ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

2D-бифуркации в системе взаимодействующих квантовых молекул в матрице из метаматериала

В. Ч. Жуковский[1,a], В. Д. Кревчик[2,b], М. Б. Семенов[2], Р. В. Зайцев[2], А. К. Арынгазин[3], К. Ямамото[4]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*
[2] *Пензенский государственный университет, кафедра «Физика». Россия, 440026, г. Пенза, ул. Красная, д. 40.*
[3] *Евразийский национальный университет имени Л. И. Гумилева. Астана, Казахстан.*
[4] *Исследовательский институт при Международном медицинском центре Токио. Япония, Токио.*
E-mail: [a] vlchzh@gmail.com, [b] physics@pnzgu.ru

Статья поступила 06.08.2012, подписана в печать 21.01.2013.

Проведено теоретическое исследование влияния электрического поля на процесс 1D- и 2D-туннелирования в квантовой молекуле, находящейся в диэлектрической матрице и матрице из метаматериала (с эффективно отрицательной диэлектрической проницаемостью) при конечной температуре в одноинстантонном приближении. Показано, что устойчивый режим 2D-бифуркаций в такой матрице может иметь место в существенно более узком диапазоне параметров по сравнению с обычными диэлектрическими матрицами. Проведено качественное сравнение зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования от напряженности внешнего электрического поля с экспериментальной туннельной вольт-амперной характеристикой для полупроводниковых квантовых точек из InAS/GaAs.

Ключевые слова: туннельные бифуркации, метаматериалы.
УДК: 539.2; 541.117. PACS: 73.21.La, 73.63.Kv.

Введение

В настоящее время большой интерес вызывает новый класс материалов — метаматериалов [1], обладающих уникальными свойствами в определенном частотном диапазоне. Метаматериалы — это искусственные композитные среды, состоящие из диэлектрических или проводящих элементов, образующих регулярную структуру, характеризующуюся отрицательной эффективной диэлектрической и магнитной проницаемостями (ε и μ) и соответственно отрицательным коэффициентом преломления. На их основе возможна разработка ряда уникальных устройств [1], таких как плоские электромагнитные линзы, не имеющие дифракционного предела (суперлинзы), маскирующие оболочки и т. д., что вызывает повышенный интерес к их практической реализации. Помимо этого вызывает интерес проблема управляемости наноструктур, находящихся в матрицах из метаматериалов. В настоящей работе исследуется проблема управляемости 2D-туннельных бифуркаций в системах с квантовыми молекулами в диэлектрической матрице из метаматериала в условиях внешнего электрического поля при конечной температуре. Использование науки о квантовом туннелировании с диссипацией для изучения взаимодействия квантовых молекул (КМ) с контактной средой оказывается продуктивным, поскольку, несмотря на использование инстантонных подходов, появляется возможность получить основные результаты в аналитической форме с учетом влияния среды на процесс туннельного переноса, что в других часто используемых подходах не представляется возможным [2–10]. В системе совмещенного АСМ/СТМ — металлическая квантовая точка (КТ) удалось экспериментально пронаблюдать на туннельной вольт-амперной характеристике (ВАХ) теоретически предсказанный ранее режим 2D-бифуркаций для КТ из коллоидного золота в матрице из обычного диэлектрика [2, p. 408] и [10, с. 288]. Важным вопросом при этом является выявление экспериментально реализуемого диапазона значений относительной диэлектрической проницаемости матрицы среды, допускающего режим 2D-бифуркаций, включая область отрицательных значений, что и соответствует матрицам из метаматериалов.

Цель настоящей работы — теоретическое исследование диапазона управляющих параметров (напряженность электрического поля, температура и величина относительной диэлектрической проницаемости для матрицы из метаматериала), при которых реализуется режим устойчивых 2D-бифуркаций в системе с КМ, а также в системе «игла кантилевера совмещенного АСМ/СТМ — КТ или КМ». Особое внимание уделено проблеме управляемости двумерным диссипативным туннелированием в системе взаимодействующих КМ, моделируемых 2D-осцилляторным потенциалом в среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью во внешнем электрическом поле. Проводится качественное сравнение зависимости вероятности 1D-диссипативного туннелирования от напряженности внешнего электрического поля с экспериментальной туннельной ВАХ для полупроводниковых КТ из InAS/GaAs.

1. Вероятность 2D-туннелирования в условиях внешнего электрического поля в матрице из метаматериала

Рассматривается одновременный туннельный перенос двух частиц, которые слабо взаимодействуют друг с другом. Если взаимодействие отсутствует, любая из частиц движется независимо в своем собственном двухъямном потенциале. Рассмотрим влияние взаимодействия частиц на смену режима туннелирования с синхронного на асинхронный (эффект 2D-бифуркации [2–10]) как функцию связи со средой — термостатом во внешнем электрическом поле.

Выберем энергии потенциала каждой частицы $U(q_1)$ и $U(q_2)$ в следующем виде:

$$U(q_1) = \frac{\omega^2(q_1+a)^2}{2}\theta(-q_1) + \left[\Delta I + \frac{\omega^2(q_1-b)^2}{2}\right]\theta(q_1),$$
$$U(q_2) = \frac{\omega^2(q_2+a)^2}{2}\theta(-q_2) + \left[\Delta I + \frac{\omega^2(q_2-b)^2}{2}\right]\theta(q_2), \tag{1}$$

где θ — единичная функция Хевисайда; q_1, q_2 — координаты частиц. ΔI — параметр асимметрии потенциала в двухъямном потенциале. При введении взаимодействия между частицами в диполь-дипольном приближении выбираем V_{int} в форме гармонического потенциала «притяжения»

$$V_{\text{int}} = -\frac{\alpha(q_1-q_2)^2}{2}. \tag{2}$$

Выбор 2D-потенциала в форме (1), (2) может соответствовать следующей экспериментально реализуемой ситуации. На игле кантилевера совмещенного АСМ/СТМ могут существовать неоднородные выступы радиуса ~ 1 нм (величина a в (1)). Ближайшая к этой игле КТ из коллоидного золота может иметь радиус 4–5 нм (величина b в (1)). При этом туннельный переход зарядов от иглы кантилевера к ближайшей КТ может осуществляться по близким, параллельным каналам туннельного тока. Выбирая два таких ближайших параллельных канала туннельного тока с учетом кулоновского взаимодействия между каналами в диполь-дипольном приближении мы и получим модельный 2D-осцилляторный потенциал в форме (1), (2).

Функция потенциальной энергии взаимодействия может быть представлена в виде ряда по степеням параметра $\frac{(q_{1t}-q_{2t})^2}{R_0^2}$, где q_{1t} и q_{2y} — координты туннелирования, R_0 — расстояние между «каналами» туннелирования. Для кулоновского отталкивания частиц в среде (ε_0 — диэлектрическая постоянная, ε — относительная диэлектрическая проницаемость) получим

$$V_{\text{rep}} = \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0|R|} = \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0\left[R_0^2+(q_{1t}-q_{2t})^2\right]^{1/2}} \approx$$
$$\approx \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0 R_0} - \frac{1}{2}\cdot\frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0 R_0}\cdot\frac{(q_{1t}-q_{2t})^2}{R_0^2}. \tag{3}$$

Следовательно,

$$\alpha = \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0 R_0^3}, \tag{4}$$

где $\varepsilon < 0$ для метаматериалов.

Отрицательная гармоническая потенциальная энергия (второе слагаемое в разложении) появляется, следовательно, как эффективное притягивающее взаимодействие, хотя потенциал остается все время отталкивающим. Этот отрицательный вклад уменьшает отталкивающий потенциал от его максимального значения в R_0. Постоянная составляющая $U(R_0) = \frac{e^2}{\varepsilon\varepsilon_0 R_0}$ может быть включена в определение потенциальных энергий отдельных частиц $U(q_1)$ и $U(q_2)$. Влияние электрического поля можно учесть через перенормировку параметров $a = \widetilde{a} = a_0 + |e|E/\omega_0^2$, $b = \widetilde{b} = b_0 - |e|E/\omega_0^2$.

Для 2D-параллельного переноса с учетом взаимодействия частиц и перенормировки параметров потенциала во внешнем электрическом поле мы получим перенормированный потенциал в виде

$$U_p(q_1,q_2) = \frac{2\widetilde{U}_p(q_1,q_2)}{\omega^2} = (q_1+a)^2\theta(-q_1) +$$
$$+\left[-(b^2-a^2)+(q_1-b)^2\right]\theta(q_1) + \left(q_2+a^2\right)\theta(-q_2) +$$
$$+\left[-(b^2-a^2)+(q_2-b)^2\right]\theta(q_2) - \frac{\alpha^*}{2}(q_1-q_2)^2. \tag{5}$$

Мы предполагаем, что две частицы независимо взаимодействуют с гармоническим термостатом. Такое взаимодействие рассматривается в билинейном приближении. Динамика среды описывается осцилляторным гамильтонианом (при этом используется система единиц, в которой $\hbar = 1$, $k_B = 1$ и массы осцилляторов равны 1)

$$H_{\text{ph}} = \frac{1}{2}\sum_i\left(P_i^2 + \omega_i^2 Q_i^2\right). \tag{6}$$

Каждая из туннелирующих частиц (электроны или эффективные заряды) взаимодействует с осцилляторным термостатом следующим образом:

$$V^{(1)}_{\text{p-ph}}(q_1,Q_i) = q_1\sum_i C_i Q_i, \quad V^{(2)}_{\text{p-ph}}(q_2,Q_i) = q_2\sum_i C_i Q_i. \tag{7}$$

Как и в работе [3], мы интересуемся вероятностью переноса в единицу времени или, строго говоря, только ее экспоненциальной частью, которая может быть записана в форме Лангера

$$\Gamma = 2T\frac{\operatorname{Im} Z}{\operatorname{Re} Z}. \tag{8}$$

Для вычисления Γ удобно представить статистическую сумму Z в форме интеграла по траекториям [1–9]:

$$Z = \prod_i \int Dq_1\,Dq_2\,DQ_i\exp[-S\{q_1,q_2,Q_i\}]. \tag{9}$$

Здесь S обозначает подбарьерное действие для всей системы. Мнимая часть $\operatorname{Im} Z$ появляется благодаря распадности энергетических уровней в исходной яме потенциальной энергии. Справедливость этого приближения требует, чтобы диссипация была бы достаточно сильной, так что реализуется только некогерентный распад [3].

Интеграл (9) может быть взят по фононным координатам [3], в результате

$$S\{q_1,q_2\} = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau\left[\frac{1}{2}q_1^2 + \frac{1}{2}q_2^2 + V(q_1,q_2) + \right.$$

$$+\int\limits_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau' D(\tau-\tau')[q_1(\tau)+q_2(\tau)]\times[q_1(\tau')+q_2(\tau')]\Bigg], \tag{10}$$

где

$$D(\tau)=\frac{1}{\beta}\sum_{n=-\infty}^{\infty} D(v_n)\exp(i\nu_n\tau), \tag{11}$$

$\beta=\hbar/(k_BT)$ — обратная температура (ниже мы предполагаем, что $\hbar=1$ и $k_B=1$), $v_n=2\pi n/\beta$ является мацубаровской частотой, и

$$D(v_n)=-\sum_i\frac{C_i^2}{\omega_i^2+v_n^2}-\sum_i\frac{C_i^2}{\omega_i^2}+\xi_n. \tag{12}$$

Траектория, которая минимизирует евклидово действие S, может быть найдена из уравнений движения. Моменты времен τ_1 и τ_2, в которые частицы проходят вершины барьера, определяются из следующих уравнений:

$$q_1(\tau_1)=0,\quad q_2(\tau_2)=0. \tag{13}$$

В случае параллельно туннелирующих частиц результирующее евклидово действие задается следующим образом:

$$S=2a(a+b)(\tau_1+\tau_2)\omega^2-\frac{1}{\beta}\omega^2(a+b)^2(\tau_1+\tau_2)^2-$$
$$-\frac{\omega^4(a+b)^2(\tau_1-\tau_2)^2}{\left(\omega^2-2\alpha\right)\beta}-\frac{2\omega^4(a+b)^2}{\beta}\times$$
$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\left(\sin^2 v_n\tau_1+\sin^2 v_n\tau_2\right)}{v_n^2\left(v_n^2+\omega^2+\xi_n\right)}+\frac{(\sin v_n\tau_1-\sin v_n\tau_2)^2}{v_n^2\left(v_n^2+\omega^2-2\alpha\right)}\right], \tag{14}$$

где ξ_n определяется соотношением (12).

Ниже мы используем следующие обозначения:

$$\varepsilon=\varepsilon^*\omega=(\tau_1-\tau_2)\omega,\quad \tau=2\tau^*\omega=(\tau_1+\tau_2)\omega,$$
$$\beta^*=\beta\omega/2,\quad \alpha^*=2\alpha/\omega^2,\quad b^*=b/a$$

и предполагаем, что $b>a$.

С экспоненциальной точностью вероятность туннелирования Γ_0 оценивается как $\Gamma_0\sim\exp(-S)$. Предэкспоненциальный множитель B определяется вкладом траекторий, близко расположенных от инстантона. Для его вычисления действие раскладывалось до квадратичного члена по отклонениям $q-q_B$ и проводилось интегрирование в функциональном пространстве. Выражение для предэкспоненты с учетом влияния локальной моды среды запишется в виде (П4) (см. приложение). Как только траектория найдена, уравнения (13) могут быть представлены в следующей форме (П5). Как было показано нами в работе [2, p. 408], решение этой системы позволяет выявить бифуркацию 2D-туннельных траекторий, т. е. при определенном значении температуры β^* либо параметра асимметрии потенциала, связанного с величиной приложенного электрического поля $b^*=b/a$, либо коэффициента взаимодействия $\alpha^*=2\alpha/\omega^2$, (где $\alpha=e^2/(\varepsilon\varepsilon_0R_0^3)$ зависит, в частности, от относительной диэлектрической проницаемости среды — термостата, для метаматериалов $\varepsilon<0$). Численный анализ системы (П5) позволяет также выявить тонкую структуру перехода в окрестности точки бифуркации, а именно режим квантовых биений для параллельного переноса туннелирующих частиц. В итоге вероятность 2D-туннелирования с экспоненциальной точностью определяется как $\Gamma=\exp(-S)$, где S задается выражением (П1), с учетом решения системы (П5).

Смена знака напряжения приводит к тому, что исходная асимметрия потенциала (правая потенциальная яма глубже левой) только усиливается и симметрия потенциала не достигается.

Решение системы уравнений (П5) позволяет выявить бифуркацию 2D-туннельных траекторий при определенных значениях температуры, либо параметра асимметрии потенциала, связанного с величиной внешнего электрического поля, либо коэффициента взаимодействия α, который зависит от величины относительной диэлектрической проницаемости, отрицательной для метаматериалов. Численный анализ системы (П5) позволяет также выявить тонкую структуру перехода в окрестности точки бифуркации, т. е. режим квантовых биений для параллельного переноса туннелирующих частиц (при этом кроме тривиального решения (П5) появляется еще дополнительное решение).

Зависимость вероятности туннелирования от величины напряженности электрического поля представлена на рис. 1. На рис. 1, *б* выделяется область реализации устойчивых 2D-бифуркаций. На рис. 1, *а* представле-

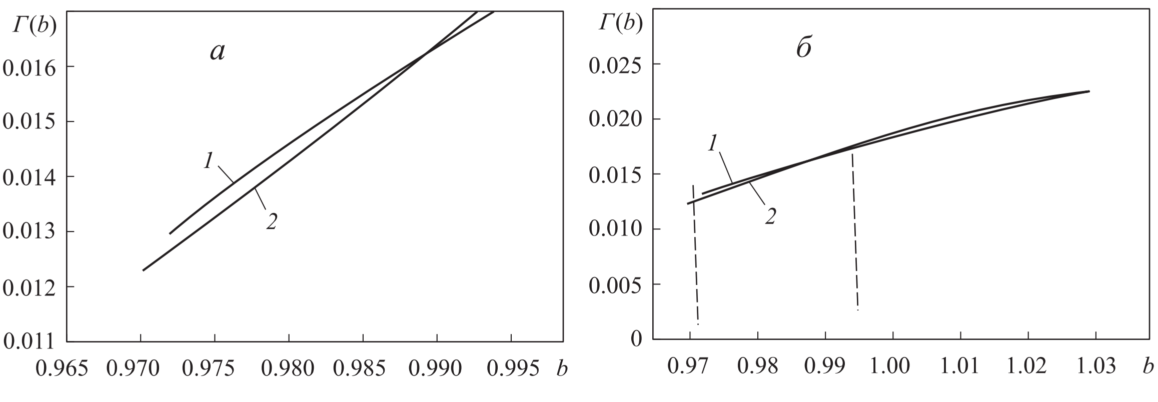

Рис. 1. Зависимость вероятности туннелирования от величины напряженности электрического поля. Кривые *1* и *2* соответствуют синхронному и асинхронному переносу туннелирующих частиц. Точка пересечения кривых — точка 2D-бифуркации. Рис. *а* является увеличенным фрагментом рис. *б*

но начало этой области. В окрестности этой точки (как и в окрестности точки завершения устойчивого режима 2D-бифуркаций — рис. 1, *а, б*) реализуется механизм квантовых биений, где конкурируют между собой механизмы синхронного и асинхронного переноса туннелирующих частиц. Выявлены области реализации устойчивого эффекта 2D-бифуркаций и численно проанализированы соответствующие границы существования 2D-бифуркаций при изменении параметров управления (обратная температура β, относительная диэлектрическая проницаемость среды-термостата ε и параметр асимметрии 2D-потенциала системы взаимодействующих КМ, слабо нелинейно зависящий от величины напряженности внешнего электрического поля). Соответствующая зависимость диапазона напряженности поля, при которой реализуются устойчивые 2D-бифуркации, в зависимости от величины обратной температуры представлена на рис. 2.

На рис. 3 представлена «фазовая диаграмма» реализации режима устойчивых 2D-бифуркаций туннельного тока для КМ в матрице из метаматериала в зависимости от управляющих параметров: обратной температуры, величины напряженности электрического поля

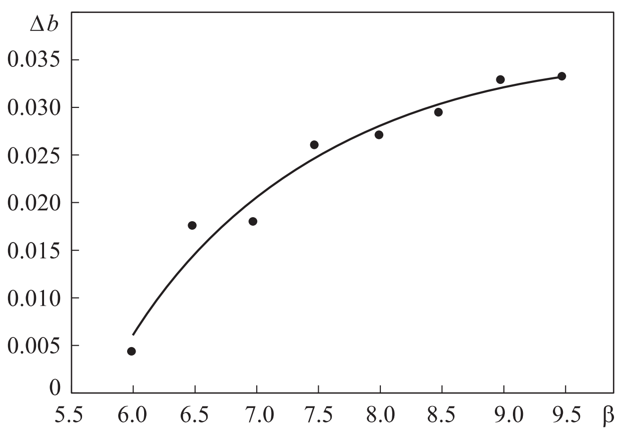

Рис. 2. Диапазон напряженности поля, при котором реализуются устойчивые 2D-бифуркации, в зависимости от величины обратной температуры

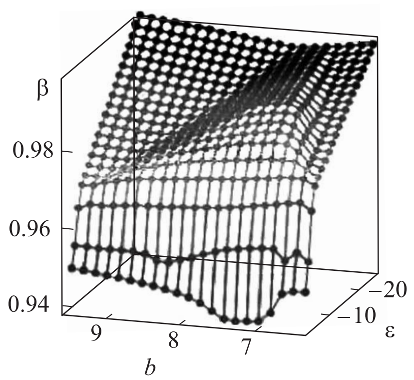

Рис. 3. «Фазовая диаграмма» реализации режима устойчивых 2D-бифуркаций туннельного тока для КМ в матрице из метаматериала в зависимости от управляющих параметров — обратной температуры (β), величины напряженности электрического поля (или параметра асимметрии потенциала b), а также величины (отрицательной) относительной диэлектрической проницаемости матрицы среды-термостата (ε)

(или параметра асимметрии потенциала), а также величины (отрицательной) относительной диэлектрической проницаемости матрицы среды-термостата, в качестве которой используется метаматериал.

2. Эффекты управляемости 1D-диссипативного туннельного переноса. Качественное сравнение с экспериментом

Проведенный аналитический расчет позволяет также учесть роль влияния локальной моды термостата на зависимость $\Gamma = B\exp(-S)$. Так, например, для предэкспоненциального фактора с учетом влияния локальной моды среды-термостата можно получить зависимости, качественно напоминающие результаты расчетов для случая без учета локальной моды. Отличия возникают в характере роста соответствующих кривых при больших значениях параметра асимметрии, т. е. с ростом приложенного напряжения или электрического поля.

С учетом взаимодействия с локальной модой среды-термостата зависимость $\Gamma = B\exp(-S)$ демонстрирует особенности, представленные на рис. 4.

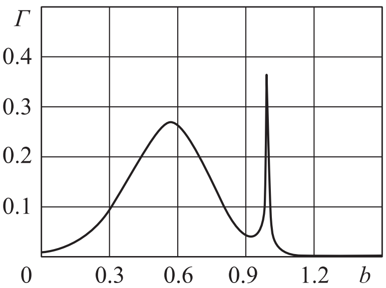

Рис. 4. Зависимость $\Gamma = B\exp(-S)$ от параметра асимметрии потенциала с учетом взаимодействия с локальной модой среды-термостата

Дополнительный эксперимент по визуализации локальной плотности состояний в квантовых точках InAs/GaAs методом комбинированной АСМ/СТМ был выполнен в Казанском физико-техническом институте КНЦ РАН при участии ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Схема эксперимента представлена на рис. 5.

Результаты сравнения таких дополнительных особенностей с экспериментальными ВАХ (для КТ из циркония в матрице из оксида кремния, ННГУ им. Н. И. Лобачевского; совместная работа «Визуализация локальной плотности состояний в квантовых точках InAs/GaAs методом комбинированной АСМ/СТМ», П. А. Бородин, А. А. Бухараев (Казанский физико-технический институт КНЦ РАН); Д. О. Филатов, Д. А. Воронцов и др. (ННГУ им. Н. И. Лобачевского)) представлены на рис. 6.

Качественное сравнение модельной кривой вероятности 1D-диссипативного туннелирования (с учетом влияния локальной фононной моды среды-термостата) и экспериментальной ВАХ для полупроводниковых КТ из InAS/GaAs представлено на рис. 6.

Заключение

Таким образом, проведенный анализ продемонстрировал качественное соответствие расчетных кривых для

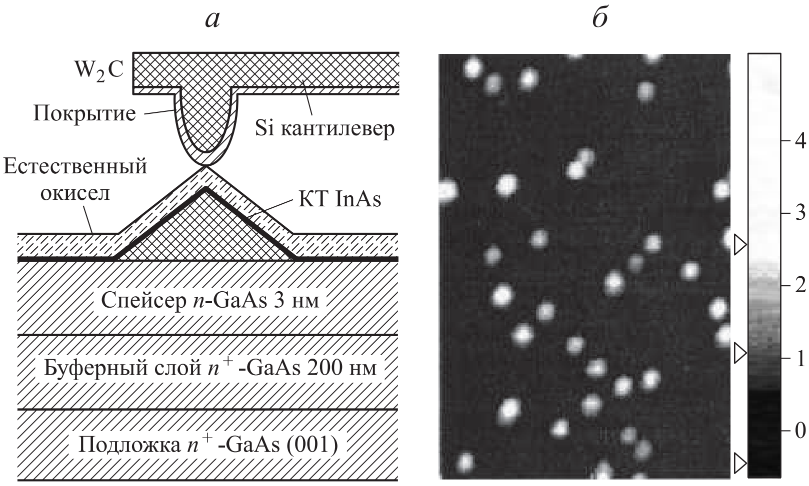

Рис. 5. Схема измерения токового изображения поверхностных КТ InAS/GaAs (*а*); АСМ-изображение поверхности КТ InAs/GaAs (*б*). Размер кадра 750×750 нм, диапазон высот 5.9 нм

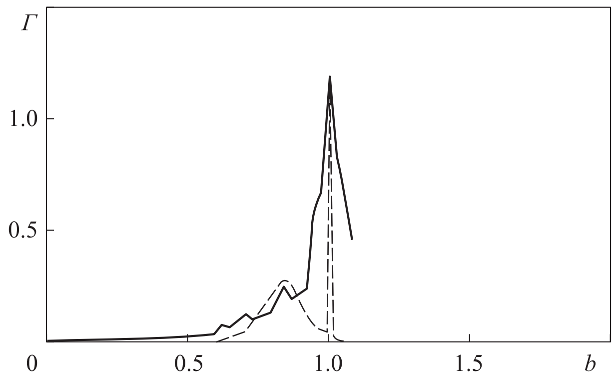

Рис. 6. Сравнение теоретической кривой вероятности туннелирования (пунктирная линия) в модели для $\Gamma = B\exp(-S)$ в зависимости от напряженности поля (или параметра асимметрии потенциала) с учетом влияния локальной моды среды-термостата с экспериментальной ВАХ (сплошная линия)

вероятности туннелирования с некоторыми экспериментальными ВАХ в схемах исследования управляемых характеристик проводимости отдельных металлических и полупроводниковых квантовых точек в системах с совмещенными СТМ/АСМ. В работе также исследована зависимость напряженности поля, при которой реализуются устойчивые 2D-бифуркации, от величины обратной температуры. В отличие от обычных диэлектрических матриц в случае метаматериала область устойчивых 2D-бифуркаций значительно сужается, что вероятно связано с инверсией знака взаимодействия туннелирующих частиц. Следует отметить, что полученные в данной работе теоретические результаты не претендуют на количественное сопоставление с экспериментом, а носят исключительно качественный характер.

Приложение

В отсутствие взаимодействия с осцилляторами среды-термостата, т. е. при $\xi_n = 0$, действие (14) как функция параметров ε и τ принимает вид

$$S = \frac{(a+b)^2\omega}{2}\left\{\frac{4a\tau}{a+b} - \frac{\tau}{a+b}\left(1+\frac{1}{1-\alpha^*}\right) + \frac{(\tau-|\varepsilon|)\alpha^*}{1-\alpha^*} + \right.$$

$$+\operatorname{cth}\beta^* - \operatorname{sh}^{-1}\beta^*[\operatorname{ch}(\beta^*-\tau)\operatorname{ch}\varepsilon + \operatorname{ch}(\beta^*-\tau) - \operatorname{ch}(\beta^*-|\varepsilon|)] -$$

$$-(1-\alpha^*)^{-3/2}\Bigg(-\operatorname{cth}\left(\beta\sqrt{1-\alpha^*}\right) +$$

$$+\operatorname{sh}^{-1}\left(\beta\sqrt{1-\alpha^*}\right)\left\{\operatorname{ch}\left[(\beta^*-\tau)\sqrt{1-\alpha^*}\right]\left[\operatorname{ch}\left(\varepsilon\sqrt{1-\alpha^*}\right)-1\right] + \right.$$

$$\left.\left. + \operatorname{ch}\left[(\beta^*-|\varepsilon|)\sqrt{1-\alpha^*}\right]\right\}\Bigg)\Bigg\}. \qquad (\text{П}1)$$

В случае взаимодействия с выделенной локальной модой одноинстантонное действие запишем в виде

$$2S = (q_1+q_0)(3q_0-q_1)\omega^2\tau_0 - \frac{4\omega^2(q_0+q_1)^2(\tau_0)^2}{\beta} -$$

$$-\frac{\omega^2(q_0+q_1)^2}{2\widetilde{\gamma}}\left\{\frac{(\omega^2-\widetilde{x}_2)}{\sqrt{\widetilde{x}_1}}\left(\operatorname{cth}\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{\widetilde{x}_1}\right) - \right.\right.$$

$$-\frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{\widetilde{x}_1}\right)}\left(\operatorname{ch}\left[\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\sqrt{\widetilde{x}_1}\right] - \operatorname{ch}\left[\left(\frac{\beta}{2}\right)\sqrt{\widetilde{x}_1}\right] + \right.$$

$$\left.\left. + \operatorname{ch}\left[\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\sqrt{\widetilde{x}_1}\right]\right)\right) - \frac{(\omega^2-\widetilde{x}_1)}{\sqrt{\widetilde{x}_2}}\times$$

$$\times\left(\operatorname{cth}\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{\widetilde{x}_2}\right) - \frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{\widetilde{x}_2}\right)}\left(\operatorname{ch}\left[\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\sqrt{\widetilde{x}_2}\right] - \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \operatorname{ch}\left[\left(\frac{\beta}{2}\right)\sqrt{\widetilde{x}_2}\right] + \operatorname{ch}\left[\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\sqrt{\widetilde{x}_2}\right]\right)\right)\right\}, \qquad (\text{П}2)$$

где

$$\widetilde{x}_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\omega^2+\omega_L^2+\frac{C^2}{\omega_L^2}\right) \mp \frac{1}{2}\sqrt{\left(\omega^2+\omega_L^2+\frac{C^2}{\omega_L^2}\right)^2 - 4\omega^2\omega_L^2},$$

$$\widetilde{\gamma} = \sqrt{\left(\omega^2+\omega_L^2+\frac{C^2}{\omega_L^2}\right)^2 - 4\omega^2\omega_L^2},$$

или в боровских единицах

$$S = \frac{1}{2}\,\frac{E_d}{\hbar}a_d^2\varepsilon_0^{*2}l_1^2\left\{\left(\left(\frac{l_2}{2l_1}\tau_0^* - \tau_0^{*2}\varepsilon_T^* - \right.\right.\right.$$

$$-\frac{1}{2\gamma^*}\left(\frac{\left(\varepsilon_0^{*2}-x_2^*\right)}{\sqrt{x_1^*}}\left(\operatorname{cth}\left(\frac{\sqrt{x_1^*}}{2\varepsilon_T^*}\right) - \right.\right.$$

$$-\frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{\sqrt{x_1^*}}{2\varepsilon_T^*}\right)}\left(2\operatorname{ch}\left[\left(\frac{1}{\varepsilon_T^*}-2\tau_0^*\right)\frac{\sqrt{x_1^*}}{2}\right]-\operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{x_1^*}}{2\varepsilon_T^*}\right]\right)\right)-$$
$$-\frac{\left({\varepsilon_0^*}^2-x_1^*\right)}{\sqrt{x_2^*}}\left(\operatorname{cth}\left(\frac{\sqrt{\widetilde{x}_2}}{2\varepsilon_T^*}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{\sqrt{\widetilde{x}_2}}{2\varepsilon_T^*}\right)}\left(2\operatorname{ch}\left[\left(\frac{1}{\varepsilon_T^*}-2\tau_0^*\right)\frac{\sqrt{x_2^*}}{2}\right]-\operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{\widetilde{x}_2}}{2\varepsilon_T^*}\right]\right)\right)\Bigg)\Bigg)\Bigg\},\qquad (\Pi3)$$

где

$$x_{1,2}^*=\frac{1}{2}\left({\varepsilon_0^*}^2+{\varepsilon_L^*}^2+\frac{\gamma_0^*}{{\varepsilon_L^*}^2}\right)\mp\frac{1}{2}\sqrt{\left({\varepsilon_0^*}^2+{\varepsilon_L^*}^2+\frac{\gamma_0^*}{{\varepsilon_L^*}^2}\right)^2-4{\varepsilon_0^*}^2{\varepsilon_L^*}^2},$$
$$\widetilde{\gamma}=\sqrt{\left({\varepsilon_0^*}^2+{\varepsilon_L^*}^2+\frac{\gamma_0^*}{{\varepsilon_L^*}^2}\right)^2-4{\varepsilon_0^*}^2{\varepsilon_L^*}^2},$$
$$\tau_0^*=\operatorname{Arcsh}\left[\frac{1-b^*}{1+b^*}\operatorname{sh}\frac{\varepsilon_0^*}{2\varepsilon_T^*}\right]\Big/\varepsilon_0^*+\frac{1}{2\varepsilon_T^*},$$
$$\varepsilon_T^*=\frac{kT}{E_d},\quad \varepsilon_L^*=\frac{\hbar\omega_L}{E_d},\quad \beta=\frac{\hbar}{\varepsilon_T^*E_d},\quad U_0^*=\frac{U_0}{E_d},\quad b^*=\frac{b}{a},$$
$$l_1=a^*+\widetilde{b},\quad l_2=3a^*-\widetilde{b},\quad a^*=\frac{q_0}{a_d},\quad \widetilde{b}=\frac{q_1}{a_d},\quad \gamma_0^*=\frac{\hbar^4C^2}{E_d^4}.$$

Выражение для предэкспоненты с учетом влияния локальной моды среды запишем в виде

$$B=\frac{2\omega_0^2(a+b)^2}{(2\pi\beta)^{1/2}}\times$$
$$\times\left\{\left\{\frac{A}{2\gamma_1}\left[\sqrt{\gamma_1}\,\beta\operatorname{cth}\left(\frac{\sqrt{\gamma_1}\,\beta}{2}\right)-1\right]+\frac{D}{2\gamma_2}\left[\sqrt{\gamma_2}\,\beta\operatorname{cth}\left(\frac{\sqrt{\gamma_2}\,\beta}{2}\right)-1\right]\right\}\times\right.$$
$$\times\left\{\frac{A}{2}\left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_1}}\frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\gamma_1}\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\right)}{\operatorname{sh}\frac{\sqrt{\gamma_1}\,\beta}{2}}-\frac{1}{\gamma_1}\right]+\frac{D}{2}\left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_2}}\frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\gamma_2}\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\right)}{\operatorname{sh}\frac{\sqrt{\gamma_2}\,\beta}{2}}-\frac{1}{\gamma_2}\right]\right\}^{-1/2}+$$
$$+\left\{\frac{A}{2}\left(\frac{1}{\gamma_1}-\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_1}}\frac{\operatorname{ch}\left[\sqrt{\gamma_1}\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\right]}{\operatorname{sh}\frac{\sqrt{\gamma_1}\,\beta}{2}}\right)+\frac{D}{2}\left(\frac{1}{\gamma_2}-\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_2}}\frac{\operatorname{ch}\left[\sqrt{\gamma_2}\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\right]}{\operatorname{sh}\frac{\sqrt{\gamma_2}\,\beta}{2}}\right)\right\}\times$$
$$\left.\times\left\{\frac{A}{2}\left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_1}}\frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\gamma_1}\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\right)}{\operatorname{sh}\frac{\sqrt{\gamma_1}\,\beta}{2}}-\frac{1}{\gamma_1}\right]+\frac{D}{2}\left[\frac{\beta}{2\sqrt{\gamma_2}}\frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\gamma_2}\left(\frac{\beta}{2}-2\tau_0\right)\right)}{\operatorname{sh}\frac{\sqrt{\gamma_2}\,\beta}{2}}-\frac{1}{\gamma_2}\right]\right\}^{-1/2}\right\},\qquad (\Pi4)$$

где

$$A=-\frac{(\omega_L^2-\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}=$$
$$=\frac{\omega_L^*-\frac{1}{2}\left[(\omega_L^*+1+C^*)-\sqrt{(\omega_L^*+1+C^*)-4\omega_L^*}\right]}{2\sqrt{(\omega_L^*+1+C^*)-4\omega_L^*}},$$
$$D=\frac{(\omega_L^2-\gamma_2)}{\gamma_1-\gamma_2}=$$
$$=\frac{\omega_L^*-\frac{1}{2}\left[(\omega_L^*+1+C^*)+\sqrt{(\omega_L^*+1+C^*)-4\omega_L^*}\right]}{2\sqrt{(\omega_L^*+1+C^*)-4\omega_L^*}},$$
$$\tau^*=\frac{\tau_1+\tau_2}{2}=\frac{1}{2\omega}\tau_0=\frac{1}{2\omega}\left[\operatorname{arcsh}\left[\frac{1-b^*}{1+b^*}\operatorname{sh}\frac{\beta\omega}{2}\right]+\frac{\beta}{4}\right].$$

Как только траектория найдена, уравнения (13) могут быть представлены в следующей форме:

$$\operatorname{sh}\varepsilon\left[\operatorname{ch}\tau\operatorname{cth}\beta^*-\operatorname{sh}\tau-\operatorname{cth}\beta^*\right]+\frac{1}{1-\alpha^*}\operatorname{sh}\left(\varepsilon\sqrt{1-\alpha^*}\right)\times$$
$$\times\left[\operatorname{ch}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\operatorname{cth}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)-\operatorname{sh}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)+\operatorname{cth}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)\right]=0,$$

$$3-\frac{4}{1+b^*}-\frac{1}{1-\alpha^*}+\operatorname{ch}\varepsilon\left[\operatorname{sh}\tau\operatorname{cth}\beta^*-\operatorname{ch}\tau-1\right]+\operatorname{sh}\tau\operatorname{cth}\beta^*-\operatorname{ch}\tau+$$
$$+\frac{1}{1-\alpha^*}\operatorname{ch}\left(\varepsilon\sqrt{1-\alpha^*}\right)\times$$
$$\times\left[\operatorname{sh}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\operatorname{cth}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)-\operatorname{ch}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)+1\right]-$$
$$-\frac{1}{1-\alpha^*}\left[\operatorname{sh}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\operatorname{cth}\left(\beta^*\sqrt{1-\alpha^*}\right)-\operatorname{ch}\left(\tau\sqrt{1-\alpha^*}\right)\right]=0.\qquad (\Pi5)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 12-02-97002) и Фонда фундаментальных исследований в области естественных наук Министерства науки Республики Казахстан (грант 1253/ГФ).

Список литературы

1. *Вендик И.Б., Вендик О.Г., Одит М.А.* // ФТТ. 2009. **51**, № 8. С. 1499.
2. Transfer processes in low-dimensional systems / Ed. by Yu. I. Dahnovsky, V. D. Krevchik, V. Ya. Krivnov, M. B. Semenov, K. Yamamoto. Tokyo, Japan, 2005.
3. *Caldeira A.O., Leggett A.J.* // Phys. Rev. Lett. 1981. **46**, N 4. P. 211.
4. *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. **37**, № 7. С. 322.
5. *Ивлев Б.И., Овчинников Ю.Н.* // ЖЭТФ. 1987. **93**, № 2(8). С. 668.
6. *Каган Ю., Прокофьев Н.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1986. **43**, № 9. С. 434.
7. *Benderkii V.A., Goldanskii V.I., Ovchinnikov A.A.* // Chem. Phys. Lett. 1980. **73**, N 3. P. 492.
8. *Benderskii V.A., Vetoshkin E.V., Kats E.I., Trommsdorff H.P.* // Phys. Rev. E. 2003. **67**. P. 026102.
9. *Kiselev M.N., Kikoin K., Molenkamp L.W.* // Phys. Rev. B. 2003. **68**. P. 155323.
10. Управляемое диссипативное туннелирование. Туннельный транспорт в низкоразмерных системах / Под ред. Э. Леггетта при участии В. Д. Кревчика, М. Б. Семенова, К. Ямамото и др. М., 2011.

2D bifurcation in a system of interacting quantum-dot molecules in the matrix of metamaterial

V. Ch. Zhukovsky[1,a], **V. D. Krevchik**[2,b], **M. B. Semenov**[2], **R. V. Zaitsev**[2], **A. K. Aryngazin**[3], **K. Yamamoto**[4]

[1] *Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
[2] *Physics Department, Penza State University, Krasnaya str. 40, Penza 440026, Russia.*
[3] *L. Gumilev Eurasian National University, Astana, Kazakhstan.*
[4] *Research Institute of the International Medical Center, Tokyo, Japan.*
E-mail: [a] *vlchzh@gmail.com,* [b] *physics@pnzgu.ru.*

Theoretical investigation of the electric field influence on 1D and 2D tunneling for quantum molecule (or parallel interacting quantum molecules) in a heat — bath of dielectric or the metamaterial matrix (with efficiently negative permittivity) under finite temperature, has been fulfilled. It is shown, that the stable 2D bifurcations in such matrix are realized in more narrow region of parameters in comparison with case of usual dielectric matrix. The qualitative comparison of 1D tunnel probability dependence from external electric field with experimental VAC characteristic for semiconductive quantum dots from InAS/GaAs, has been also fulfilled.

Keywords: tunnel bifurcations, metamaterials.
PACS: 73.21.La, 73.63.Kv.
Received 6 August 2012.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2013).

Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — докт. физ.- мат. наук, профессор, зам. зав. кафедрой; e-mail: vlchzh@gmail.com.
2. Кревчик Владимир Дмитриевич — докт. физ.- мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (8412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.
3. Семенов Михаил Борисович — докт. физ.- мат. наук, профессор; тел.: (8412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.
4. Зайцев Роман Владимирович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (8412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.
5. Арынгазин Аскар Канапьевич — доктор физ.-мат. наук., директор Института фундаментальных исследований Евразийского национального университета им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан; профессор Института фундаментальных исследований, Флорида, США.
6. Kenji Yamamoto — Full Professor, Director, International Clinical Research Center, Research Institute of International Center, Japan; Full Professor, Institute of Multi-Displinary Research, Tohoku University, Japan.