Гидродинамические решения обобщенного уравнения Больцмана–Энскога

Н. Г. Иноземцева[1,a], И. И. Масленников[2,b]

[1] *Университет «Дубна». Россия, 141198, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, д. 19.*
[2] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой статистики и теории поля. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*
E-mail: [a] nginozv@mail.ru, [b] ilyamaslennikov@mail.ru

Статья поступила 24.01.2013, подписана в печать 31.01.2013.

Для систем частиц с бинарным взаимодействием, содержащим «твердый кор» и дальнодействующую компоненту, рассмотрены свойства кинетического уравнения. Изучены решения, соответствующие периодическим малым возмущениям функции распределения.

Ключевые слова: кинетические уравнения, уравнения гидродинамики, модель твердых сфер, уравнение Больцмана–Энскога.

УДК: 533.7. PACS: 51.10.+y; 05.20.–y; 05.20.Dd.

Введение

Построение приближенных кинетических уравнений является одной из важных проблем современной статистической теории.

В последние годы на основе функциональной гипотезы Н. Н. Боголюбова [1] и кластерных разложений в иерархии ББГКИ [2] получен ряд важных результатов относительно описания процесса приближения систем к состоянию статистического равновесия. В частности, получены веские указания на аномалии в уравнениях гидродинамики в высших порядках по плотности [3]. Было объяснено «аномальное», с точки зрения стандартных представлений, степенное убывание автокорреляционных функций, открытое в модельных машинных экспериментах [4] с системами «упругих шаров». Тот факт, что степенное убывание можно получить при рассмотрении нелинейных эффектов в обычном уравнении Больцмана, оказался во многом неожиданным [5]. Более того, позволяют успешно описать экспериментальные данные для весьма плотных систем, поправки по плотности, рассчитанные по теории Энскога [6]. Впервые на возможное объяснение этого явления указал Н. Н. Боголюбов [7], доказавший, что уравнения Больцмана–Энскога имеют помимо обычно рассматривавшихся точные микроскопические решения, т. е. обладают решениями уравнения Луивилля. Класс кинетических уравнений с подобным свойством, как было указано в работе [7], значительно шире, чем полагалось ранее. Так, все уравнения типа

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t} f(t, r_1, v_1) + v_1 \frac{\partial}{\partial r_1} f(t, r_1, v_1) = \\
&= na^2 \int\limits_{(v_{2,1}\cdot\sigma)\geqslant 0} (v_{2,1}\cdot\sigma)\big\{ f(t, r_1, v_1^*) f(t, r_1 + a\sigma, v_2^*) - \\
&\qquad - f(t, r_1, v_1) f(t, r_1 - a\sigma, v_2)\big\}\, d\sigma\, dv_2 + \\
&\qquad + \frac{n}{m}\int \frac{\partial \Phi_0(|r_1 - r_2|)}{\partial r_1}\rho(t, r_2)\, dr_2 \frac{\partial}{\partial v_1} f(t, r_1, v_1) \qquad (1)
\end{aligned}
$$

имеют микроскопические решения, соответствующие полному динамическому описанию систем частиц с бинарным взаимодействием

$$
V(r_1 - r_2) = \begin{cases} \infty, & |r_1 - r_2| < a, \\ \Phi_0(|r_1 - r_2|), & |r_1 - r_2| > a. \end{cases} \qquad (2)
$$

Уравнение (1) естественно называть обобщенным уравнением Больцмана–Энскога; в нем σ — единичный вектор, $v_{2,1} = v_2 - v_1$, $v_1^* = v_1 + \sigma(v_{2,1}\cdot\sigma)$, $v_2^* = v_2 - \sigma(v_{2,1}\cdot\sigma)$, $\rho(t, r_2) = \int f(t, r_2, v_2)\,\mathrm{d}v_2$, a — диаметр области «твердого кора».

Применимость уравнения (1) для описания процессов в реальных системах обеспечивает дальнодействующая компонента бинарного потенциала $\Phi_0(|r_1 - r_2|)$.

Рассмотрим некоторые свойства решений (1), соответствующих малым отклонениям функции распределения $f(t, r, v)$ от равновесной. Следует отметить, что структура подобных решений для уравнения Больцмана–Энскога ($\Phi_0 = 0$) была изучена в работах [8]. Однако учет дальнодействующей компоненты приводит к новым существенным особенностям решений (1), анализ которых является необходимым для исследования асимптотики автокорреляционных функций в модели с потенциалом (2).

1. Приближение первого порядка по параметру однородности

Состояние системы, которая описывается уравнением (1) вблизи равновесия, характеризуется параметром

$$
\zeta = r_0 \left|\frac{\nabla f}{f}\right|, \qquad (3)
$$

где r_0 — масштаб убывания $\Phi_0(|r_1 - r_2|)$, $r_0 \gg a$. Мы будем рассматривать гидродинамические возмущения. В этом случае $\zeta \ll 1$. Поэтому естественно искать решение в виде разложения по степеням ζ. Предположим, что амплитуда возмущения мала, и представим функцию распределения $f(t, r, v)$ в виде

$$
f = \phi_0(1 + \psi), \quad \phi_0 = \left(\frac{m}{2\pi\theta}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2\theta}\right). \qquad (4)
$$

Из (1) следует, что ψ удовлетворяет линейному уравнению

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\psi}{\partial t} + v\frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{n}{m}\,\frac{1}{\phi_0}\left[\frac{\partial}{\partial v}\phi_0(1+\psi)\right] \times \\
&\times \frac{\partial}{\partial r}\int\limits_0^{\phi} (v')\psi(t, r', v')\Phi_0(|r - r'|)\, dr'\, dv' - n\widehat{\Lambda}\psi = 0, \qquad (5)
\end{aligned}
$$

где $\widehat{\Lambda}$ — оператор Больцмана–Энскога,

$$\widehat{\Lambda}\Psi = a^2 \int\limits_{((\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v})\boldsymbol{\sigma})\geqslant 0} \left((\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v})\boldsymbol{\sigma}\right) [\Psi(t,\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}^*) + \Psi(t,\boldsymbol{r}+a\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{v}'^*) - \\ - \Psi(t,\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}) - \Psi(t,\boldsymbol{r}-a\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{v}')]\phi_0(\boldsymbol{v}')\mathrm{d}\boldsymbol{v}'\,\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}. \quad (6)$$

Заметим, что для наших целей достаточно рассмотреть случай $r_0 \gg a$, т. е. допустимо пренебречь в (6) различием пространственных аргументов слагаемых. Используем представление

$$\Psi(t,\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}) = \int e^{i\boldsymbol{kr}}\Psi_{\boldsymbol{k}z}(v)e^{-zt}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}\boldsymbol{k}. \quad (7)$$

Тогда из (5), (6) получаем уравнение для функции $\Psi_{\boldsymbol{k}z}(\boldsymbol{v})$:

$$(-z+i\boldsymbol{kv})\Psi_{\boldsymbol{k}z}(\boldsymbol{v}) - \frac{n}{m}\frac{1}{\phi_0}\frac{\partial\phi_0}{\partial\boldsymbol{v}}i\boldsymbol{k}\left[\int\Psi_{\boldsymbol{k}z}(\boldsymbol{v}')\phi_0(\boldsymbol{v}')\,d\boldsymbol{v}'\right]\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k}) - \\ - n\widehat{\Lambda}_0(\boldsymbol{v})\Psi_{\boldsymbol{k}z}(\boldsymbol{v}) = 0. \quad (8)$$

Здесь $\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k}) = \int\Phi_0(|\boldsymbol{q}|)e^{i\boldsymbol{kq}}\,\mathrm{d}\boldsymbol{q}$, $\widehat{\Lambda}_0(\boldsymbol{v})$ — оператор Больцмана.

Существенно, что разложение решений по параметру однородности (3) $\zeta = r_0|\boldsymbol{k}|$ непосредственно связано с функциональной зависимостью $\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k})$ при малых $|\boldsymbol{k}|$, т. е. поведением медленно убывающей компоненты на больших расстояниях. В дальнейшем мы будем предполагать, что существуют величины $\widetilde{\Phi}(0) = \int\Phi_0(|\boldsymbol{q}|)\,\mathrm{d}\boldsymbol{q}$, $\widetilde{\Phi}_1(0) = \int\Phi_0(|\boldsymbol{q}|)\boldsymbol{q}^2\,\mathrm{d}\boldsymbol{q}$. В первых двух порядках по параметру однородности можно положить $\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k}) = \widetilde{\Phi}(0)$, поскольку $\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k})$ представляется в виде

$$\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k}) = \widetilde{\Phi}(0) - \frac{\boldsymbol{k}^2}{6}\Phi_1(0),$$

обозначим

$$\widehat{Q}\Psi(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{ev}\int\Psi(\boldsymbol{v})\phi_0(\boldsymbol{v}')\,\mathrm{d}\boldsymbol{v}', \quad \beta = \frac{1}{\theta}, \quad \boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{k}}{|\boldsymbol{k}|}. \quad (9)$$

Тогда (8) можно записать в форме

$$z\Psi_{\boldsymbol{k}z}(\boldsymbol{v}) = \left[-n\widehat{\Lambda}_0 + i\boldsymbol{kv} - i\beta n\widetilde{\Phi}(0)k\widehat{Q}\right]\Psi_{\boldsymbol{k}z}(\boldsymbol{v}). \quad (10)$$

Заметим, что относительно скалярного произведения $(\Psi,\chi) = \int\Psi^*\chi\phi_0(\boldsymbol{v})\,\mathrm{d}\boldsymbol{v}$ эрмитово-сопряженным является оператор

$$\widehat{Q}^+\chi(\boldsymbol{v}) = \int\mathrm{d}\boldsymbol{v}'\,\phi_0(\boldsymbol{v}')(\boldsymbol{ev}')\chi(\boldsymbol{v}'). \quad (11)$$

Операторы $\widehat{Q}$ и $\widehat{Q}^+$ не коммутируют, поэтому собственные функции оператора, стоящего в правой части (10), вообще говоря, не ортогональны. Естественным базисом для вычисления $\Psi_{\boldsymbol{k}z}(\boldsymbol{v})$, соответствующих гидродинамическим возмущениям $z(\boldsymbol{k})\to 0$ при $k\to 0$, является ортонормированный набор [8]

$$\phi_0^{(1)}(\boldsymbol{v}) = \frac{1}{\sqrt{30}}\beta m\boldsymbol{v}^2 + \left(\frac{1}{2}\beta m\right)^{1/2}(\boldsymbol{ev});$$
$$\phi_0^{(2)}(\boldsymbol{v}) = \frac{1}{\sqrt{30}}\beta m\boldsymbol{v}^2 - \left(\frac{1}{2}\beta m\right)^{1/2}(\boldsymbol{ev});$$
$$\phi_0^{(3)}(\boldsymbol{v}) = \frac{1}{\sqrt{10}}(\beta m\boldsymbol{v}^2 - 5); \quad (12)$$
$$\phi_0^{(4)}(\boldsymbol{v}) = (\beta m)^{1/2}(\boldsymbol{e}_{1\perp}\cdot\boldsymbol{v});$$
$$\phi_0^{(5)}(\boldsymbol{v}) = (\beta m)^{1/2}(\boldsymbol{e}_{2\perp}\cdot\boldsymbol{v});$$
$$\boldsymbol{e}_{1\perp}\perp\boldsymbol{e}_{2\perp}\perp\boldsymbol{e}.$$

Искомое решение представляется в виде

$$\Psi_{\boldsymbol{k}z} = \sum_{i=1}^{5}C_{0i}\Psi_0^{(i)} + k\sum_{i=1}^{5}C_{1i}\Psi_0^{(i)} + k\sum_{s,\ m\neq 0}C_{1m}\Psi_m + \ldots\ . \quad (13)$$

Для величин C_{0i}, определяющих $\Psi_{\boldsymbol{k}z}$ в нулевом приближении, система уравнений может быть записана в форме

$$\sum_{j=1}^{5}\left[\left(\Psi_0^{(j)}, i\boldsymbol{ev} - i\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q}\right)\Psi_0^{(j)} - z_1\delta_{ij}\right] = 0, \quad (14)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера.

Оператор $i\boldsymbol{ev}$ имеет матричные элементы [8]

$$i\left(\Psi_0^{(j)}, \boldsymbol{ev}\Psi_0^{(i)}\right) = i\begin{cases}(-1)^{i+1}\dfrac{1}{(\beta m)^{1/2}}\sqrt{\dfrac{5}{3}}\,\delta_{ij}, & i,j = 1,2,\\ 0, & i \succ 2,\ j \succ 2.\end{cases}$$

При вычислении тензора $F_{ji} = \left(\Psi_0^{(j)}, \widehat{Q}\Psi_0^{(i)}\right)$ найдем, что отличны от нуля лишь следующие его компоненты:

$$F_{11} = F_{12} = -F_{21} = -F_{22} = \sqrt{\frac{3}{20\beta m}},$$
$$F_{13} = F_{23} = \frac{3}{\sqrt{20\beta m}}.$$

Величины z_1, определяющие частоты в первом порядке по параметру однородности, получим из условия разрешимости системы (14)

$$(z_1)_{1,2} = \pm\frac{i}{\sqrt{\beta m}}\sqrt{\alpha^2-\delta^2}, \qquad (z_1)_{3,4,5} = 0, \quad (15)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{5}{3}} - \beta n\widetilde{\Phi}(0)\sqrt{\frac{3}{20}}, \quad \delta = \beta n\widetilde{\Phi}(0)\sqrt{\frac{3}{20}}.$$

Коэффициенты C_{0i} найдем, используя в (14) значения (15):

$$C_{01}^{(1)} = A_1\delta, \quad C_{02}^{(1)} = A_1\left(\alpha - \sqrt{\alpha^2-\delta^2}\right); \quad C_{03}^{(1)} = 0,$$
$$C_{01}^{(2)} = A_2\delta, \quad C_{02}^{(2)} = A_2\left(\alpha + \sqrt{\alpha^2-\delta^2}\right), \quad C_{03}^{(2)} = 0; \quad (16)$$
$$C_{0i}^{(j)} = \delta_{ij}, \qquad j = 3,4,5.$$

В первом порядке по параметру однородности нормированные решения уравнения (1), таким образом, можно представить в форме

$$\widetilde{\Psi}_0^{(1,2)} = \left[2\alpha^2 \mp 2\alpha\sqrt{\alpha^2-\delta^2}\right]^{-1/2}\times \\ \times\left[\delta\Psi_0^{(1)} + \left(\alpha\mp\sqrt{\alpha^2-\delta^2}\right)\Psi_0^{(2)}\right],$$
$$\widetilde{\Psi}_0^{(j)} = \Psi_0^{(j)}, \quad j = 3,4,5.$$

Вследствие некоммутируемости операторов $\widehat{Q}$ и $\widehat{Q}^+$ ($\left[\widehat{Q},\widehat{Q}^+\right] \neq 0$) функции $\Psi_0^{(j)}$, как и следовало ожидать, не являются ортогональными. Заметим, что решения (16) получены в предположении о достаточно быстром убывании $\Phi_0(|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|)$.

2. Гидродинамическое приближение обобщенного уравнения Больцмана–Энскога

В отличие от обычной теории возмущений, с целью определения поправок второго порядка по параметру однородности, необходимо непосредственно использовать разложение (13). Величины z_2, C_{1i} определяет неоднородная система алгебраических уравнений, имеющая вид

$$\sum_{i=1}^{5} C_{1i}\left(\left(\Psi_0^{(j)}, i(\boldsymbol{ev}-\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q}\right)\Psi_0^{(j)} - z_1\delta_{ij}\right) = = z_2C_{oj} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5} C_{oi}\sum_s \frac{\left(\Psi_0^{(j)}, i(\boldsymbol{ev}-\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q})\Psi_s\right)}{\lambda_s}\times \times\left(\Psi_s, i(\boldsymbol{ev}-\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q})\Psi_0^{(i)}\right), \quad (17)$$

где Ψ_s — собственная функция оператора Больцмана $\widehat{\Lambda}_0$, соответствующая собственным значениям λ_s; суммирование в правой части (17) проводится по всем s, для которых $\lambda_s \neq 0$.

Условие разрешимости системы (17) может быть представлено в виде [8]

$$\sum_{i=1}^{5} x_j^*\left[z_2C_{0j} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5} C_{oi}\sum_s \frac{\left(\Psi_0^{(j)}, i(\boldsymbol{ev}-\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q})\Psi_s\right)}{\lambda_s}\times \times\left(\Psi_s, i(\boldsymbol{ev}-\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q})\Psi_0^{(i)}\right)\right] = 0, \quad (18)$$

где $\{x_j\}$ — решение однородной системы, эрмитово-сопряженной системе (14).

Используя формулу

$$\sum_s \frac{\left(\Psi_0^{(j)}, \widehat{p}\Psi_s\right)\left(\Psi_s, \widehat{p}\Psi_0^{(i)}\right)}{\lambda_s} = = \left(\Psi_0^{(j)},\ \widehat{p}\frac{1}{\widehat{\Lambda}_0}\left(\widehat{p}\Psi_0^{(i)} - \sum_{j'=1}^{5}\Psi_0^{(j')}\left(\Psi_0^{(j')}, \widehat{p}\Psi_0^{(i)}\right)\right)\right),$$

представим сумму по $\{s\}$ в виде

$$\sum_s \frac{\left(\Psi_0^{(j)}, i(\boldsymbol{ev}-\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q})\Psi_s\right)}{\lambda_s}\left(\Psi_s, i(\boldsymbol{ev}-\beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q})\Psi_0^{(i)}\right) = = \left(\chi_2^{(j)}, \frac{1}{\widehat{\Lambda}_0}\chi_1^{(i)}\right), \quad (19)$$

где

$$\chi_1^{(i)} = \widehat{A}\Psi_0^{(i)} - \sum_{i'=1}^{5}\left(\Psi^{(i')}, A\Psi_0^{(i)}\right)\Psi_0^{(i)},$$

$$\chi_2^{(j)} = \widehat{A}^+\Psi_0^{(j)} - \sum_{j'=1}^{5}\left(\Psi^{(j)}, \widehat{A}\Psi_0^{(j')}\right)\Psi_0^{(j)}, \quad (20)$$

$$\widehat{A} = i\left(\boldsymbol{ev} - \beta n\widetilde{\Phi}(0)\widehat{Q}\right).$$

Поскольку $\chi_1^{(i)}$, $\chi_2^{(j)}$ ортогональны всем собственным функциям оператора $\widehat{\Lambda}_0$ (12), то, учитывая определения (9), (11), найдем, что в (20) можно положить $\widehat{A} = i\boldsymbol{ev}$.

Действительно, действия операторов $\widehat{Q}$ и $\widehat{Q}^+$ на произвольные функции даст, согласно (9), (11), инварианты столкновения const, $\boldsymbol{ev}$, которые не должны содержаться в $\chi_1^{(i)}$, $\chi_2^{(j)}$.

Компоненты тензора (19), таким образом, не зависят от $\widetilde{\Phi}(0)$ и могут быть вычислены в рамках стандартной процедуры для уравнения Больцмана с потенциалом твердых сфер [8].

Решения системы, эрмитово-сопряженной (14), имеют вид

$$\begin{aligned} &x_1^{(1)} = -\delta, \quad x_2^{(1)} = \alpha - \sqrt{\alpha^2-\delta^2}, \quad x_j^{(1)} = 0, \quad j \succ 2, \\ &x_1^{(2)} = -\delta, \quad x_2^{(2)} = \alpha + \sqrt{\alpha^2-\delta^2}, \quad x_j^{(2)} = 0, \quad j \succ 2, \quad (21) \\ &x_j^{(i)} = \delta_{ij}, \qquad i = 3,4,5. \end{aligned}$$

Поправка второго приближения к собственным значениям $z_2^{(i)}$, согласно (18), может быть представлена в форме

$$z_2^{(i)} = \frac{1}{n}\frac{\sum\limits_{l=1}^{5} C_{0l}G_{jl}x_j^{(i)}}{\sum\limits_{j=1}^{5} x_j^{*(i)}C_{oj}^{(i)}}. \quad (22)$$

Принимая во внимание соотношения (16), (21), (22) и учитывая свойства симметрии тензора

$$G_{je} = -\sum_s \frac{\left(\Psi_0^{(j)}, \boldsymbol{ev}\Psi_s\right)\left(\Psi_s, \boldsymbol{ev}\Psi_0^{(l)}\right)}{\lambda_s},$$

получим $z_2^{(i)} = \frac{1}{n}G_{ii}$, где $G_{11} = G_{22} = \frac{n}{3}(D_T + 2D_\eta)$, $G_{33} = \eta D_T$, $G_{44} = G_{55} = nD_\eta$; D_T, D_η — коэффициенты термодиффузии и кинетической вязкости, определяемые уравнением Больцмана.

Таким образом, для достаточно быстро убывающих потенциалов $\widetilde{\Phi}_0(|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|)$ величины $z_2^{(i)}$ соответствуют второму порядку по параметру однородности, положительны и не зависят от конкретного вида Φ_0. Структура решений уравнения (8) определяется коэффициентами $C_{0j}^{(i)}$ (16), содержащими параметр $\widetilde{\Phi}_0$. Отметим, что для потенциалов, асимптотически убывающих как $\frac{\text{const}}{(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)^4}$, поправки второго порядка по параметру однородности к $z^{(i)}$ возникают в первом порядке теории возмущений для оператора (10), поскольку в этом случае разложение $\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k})$ имеет вид

$$\widetilde{\Phi}(\boldsymbol{k}) = \widetilde{\Phi}(0) + k\widetilde{\Phi}_1.$$

При этом, в отличие от (22), члены, пропорциональные k^2, комплексны. Следует также отметить, что влияние сравнительно медленно убывающей компоненты потенциала становится преобладающим для $\Phi_0(|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|) \sim \frac{1}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|^\alpha}$, $\alpha \leqslant 2$, и требует специального рассмотрения.

Список литературы

1. *Боголюбов Н.Н.* Проблемы динамической теории в статистической физике. М.; Л., 1946.
2. *Dorfman J.R., Cohen E.G.D.* // Phys. Rev. A. 1972. **6**. P. 776.
3. *Ernst M.H., Dorfman J.R.* // Physica. 1972. **61**. P. 157.
4. *Alder B.J., Wainwright T.E.* // Phys. Rev. A. 1970. **1**. P. 18.
5. *Ubbink J.T., Hauge E.H.* // Physica. 1973. **70**. P. 297.
6. *Dorfman J.R., Cohen E.G.D.* // Phys. Rev. A. 1975. **12**. P. 292.
7. *Иноземцева Н.Г., Садовников Б.И.* // ТМФ. 1977. **31**. С. 260.
8. *Боголюбов Н.Н.* // ТМФ. 1975. **24**. С. 242.
9. *Иноземцева Н.Г., Садовников Б.И.* // Препринт ИТФ-76-149Р. 1976.

The hydrodynamic solutions of generalized Boltzmann–Enskog equation

N. G. Inozemtzeva[1,a], **I. I. Maslennikov**[2,b]

[1] *International University «Dubna». Dubna, Moscow Region 141980, Russia.*

[2] *Department of Quantum Statistics and Field Theory, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*

E-mail: [a] *nginozv@mail.ru,* [b] *ilyamaslennikov@mail.ru.*

The properties of the kinetic equations for an ensemble of particles with pair interactions including a hard and long range component are considered. Solutions corresponding to small periodical disturbance of distribution function are studied.

Keywords: kinetic equations, model of hard spheres, Boltzmann–Enskog equation.
PACS: 51.10.+y; 05.20.–y; 05.20.Dd.
Received 24 January 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2013).

Сведения об авторах

1. Иноземцева Наталья Германова — докт. физ.-мат. наук, профессор; e-mail: nginozv@mail.ru.
2. Масленников Илья Игоревич — аспирант; e-mail: ilyamaslennikov@mail.ru.