная структура $\mathcal{L}_m$, определяемая вкладами в нее различных видов материи (включая и материю гравитационного поля), будет несущественной: вывод уравнений не будет зависеть от того, как и какие виды материи формируют скаляр $\mathcal{L}_m$. Уже потом, в итоговых уравнениях, эта структура может быть конкретизирована в соответствии с постановкой задачи. Общий вид плотности тензора $T^{\epsilon\lambda}$ энергии-импульса материи, являющейся источником гравитационного поля, окажется в итоговых уравнениях равным

$$T^{\varepsilon\lambda} = -2 \frac{\delta\left(\sqrt{-g}\,\mathcal{L}_m\right)}{\delta g_{\varepsilon\lambda}}. \tag{I.1}$$

Аппроксимируя источник сплошной средой, представим здесь лагранжев скаляр $\mathcal{L}_m$ выражением

$$\mathcal{L}_m = -\rho, \quad \rho = \epsilon(1+\Pi), \tag{I.2}$$

где Π — отнесенная к единице массы энергия напряжений, обязанных давлению p; p дается значением

$$p = -\epsilon^2 \frac{\delta}{\delta\epsilon}\left(\frac{\mathcal{L}_m}{\epsilon}\right), \tag{I.3}$$

а ρ включает в себя плотность ρ_s вещества и плотность ρ_f материи гравитационного поля, т. е. $\rho = \rho_s + \rho_f$ (в полном согласии с утверждением А. Эйнштейна, приведенным в начале статьи). Заметим, что здесь нет никаких ограничений на величину поля. Из-за наличия в ρ части ρ_f полевая интерпретация теории гравитации будет отличаться от геометризованной. Далее в полном соответствии с приведенным в начале статьи высказыванием А. Эйнштейна принимается, что ни при каких условиях вещество не может сосредоточиться в математической точке, а распределено в конечной области.

При $\rho = \epsilon$ возникнет $p = 0$, отсюда становится ясным смысл ϵ как скаляра плотности свободной материи, не подверженной давлению (если бы мы взяли $\rho = C\epsilon^{4/3}$, то получили бы $p = (1/3)\rho$; при $\rho = \mathrm{const}$ было бы $p = -\rho$).

Подставляя (I.2) в (I.1), найдем

$$T^{\varepsilon\lambda} = 2\sqrt{-g}\left[(1+\Pi)\frac{\delta\epsilon}{\delta g_{\varepsilon\lambda}} + \epsilon\frac{\delta\Pi}{\delta g_{\varepsilon\lambda}}\right] + 2\rho\frac{\delta\sqrt{-g}}{\delta g_{\varepsilon\lambda}}. \tag{I.4}$$

Согласно (I.3), имеем

$$\frac{\delta\Pi}{\delta g_{\varepsilon\lambda}} = \frac{p}{\epsilon^2}\,\frac{\delta\epsilon}{\delta g_{\varepsilon\lambda}}. \tag{I.5}$$

В общем случае $\delta\epsilon/\delta g_{\varepsilon\lambda}$ можно представить в виде

$$\frac{\delta\epsilon}{\delta g_{\varepsilon\lambda}} = \epsilon\left(a u^{\varepsilon} u^{\lambda} + b g^{\varepsilon\lambda}\right), \tag{I.6}$$

где u^{ε} — 4-скорости элементов материи, а коэффициенты a и b подлежат определению. Учитывая (I.6), (I.5) в (I.4) и принимая во внимание равенство

$$\frac{\delta\sqrt{-g}}{\delta g_{\varepsilon\lambda}} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}\, g^{\varepsilon\lambda},$$

получим

$$T^{\varepsilon\lambda} = 2\sqrt{-g}(\rho+p)\left(a u^{\varepsilon} u^{\lambda} + b g^{\varepsilon\lambda}\right) + \sqrt{-g}\,\rho g^{\varepsilon\lambda}. \tag{I.7}$$

При $p = 0$ и $G = 0$ (свободная пыль) выражение (I.7) должно трансформироваться к виду

$$\overset{0}{T}{}^{\varepsilon\lambda} = \sqrt{-\gamma}\,\epsilon u^{\epsilon} u^{\lambda}.$$

Это возникнет, если положить $a = 1/2$ и $b = -1/2$. В итоге имеем

$$T^{\varepsilon\lambda} = \sqrt{-g}\left[(\rho+p)u^{\varepsilon}u^{\lambda} - p g^{\varepsilon\lambda}\right]. \tag{I.8}$$

При выводе $T^{\varepsilon\lambda}$ нигде не конкретизировался вид материи. Поэтому значение $\mathcal{L}_m = -\rho$ можно отнести как к совокупной материи вещества и поля (внутри тела), так и к материи только поля (вне тела). Вопрос о структуре ρ_f остается при этом открытым и требует дальнейшего анализа.

Приложение II

Пусть гравитационное поле источника гравитационного излучения является слабым. Тогда в (25)–(29) и (9) можно ограничиться вторым порядком малости по потенциалам $\Phi^{\varepsilon\lambda}$. Это даст уравнения

$$\Box\Phi^{\varepsilon\lambda} \simeq 16\pi\left(T^{\varepsilon\lambda} + t^{\varepsilon\lambda}\right), \tag{II.1}$$

$$\begin{aligned} 16\pi t^{\varepsilon\lambda} \equiv{} & \frac{1}{2}\left(\gamma^{\varepsilon\alpha}\gamma^{\lambda\beta} - \frac{1}{2}\gamma^{\varepsilon\lambda}\gamma^{\alpha\beta}\right)\left(\partial_\alpha\Phi^{\tau}_{\nu}\partial_\beta\Phi^{\nu}_{\tau} - \frac{1}{2}\partial_\alpha\Phi\partial_\beta\Phi\right) - \\ & - \gamma^{\varepsilon\beta}\partial_\alpha\Phi^{\lambda}_{\tau}\partial_\beta\Phi^{\alpha\tau} - \gamma^{\lambda\alpha}\partial_\alpha\Phi^{\beta}_{\tau}\partial_\beta\Phi^{\varepsilon\tau} + \gamma^{\alpha\beta}\partial_\alpha\Phi^{\varepsilon}_{\sigma}\partial_\beta\Phi^{\lambda\sigma} + \\ & + \frac{1}{2}\gamma^{\varepsilon\lambda}\partial_\alpha\Phi^{\beta}_{\tau}\partial_\beta\Phi^{\alpha\tau} + \partial_\alpha\Phi^{\varepsilon\beta}\partial_\beta\Phi^{\lambda\alpha} - \Phi^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta\Phi^{\varepsilon\lambda}; \\ \Phi \equiv{} & \Phi^{\alpha}_{\alpha}. \end{aligned} \tag{II.2}$$

Отделяя в потенциалах $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ поле излучения $\psi^{\varepsilon\lambda}$ от остальной части $\chi^{\varepsilon\lambda}$: $\Phi^{\varepsilon\lambda} = \psi^{\varepsilon\lambda} + \chi^{\varepsilon\lambda}$, получим

$$\Box\Phi^{\varepsilon\lambda} = 16\pi\left(T^{\varepsilon\lambda} + t_1^{\varepsilon\lambda} + t_{\mathrm{rad}}^{\varepsilon\lambda}\right), \tag{II.3}$$

где $t_{\mathrm{rad}}^{\varepsilon\lambda}$ содержит только $\psi^{\varepsilon\lambda}$, а в $t_1^{\varepsilon\lambda}$ обязательно входят $\chi^{\varepsilon\lambda}$; $t_{\mathrm{rad}}^{\varepsilon\lambda}$ будет представлять собой плотность тензора энергии-импульса гравитационного излучения. Для вычисления потока гравитационного излучения достаточно знать асимптотику потенциалов $\psi^{\varepsilon\lambda}$:

$$\psi^{\varepsilon\lambda} \simeq \frac{1}{r}\sum_{\omega} a^{\varepsilon\lambda}(\boldsymbol{\varkappa})\exp\left(-i\omega t + i\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{r}\right). \tag{II.4}$$

Здесь амплитуды $a^{\varepsilon\lambda}(\boldsymbol{\varkappa})$ определяются нестатической частью тензора $T^{\varepsilon\lambda}$ источника, а частоты ω и импульсы $\boldsymbol{\varkappa}$ связаны соотношением

$$\omega^2 - \boldsymbol{\varkappa}^2 = 0. \tag{II.5}$$

С учетом сказанного $t_{\mathrm{rad}}^{\varepsilon\lambda}$ примет вдали от источника вид

$$t_{\mathrm{rad}}^{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{32\pi}\gamma^{\varepsilon\alpha}\gamma^{\lambda\beta}\left(\partial_\alpha\psi^{\nu}_{\tau}\partial_\beta\psi^{\tau}_{\nu} - \frac{1}{2}\partial_\alpha\psi\partial_\beta\psi\right). \tag{II.6}$$

Это выражение является истинным тензором (в отличие от псевдотензоров, вводимых в ОТО для описания потоков излучения) и может быть записано в ковариантном виде (с заменой $\partial_\alpha \to D_\alpha$). Интенсивность излучения гравитонов получится, согласно (II.6), равной

$$I = -\frac{1}{32\pi}\oint\limits_{S\to\infty}\left[\partial_0\psi^{\alpha}_{\beta}\partial_k\psi^{\beta}_{\alpha} - \frac{1}{2}\partial_0\psi\partial_k\psi\right] ds^k. \tag{II.7}$$

Если в фурье-разложении (II.4) $\omega = \nu\omega_0$, $\boldsymbol{\varkappa} = \boldsymbol{n}\omega$, $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{r}/r$, то

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{1}{16\pi}\sum_{\nu=1}^{\infty}\omega^2\left[\overset{*}{a}{}^{\varepsilon}_{\lambda}a^{\lambda}_{\varepsilon} - \frac{1}{2}\overset{*}{a}\,a\right]. \qquad \text{(II.8)}$$

В силу полевого условия $\partial_\varepsilon\psi^{\varepsilon\lambda} = 0$ (исключающего из состояний поля излучения нефизические примеси со спинами $S = 1, 0'$) амплитуды $a^{\varepsilon}_{\lambda}(\varkappa)$ будут подчиняться соотношениям

$$a^{\varepsilon}_{\lambda}\varkappa^{\lambda} = 0. \qquad \text{(II.9)}$$

Обозначим номером $k = 3$ направление, параллельное $\boldsymbol{\varkappa}$, а номерами $k = 1, 2$ — направления, перпендикулярные $\boldsymbol{\varkappa}$. Тогда из (II.9) получим

$$a^0_0 = -a^3_3, \quad a^0_k = -a^k_0 = a^3_k.$$

Учитывая это в (II.8), окончательно найдем

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{1}{8\pi}\sum_{\nu=1}^{\infty}\omega^2\left\{\left|a^1_2(\varkappa)\right|^2 + \frac{1}{4}\left|a^1_1(\varkappa) - a^2_2(\varkappa)\right|^2\right\}. \qquad \text{(II.10)}$$

Как и следовало ожидать, в поток гравитационного излучения вошли лишь поперечно-поперечные компоненты потенциалов излучения, что отвечает двум возможным проекциям спина гравитона (с нулевой массой покоя) на его импульс. Все остальные компоненты $\psi^{\varepsilon\lambda}$ в поток излучения вклада не дают (автоматически выпадают из потока).

Приложение III

В случае двух тел плотность t^{00} тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля, вместе взятых, в ньютоновском приближении примет вид

$$t^{00} \simeq \overset{(0)}{t}{}^{00} + \overset{(1)}{t}{}^{00} \simeq$$
$$\simeq \left[1 + v_1^2(x) + v_2^2(x) + \frac{3}{2}\Phi^{00}(x)\right]\left[\rho_{1s}(x) + \rho_{2s}(x) + \rho_f(x)\right] -$$
$$- \frac{7}{128\pi}\left(\nabla\Phi^{00}(x)\right)^2. \qquad \text{(III.1)}$$

Здесь $\rho_{ks}(x)$ — плотность вещества в k-м теле, $\rho_f(x)$ — суммарная плотность материи гравитационного поля, $\boldsymbol{v}_k(x)$ — скорость поступательного движения k-го тела, а потенциал $\Phi^{00}(x) = \Phi^{00}_1(x) + \Phi^{00}_2(x)$ полного гравитационного поля определяется уравнением

$$\nabla^2\Phi^{00} \simeq -16\pi(\rho_{1s} + \rho_{2s}). \qquad \text{(III.2)}$$

Из (III.2) имеем

$$\Phi^{00} = 4U, \quad U = U_1 + U_2, \quad U_k = \int\frac{\rho_{ks}(\boldsymbol{x}')\,d^3x'}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'|}. \qquad \text{(III.3)}$$

Плотность ρ_f в (III.1) определяется с хорошей точностью (в случае слабого гравитационного поля) выражением

$$\rho_f = -\frac{3}{64\pi}\left(\nabla\Phi^{00}\right)^2. \qquad \text{(III.4)}$$

Подставляя (III.3) и (III.4) в (III.1), после интегрирования t^{00} по всему пространству (с учетом релятивистского сокращения объемов движущихся тел) получим значение полной энергии E двух тел:

$$E = M_{1s} + M_{2s} + \frac{1}{2}M_{1s}v_1^2 + \frac{1}{2}M_{2s}v_2^2 - \frac{1}{128\pi}\int\left(\nabla\Phi^{00}\right)^2 d^3x =$$
$$= M_{1s} + M_{2s} + \frac{1}{2}M_{1s}v_1^2 + \frac{1}{2}M_{2s}v_2^2 - \qquad \text{(III.5)}$$
$$- \frac{1}{2}\int\frac{d^3x_1 d^3x_2}{|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2|}\left[\rho_{1s}(\boldsymbol{x}_1)\rho_{1s}(\boldsymbol{x}_2) + \rho_{2s}(\boldsymbol{x}_1)\rho_{2s}(\boldsymbol{x}_2) + 2\rho_{1s}(\boldsymbol{x}_1)\rho_{2s}(\boldsymbol{x}_2)\right],$$

где M_{ks} — масса вещества k-го тела. Выражение (III.5) и представляет собой ньютоновскую задачу двух тел. Если бы в (III.1) вклад ρ_f в $T^{\varepsilon\lambda}$ был отброшен (это соответствовало бы переходу к стандартной ОТО), то в последнем члене (III.5) вместо коэффициента $(-1/2)$ возник бы коэффициент $(+5/2)$, что совершенно неприемлемо.

В отличие от задачи с одиночным телом здесь очень существенно появление интерференционного члена в выражении $\left(\nabla\Phi^{00}\right)^2$, ведущего к ньютоновскому гравитационному взаимодействию тел (видна аналогия с электродинамикой). Одновременно его наличие не позволяет утверждать (а иногда такие утверждения приходится слышать), что поле целиком можно как-то учесть в ρ_s, не выходя за пределы тела (как — при этом не уточняется). Если бы интерференционного члена в ρ_f из $T^{\varepsilon\lambda}$ не было, то не возникло бы и ньютоновского взаимодействия тел. Иначе говоря, гипотеза (11), (23) остается единственно оправданной.

Приложение IV

Доказательство нереализуемости черных дыр, приведенное на с. 7–8, в равной степени относится как к полевой, так и к геометризованной теории, поскольку в самом доказательстве не использовалась структура ρ из $T^{\epsilon\lambda}$. Но в ОТО вместо интегральной связи (33) используют дифференциальную связь (20). Убедимся, что и из этой связи вытекает нереализуемость черных дыр. Одновременно проследим, где и как возникла ошибка в вычислениях ОТО, приведшая к решению с черными дырами.

Перейдя в (20) от производных Z' к производным $r' \equiv dr/dZ$, преобразуем его к виду

$$(1 - 2y)Zr'' + 2r'\left[1 - y + 2\pi(p - \rho)Z^2\right] - 2\frac{r}{Z} = 0. \qquad \text{(IV.1)}$$

Следуя ОТО, будем считать здесь $\rho_{\text{ext}} = p_{\text{ext}} = 0$. Тогда общее решение этого уравнения *вне* тела окажется равным

$$r = C_1(Z - M_0) + C\left[2M_0 + (Z - M_0)\ln\left(1 - \frac{2M_0}{Z}\right)\right], \qquad \text{(IV.2)}$$

где

$$M_0 = 4\pi\int_0^{Z_0}\rho Z^2\,dZ = \text{const}.$$

На бесконечности должно выполняться условие $(Z/r)_\infty = 1$. Это дает $C_1 = 1$.

Внутреннее решение также содержит две константы интегрирования. Вместе с C они определяются из *трех* граничных условий: одного в нуле $(rZ'/Z = 1)$ и двух на границе тела $(r_{\text{in}} = r_{\text{ext}},\ r'_{\text{in}} = r'_{\text{ext}})$. Если бы в решении (IV.2) на коэффициент C было наложено дополнительное условие (например, $C = 0$), то это привело бы к математически переопределенной задаче, так как *две* константы интегрирования внутреннего решения должны были бы подчиняться *трем* граничным условиям: одному в нуле $(rZ'/Z = 1)$ и двум на границе тела $(r_{\text{in}} = Z_0 - M_0,\ r'_{\text{in}} = 1)$.

Однако в ОТО член с C в (IV.2) не учитывается; берется частное решение с коэффициентом C_1. Но это противоречит правилам математики. Известно, что уравнение второго порядка

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

должно иметь решением

$$y = C_1y_1 + C_2y_2.$$

Если одно частное решение, например y_1, известно, то второе определяется выражением

$$y_2 = y_1\int\frac{dx}{y_1^2}\exp\left(-\int p\,dx\right).$$

Подставив сюда частное решение уравнения (IV.1) $r_1 = C_1(Z - M_0)$, как раз и получим r_2 с коэффициентом C в (IV.2). Следовательно, широко известное решение Шварцшильда для метрических коэффициентов

$$g_{00} = \frac{r - M_0}{r + M_0}, \quad g_{rr} = \frac{r + M_0}{r - M_0}, \quad Z = (r + M_0),$$

получаемое при $C = 0$, существовать не может. В нем утрачена связь с внутреннем решением, *определяющим* свойства внешнего решения (в (33) связь внешнего решения с внутреннем отражена в интеграле с нулевым нижним пределом). Из-за этой математически и физически недопустимой утраты и рождается неполноценное решение, отвечающее черной дыре. Математически верным является полное решение (IV.2) с $C \neq 0$, которое можно сшить с внутренним решением.

Если учесть далее, что в ОТО вне тела

$$B = 1 - 2y, \quad y = M_0/Z,$$

и, согласно (17),

$$(B/A) = Z'^2,$$

то в силу наложенного на детерминант g условия (34) полное внешнее решение (IV.2) приведет в неравенству

$$\left.\frac{Z^2(Z - M_0)^2(Z - 2M_0)^2}{[2CM_0^3 + rZ(Z - 2M_0)]^2}\right|_{Z \geqslant Z_0} > 0. \qquad \text{(IV.3)}$$

Отсюда видно, что $(Z - 2M_0)$ нигде при $Z \geqslant Z_0$ не может обратиться в нуль. Поскольку же вдали от тела $Z > 2M_0$, то всюду вне тела вплоть до его границы останется $2M_0 < Z_0 \leqslant Z$. Следовательно, математически выверенное решение уравнения (20) тоже ведет к нереализуемости черных дыр. Если к тому же в (33) при $r = r_0$ учесть (IV.2), то легко прийти к равенству

$$Z_0 = 2M_0 + 2\frac{|2CM_0^3 + r_0Z_0(Z_0 - 2M_0)|}{A_0Z_0^3(Z_0 - M_0)} \int\limits_0^{r_0} \sqrt{\frac{B}{A}}\, r\, dr > 2M_0. \qquad \text{(IV.4)}$$

Из него явно следует, что граничное значение Z_0 превышает величину $2M_0$ благодаря вкладу внутреннего решения; в шварцшильдовском решении этот вклад утрачен.

Заметим еще, что выбор в качестве внешнего решения уравнения (IV.1) значения $r = Z - M_0$ ведет к следующему физически неприемлемому результату.

В силу эквивалентности уравнений (8), (25) уравнениям (2), (3) полная энергия E вещества и поля, определяемая интегралом (28) по всему пространству, должна совпадать с полной гравитационной массой M_0 тела. Если же интеграл (28) брать в пределах от 0 до r, то он должен дать энергию вещества и поля в сферическом объеме с галилеевым радиусом r. Вследствие сферической симметрии из (25) имеем

$$\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{d\widetilde{g}^{00}}{dr}\right) = -16\pi r^2 t^{00}.$$

Интегрируя это выражение от 0 до $r \geqslant r_0$, где r_0 — радиус поверхности тела в галилеевых координатах, получим

$$E(r \geqslant r_0) = \frac{r(B/A)^{1/2}}{2BA}\left[1 + \frac{AZ^2}{r^2} - 2\frac{AZ}{r}\sqrt{\frac{1 - 2y}{A}}\right]. \qquad \text{(IV.5)}$$

Полагая здесь $r = Z - M_0$, придем к равенству

$$E(Z \geqslant Z_0) = \frac{(2 - 3y)M_0}{2(1 - y)(1 - 2y)^2}, \quad y \equiv \frac{M_0}{Z}. \qquad \text{(IV.6)}$$

При $Z \to \infty$ отсюда действительно имеем равенство $E(\infty) = M_0$, о чем говорилось выше.

Пусть радиус Z_0 поверхности тела равен $Z_0 = 1.2M_0$. В ОТО это отвечает некоторой черной дыре. Тогда значения энергий $E(Z)$ в объемах с радиусами $Z_0 \leqslant Z \leqslant 2M_0$ окажутся лежащими в интервале $-(27/8)M_0 \leqslant E \leqslant +\infty$; при $Z = 1.5M_0$ будет $E = 0$. Все поверхности с $Z \geqslant Z_0$ находятся *вне тела*, и тем не менее в зависимости от удаленности поверхности Z от поверхности тела Z_0 энергия $E(Z)$ будет быстро нарастать от *отрицательного* значения при $Z = Z_0$ до *положительной бесконечности* при $Z = 2M_0$. Совершенно очевидно, что этот результат является физически неприемлемым, так как при ограниченной массе вещества тела суммарная энергия E вещества и связанного гравитационного поля, взятая в любом объеме, не может быть ни отрицательной, ни сколь угодно большой! Единственной причиной возникновения этого нефизического результата является выбор внешнего решения уравнения (IV.1) в виде $r = Z - M_0$. Следовательно такой выбор надо признать недопустимым. Если взять для r его полное решение (IV.2), то с учетом (IV.3) и вытекающих неравенств $B > 0$, $A > 0$ из (IV.5) найдем, что всюду при $r \geqslant r_0$ (т. е. и при $Z \geqslant Z_0$) энергия E вещества и гравитационного поля, вместе взятых. будет ограниченной положительной величиной.

Все здесь изложенное преследовало одну цель — показать неприемлемость решения Шварцшильда. В реальной постановке задачи с $\rho_{\text{ext}} \neq 0$ и $p_{\text{ext}} \neq 0$ решения $r(Z)$, или $Z(r)$, или $\Phi(r)$, будут совсем иными, нежели (IV.2).

Приложение V

Рассмотрим эффект космологического красного смещения частот с точки зрения влияния гравитационного поля Вселенной на соответствующие физические процессы.

Пусть источником излучения фотонов, принимаемых наблюдателем, является атом водорода. Сопоставляемое ему уравнение Шрёдингера, записанное в приближении неподвижного ядра, примет в присутствии поля Φ (далее его удобнее учитывать через фактор R) вид

$$i\partial_0\psi = \left(-\frac{1}{2m}\sqrt{g_{00}}\, g^{kn}\widehat{p}_k\widehat{p}_n + eA_0\right)\psi, \qquad \text{(V.1)}$$

где e и m — заряд и масса покоя электрона, $A_0 = g_{00}A^0$, а A^0 определяется уравнением

$$\widetilde{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta A^0 = 4\pi j^0, \qquad \text{(V.2)}$$

в котором j^0 является плотностью заряда ядра; координаты в (V.1), (V.2) — галилеевы.

Нас будет интересовать промежуток Δt испускания фотона и дальнейшее его распространение к наблюдателю. В присутствии поля время жизни Δt атома в возбужденном состоянии соответствует промежутку $\Delta\tau \sim R^3\Delta t$. За этот промежуток относительное изменение R составит величину $(\Delta R/R) \sim (\dot{R}/R)\Delta\tau \sim (\dot{R}/R)R^3\Delta t$, пренебрежимо малую на любом этапе эволюции Вселенной. Поэтому на промежутке испускания фотона значение R можно считать с высокой степенью точности постоянным. Это позволяет воспользоваться в (V.1) равенством $i\partial_0\psi = E\psi$, а в (V.2) пренебречь вкладом производных от A^0 по времени t. В итоге получим

$$A_0 = -R^2\frac{e}{r}, \quad \left(-\frac{R}{2m}\nabla^2 - R^2\frac{e^2}{r}\right)\psi = E\psi. \qquad \text{(V.3)}$$

Сравнивая последнее уравнение с уравнением Шрёдингера для атома водорода в отсутствие поля Φ (см., например, [32]), находим энергетический спектр атома в присутствии поля:

$$E_n = -R^3\frac{me^4}{2n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots\ . \qquad \text{(V.4)}$$

Частоты излучения атома определятся, следовательно, выражением

$$\omega_{n'n} = R^3\omega^0_{n'n}, \qquad \text{(V.5)}$$

где $\omega^0_{n'n}$ — частоты излучения при тех же квантовых переходах, но в отсутствие поля Φ.

Если бы атом находился над поверхностью статического сферически-симметричного тела массы M (например, над поверхностью Земли), то в случае слабого гравитационного поля в (V.4), (V.5) вместо R^3 вошел бы множитель $[1-(M/r)]$, где r — расстояние атома от центра тела. Энергии E_i фотонов, испущенных атомами, расположенными на разных расстояниях r_i от центра тела, окажутся, следовательно, разными. Так как распространение фотонов подчиняется уравнению $E_i = [1-(2M/r)]p(r)$, в котором $E_i = \omega_{n'n}(r_i) = \mathrm{const}$, то атом, расположенный в точке r_1, не сможет поглотить фотон, испущенный атомом, расположенным в точке $r_2 \neq r_1$, и наоборот. Например, при $r_2 < r_1$ энергия $\omega_{n'n}(r_2)$ окажется недостаточной для возбуждения выше расположенного атома, так как $\omega_{n'n}(r_2) < \omega_{n'n}(r_1)$. Именно в этом состоит эффект гравитационного красного смещения, а не в том (как иногда полагают), что с удалением фотона от центра тела его частота падает; если последнее допустить, то отклонение лучей телом и гравитационная задержка сигнала получились бы противоречащими наблюдениям.

Можно сделать общее утверждение: если в отсутствие поля Φ источник испускает в момент времени τ_1 фотон частоты ω_0, то в присутствии поля тот же источник при том же квантовом переходе испустит фотон с энергией

$$E_\gamma(\tau_1) = \omega_0 R^3(\tau_1). \tag{V.6}$$

Его движение к наблюдателю подчинено уравнению

$$g^{00}E_\gamma^2 + g^{kn}p_k p_n = 0. \tag{V.7}$$

В силу однородности и изотропности пространства канонический ковариантный импульс p_k фотона будет сохраняющейся величиной. Действительно, согласно (V.7), функция Гамильтона для фотона оказывается равной

$$H = pR^2. \tag{V.8}$$

Отсюда имеем

$$\frac{dp_k}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x^k} = 0, \tag{V.9}$$

т. е. $p_k = \mathrm{const}$. Таким образом, при распространении фотона в силу (V.6)–(V.9) возникает связь

$$\frac{E_\gamma(\tau)}{R^2(\tau)} = p = \omega_0 R(\tau_1). \tag{V.10}$$

В точке наблюдения при том же квантовом переходе такой же источник испустит фотон частоты

$$\omega(\tau_p) = \omega_0 R^3(\tau_p). \tag{V.11}$$

Из сравнения (V.10) и (V.11) видно, что частота $E_\gamma(\tau_p)$ пришедшего фотона меньше частоты $\omega(\tau_p)$ испущенного в точке наблюдения фотона (если $R(\tau_1) < R(\tau_p)$). Это и есть космологическое красное смещение

$$z = \frac{\omega(\tau_p) - E_\gamma(\tau_p)}{E_\gamma(\tau_p)} = \frac{R(\tau_p)}{R(\tau_1)} - 1. \tag{V.12}$$

Физическая природа его заключается, как видно, во влиянии гравитационного поля Вселенной на процессы рождения и распространения фотонов.

Список литературы

1. *Фок В.А.* // Теория пространства, времени и тяготения. М., 2007.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Теория поля. М., 1988.
3. *Вейнберг С.* // Гравитация и космология. М., 1975.
4. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. трудов. Т. 1. М., 1965. С. 227.
5. *Гильберт Д.* // Избр. труды. М., 1998. С. 380; *Hilbert D.* Die Grundlagen der Physik // Math. Ann. 1924. **92**. S. 1–32.
6. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. трудов. Т. 2. М., 1966. С. 514.
7. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун–та. Физ. Астрон. 1991. № 4. С. 49; 2001. № 4. С. 29.
8. *Логунов А.А., Мествериишвили М.А.* // Релятивистская теория гравитации. М., 1989.
9. *Fronsdal C.* // Nuovo Cimento Suppl. 1958. **9**. P. 416.
10. *Barnes K.J.* // J. Math. Phys. 1965. **6**. P. 788.
11. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун–та. Физ. Астрон. 2003. № 4. С. 19; 2006. № 3. С. 18.
12. *Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х.* Математический анализ. М., 1979.
13. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун–та. Физ. Астрон. 2009. № 2. С. 3.
14. *Зельдович Я.Б.* // ЖЭТФ. 1962. **42**. С. 641.
15. *Gillessen S., Eisenhauer F., Trippe S.* et al. // Astrophys. J. 2009. **692**. P. 1075.
16. *Salpeter E.E.* // Astrophys. J. 1964. **140**. P. 796.
17. *Зельдович Я.Б.* // Докл. АН СССР. 1964. **155**. С. 67.
18. *Бялко А.В.* // Астрон. журн. 1969. **46**. С. 998.
19. *Paczynski B.* // Astrophys. J. 1986. **304**. P. 1.
20. *Alcock C., Akerlof C.W., Allsman R.A.* et al. // Nature. 1993. **365**. P. 621.
21. *Захаров А.Ф., Сажин М.В.* // Успехи физ. наук. 1998. **168**. С. 1041.
22. *Богданов М.Б., Черепащук А.М.* // Астрон. журн. 2002. **79**. С. 693; 2004. **81**. С. 291.
23. *Черепащук А.М.* // Успехи физ. наук. 2003. **173**. С. 345; Природа. 2006. **10**. С. 16.
24. *Черепащук А.М.* // Природа. 2010. № 7. С. 3.
25. *Riess A.G., Filippenko A.V., Challis P.* et al. // Astron. J. 1998. **116**. P. 1009.
26. *Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G.* et al. // Astron. J. 1999. **517**. P. 565.
27. *Чернин А.Д.* // Успехи физ. наук. 2001. **171.** № 11. С. 1153.
28. *Caldwell R.R., Steinhardt P.J.* // Phys. Rev. 1998. **D57**. P. 6057.
29. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун–та. Физ. Астрон. 2005. № 2. С. 7.
30. *Иваненко Д.Д., Соколов А.А.* // Классическая теория поля. М.; Л., 1949.
31. *Riess A.G., Strolger L.-G., Tonry J.* et al. // Astrophys. J. 2004. **607**. P. 665.
32. *Соколов А.А., Лоскутов Ю.М., Тернов И.М.* // Квантовая механика. М., 1965; *Sokolov A.A., Loskutov Yu.M., Ternov I.M.* Quantum Mechanics. N. Y., 1966.
33. *Alven H., Herlofson K.* // Phys. Rev. 1950. **78**. P. 616.
34. *Gardner F.F., Whiteoak J.B.* // Nature. 1963. **197**. P. 1162; Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1966. **4**. P. 245.
35. *Burbidge G., Growne A.H.* // Astrophys. J. Suppl. 1979. **40**. P. 583.
36. *Clarke J.N., Kronberg P.P., Simard-Normandin M.* // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1980. **190**. P. 205.
37. *Spinrad H., Djorgovski S., Marr J., Aguilar L.* // Pub. Astron. Soc. Pacific. 1985. **97**. P. 932.
38. *Nodland B., Ralston J.P.* // Phys. Rev. Lett. 1997. **78**. P. 3043.
39. *Carrol S.M., Field J.B.* // Phys. Rev. Lett. 1997. **79**. P. 2394.
40. *Лоскутов Ю.М.* // ЖЭТФ. 1995. **107**. С. 283.
41. *Лоскутов Ю.М.* // ЖЭТФ. 1998. **113**. С. 1921.

The role of gravitational fields in the physics of stars and in the Universe evolution

Yu. M. Loskutov

Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: loskutova1937@mail.ru

It is shown that validation that the gravitational field is a material substance, which possesses all attributes of any other matter (energy density, pressure, 4-velocity of its elements, interaction of elements with each other and with other material objects), leads to the modification of physical conceptions about the body dynamics and Riemannian space, internal structure of stars, the Universe evolution and others. Instead of «black holes» appearing in the geometrized approach to the gravitation, objects with the understandable specific internal structure (which gives, for example, observable softening in the spectrum boundary of the radiation of matter incident upon supermassive objects) arises. A problem of «dark matter» is resolved. In a framework of generally accepted notions on the matter (without introduction into the theory any free parameters) it is possible to realize scenario of the permanently pulsating Universe between the sates with the maximal and the minimal matter densities, which conforms with the last observations data.

Keywords: gravitational field, Minkovsky space, Riemannian space, gravitational mass excess, black holes, dark matter, pulsating Universe.
PACS: 04.70.–s, 95.30.sf.
Received 17 September 2012.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2013).

Сведения об авторе

Лоскутов Юрий Михайлович — докт. физ.-мат. наук, профессор.