## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

# Исследование полярного и неполярного упорядочения в слое смектического жидкого кристалла

### М.С. Ромашин<sup>а</sup>, А.В. Емельяненко

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики полимеров и кристаллов. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. E-mail: <sup>a</sup> romashin@polly.phys.msu.ru

Статья поступила 15.11.2012, подписана в печать 14.02.2013.

Развита молекулярно-статистическая теория, описывающая смектический слой, в котором короткие оси молекул обладают как полярным, так и неполярным порядком. Получены различные случаи зависимости каждого параметра порядка от температуры и внешнего поля, а также определены возможные фазовые состояния слоистой структуры.

*Ключевые слова*: жидкие кристаллы, смектики, «бананообразные» молекулы, сегнетоэлектричество. УДК: 532.783. PACS: 61.30.Cz.

### Введение

В последние годы интенсивно исследуются сегнетоэлектрические смектические фазы, образованные молекулами изогнутой формы (так называемыми «бананообразными» молекулами, рис. 1) [1–6]. Спонтанная поляризация в таких системах может возникать благодаря сочетанию эффекта исключенного объема и притяжения между молекулами [7].

Недавно были синтезированы молекулы, форма которых изогнута не очень сильно [8], и было показано, что в соответствующих смектических материалах при разных температурах может наблюдаться либо полярная фаза, либо неполярная [9, 10], и между ними возможны фазовые переходы [11]. С практической точки зрения интересна индукция полярной фазы в электрическом поле в таких материалах [12–14], которая может быть использована для создания оптических переключателей в дисплеях с непрерывной градацией серого цвета.

В настоящей работе мы исследуем возможные сценарии эволюции поляризации, а также неполярного упорядочения коротких осей молекул (рис. 2) при изменении температуры и во внешнем электрическом поле в зависимости от степени изогнутости формы молекул.



Рис. 1. Пример молекулы изогнутой формы



*Рис.* 2. Полярное и неполярное упорядочение коротких молекулярных осей в смектическом слое

# 1. Теория упорядочения «бананообразных» молекул в смектическом слое

Наблюдаемые в эксперименте оптические явления в смектиках, образованных «бананообразными» молекулами с небольшой степенью изогнутости формы, в основном объясняются перераспределением коротких молекулярных осей, тогда как ориентация длинных осей и слоевой порядок практически не меняются при изменении температуры или во внешнем электрическом поле. Поэтому для качественного описания явлений в таких веществах мы рассмотрим модель смектического слоя с идеальным упорядочением длинных осей и будем исследовать ориентационное распределение только коротких осей. Будем считать, что жидкий кристалл состоит из двуосных нехиральных молекул, центры масс которых расположены строго в плоскости слоя, их длинные оси идеально упорядочены вдоль директора *n*, перпендикулярного к плоскости слоя, а угол  $\psi$  между короткой осью **b** произвольной молекулы и направлением преимущественной ориентации *m* коротких осей имеет некоторое распределение (рис. 3).



Рис. 3. Модель слоя молекул изогнутой формы, в котором длинные оси идеально упорядочены вдоль директора **n**, а короткие оси **b** имеют нетривиальное распределение относительно направления их преимущественной ориентации **m** 

Свободная энергия единицы площади слоя смектика может быть записана в виде

$$F = \frac{1}{2}\rho^{2}\int_{-\pi}^{\pi} d\psi_{1} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi_{2} \int_{r_{12}>\xi_{12}} d^{2}\boldsymbol{r}_{12}f(\psi_{1})f(\psi_{2})U_{12}(\psi_{1},\psi_{2},\boldsymbol{r}_{12}) + \rho k_{B}T \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi)\ln f(\psi) d\psi - \rho \mu E \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\psi)f(\psi) d\psi, \quad (1)$$

где  $\rho$  — количество молекул в единице площади слоя,  $f(\psi)$  — ориентационная функция распределения, определяемая как плотность вероятности обнаружить короткую молекулярную ось в интервале  $d\psi$  вокруг направления  $\psi$ ,  $\mathbf{r}_{12}$  — вектор, соединяющий центры молекул 1 и 2,  $U_{12}(\psi_1, \psi_2, \mathbf{r}_{12})$  — потенциальная энергия их взаимодействия,  $k_B$  — постоянная Больцмана, T — термодинамическая температура,  $\mu$  — проекция дипольного момента молекулы на ее короткую ось, E — внешнее электрическое поле, которое в устойчивом равновесии сонаправлено с директором короткой оси, а условие стерического отталкивания записано в виде  $r_{12} > \xi_{12}(\psi_1, \psi_2)$ . Первое слагаемое представляет собой внутреннюю энергию слоя, второе — ориентационную энтропию, третье — энергию взаимодействия системы с внешним полем.

Аппроксимируем интеграл  $\int U_{12}(\psi_1, \psi_2, \mathbf{r}_{12}) d^2 \mathbf{r}_{12}$ тригонометрическим рядом Фурье по углу  $\psi_{12} = \psi_2 - \psi_1$  между короткими осями молекул и ограничимся первыми тремя членами:

$$-\int_{r_{12}>\xi_{12}} U_{12}(\psi_1,\psi_2,\boldsymbol{r}_{12}) \,\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}_{12} = J_0 + J_1 \cos(\psi_{12}) + J_2 \cos(2\psi_{12}).$$
(2)

В этой аппроксимации мы не пишем члены с синусами углов  $\psi_{12}$  и  $2\psi_{12}$ , поскольку они исчезают при усреднении в свободной энергии (1), так как директор короткой молекулярной оси должен быть осью симметрии второго порядка. В нашей модели короткие молекулярные оси сами являются осями симметрии второго порядка для отдельных молекул, и поэтому логично предположить, что наиболее вероятное направление коротких осей тоже является осью симметрии второго порядка для всей системы, поскольку симметрия фазы обычно не ниже симметрии отдельных молекул. В формуле (2) константа взаимодействия  $J_1$ описывает полярную часть взаимодействия молекул, а  $J_2$  — неполярную.

Для описания упорядочения коротких осей молекул смектического слоя введем полярный параметр порядка

$$P = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\psi) f(\psi) \,\mathrm{d}\psi, \qquad (3)$$

пропорциональный дипольному моменту единицы площади слоя, равному  $\rho\mu P$ , а также неполярный параметр порядка [15]

$$C = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(2\psi) f(\psi) \,\mathrm{d}\psi, \tag{4}$$

обращение которого в нуль автоматически подразумевает обращение в нуль также и полярного параметра порядка *P* и означает полное отсутствие упорядоченности коротких осей молекул. Напротив, обращение в нуль параметра P не подразумевает автоматическое обращение в нуль параметра C, и помимо одноосной смектической фазы (когда оба параметра C и P равны нулю) можно ожидать существование двух различных двуосных фаз: неполярной (когда параметр C отличен от нуля, а параметр P равен нулю) и полярной (когда оба параметра C и P отличны от нуля).

Варьируя функционал свободной энергии (1) по ориентационной функции распределения  $f(\psi)$  с учетом ее нормировки  $\int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) d\psi = 1$ , определений параметров порядка (3) и (4), а также аппроксимации потенциала взаимодействия (2), где  $\psi_{12} = \psi_2 - \psi_1$ , получаем следующее выражение для равновесной функции распределения:

$$f(\psi) = \frac{1}{I} \exp\left[\frac{\rho}{k_B T} (J_1 P \cos \psi + J_2 C \cos 2\psi) + \frac{\mu E}{k_B T} \cos \psi\right],$$
(5)

где введено следующее обозначение для нормировочного интеграла:

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left[\frac{\rho}{k_B T} (J_1 P \cos \psi + J_2 C \cos 2\psi) + \frac{\mu E}{k_B T} \cos \psi\right] \,\mathrm{d}\psi.$$
(6)

При выводе выражений (5) и (6) мы снова воспользовались тем, что средние от синусов углов  $\psi_1$  и  $\psi_2$  равны нулю.

Подставляя выражение (5) в формулы (3) и (4), получим уравнения для нахождения параметров порядка в зависимости от температуры и внешнего электрического поля:

$$P = \frac{1}{I} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \psi \times \\ \times \exp \left[ \frac{\rho}{k_B T} (J_1 P \cos \psi + J_2 C \cos 2\psi) + \frac{\mu E}{k_B T} \cos \psi \right] d\psi,$$

$$C = \frac{1}{I} \int_{-\pi}^{\pi} \cos 2\psi \times \\ \times \exp \left[ \frac{\rho}{k_B T} (J_1 P \cos \psi + J_2 C \cos 2\psi) + \frac{\mu E}{k_B T} \cos \psi \right] d\psi.$$
(7)

С учетом выражений (6) и (7) свободная энергия (1) может быть выражена через параметры порядка *P* и *C* следующим образом:

$$F = -\rho k_B T \ln I + \frac{1}{2} \rho^2 J_1 P^2 + \frac{1}{2} \rho^2 J_2 C^2.$$
 (8)

Для нахождения температурной зависимости параметров порядка *P* и *C* система (7) решалась на компьютере численно методом простой итерации. Полученные зависимости имеют существенно разный вид в зависимости от наличия или отсутствия внешнего поля.

# 2. Зависимости параметров порядка *P* и *C* от температуры при отсутствии внешнего электрического поля

Вид решений P(T) и C(T) системы (7) при отсутствии электрического поля (E = 0) существенно зависит от значения параметра  $\alpha = J_1/J_2$ , определяющего



Рис. 4. Зависимость полярного (a) и неполярного (б) параметров порядка от температуры в отсутствие внешних полей при  $\alpha = 0.5$  (кривая 1), 0.75 (2), 1 (3), 3 (4)

соотношение полярного и неполярного взаимодействия коротких молекулярных осей. На рис. 4 показаны все типы решений, которые получаются при различных значениях параметра  $\alpha$  и отвечают глобальному минимуму свободной энергии (8), т.е. реальному состоянию системы в термодинамическом равновесии при заданном значении параметра  $\alpha$  и приведенной температуры  $T/T^*(\alpha)$ , где  $T^*(\alpha)$  есть температура перехода в одноосную фазу, в которой  $C = P \equiv 0$ .

Также был исследован вопрос о количестве и роде фазовых переходов в зависимости от параметра  $\alpha$ . В случае слабой полярности формы молекул ( $\alpha < 0.65$ кривые 1 на рис.  $4, a, \delta$ ) с ростом температуры наблюдается два фазовых перехода второго рода: сначала из полярной двуосной фазы (P > 0, C > 0) в неполярную двуосную (P = 0, C > 0), а затем — в одноосную фазу (P = C = 0). При большей полярности формы молекул (0.65 <  $\alpha$  < 0.78, кривые 2 на рис. 4, *a*, *б*) наблюдаются те же фазы, что и в предыдущем случае, но переход из полярной двуосной фазы в неполярную двуосную становится фазовым переходом первого рода. При  $0.78 < \alpha < 2$  (кривые 3 на рис. 4, *a*, *б*) неполярная двуосная фаза исчезает, и наблюдается один фазовый переход первого рода из полярной двуосной фазы сразу в одноосную. Наконец, если форма молекул сильно изогнута ( $\alpha > 2$ , кривые 4 на рис. 4, *a*, *б*), этот единственный переход снова становится фазовым переходом второго рода.

# 3. Зависимости параметров порядка *P* и *C* от температуры в присутствии внешнего электрического поля

На рис. 5 представлены зависимости параметров P и C от температуры при различных значениях внешнего электрического поля E. Как и в предыдущем разделе, на графиках показаны лишь те решения, на которых достигается глобальный минимум свободной энергии. В отличие от случая E = 0 (кривые 1 на рис. 5), при



Рис. 5. Зависимость полярного (*a*) и неполярного (*б*) параметров порядка от температуры при воздействии внешнего электрического поля в случае  $\alpha = 0.75$  и  $\mu E/(\rho J_2) = 0$  (кривая 1), 0.01 (2), 0.02 (3), 0.04 (4)

 $E \neq 0$  система не имеет тривиальных решений, и при всех температурах оба параметра P и C отличны от нуля. Однако при значениях параметра  $\alpha$  от 0.65 до 2 (кривые 2 на рис. 5) существует некоторое критическое значение электрического поля  $E_c(\alpha)$ , в полях ниже которого при возрастании температуры наблюдается фазовый переход первого рода, при котором значения параметров порядка P и C резко уменьшаются. При значениях поля E, больших критического поля  $E_c(\alpha)$ (кривые 3, 4 на рис. 5), система уравнений (7) имеет только одно решение, которое зависит от температуры непрерывно, и с изменением температуры в смектическом слое не будет происходить фазовых переходов.

Решая систему (7) численно при различных значениях внешнего электрического поля E, мы построили фазовую диаграмму (рис. 6), на которой линия разделяет сильнополярную (слева) и слабополярную (справа)



Рис. 6. Фазовая диаграмма для  $\alpha = 1$ . Линия разделяет сильнополярную (слева) и слабополярную (справа) двуосные фазы



Рис. 7. Зависимость критического поля, выше которого исчезает различие между сильнополярной и слабополярной фазами, от соотношения полярного и неполярного взаимодействия коротких молекулярных осей

двуосные фазы, оканчиваясь в критической точке, выше которой различие между фазами исчезает (остается один минимум свободной энергии вместо двух). Зависимость критического поля  $E_c$  от соотношения полярного и неполярного взаимодействия коротких молекулярных осей  $\alpha$  приведена на рис. 7.

Как и следовало ожидать, значение  $E_c$  отлично от нуля только в том диапазоне значений параметра  $\alpha$  (см. предыдущий раздел), в котором в отсутствие электрического поля существует фазовый переход первого рода, при котором значение полярного параметра порядка Pизменяется скачком с изменением температуры.

#### Заключение

Исследовано полярное и неполярное упорядочение коротких молекулярных осей в слое смектического жидкого кристалла, образованного молекулами изогнутой формы. Показано, что эволюция такого смектика при изменении температуры может быть различной в зависимости от соотношения  $\alpha$  полярного и неполярного взаимодействия коротких молекулярных осей. Было выделено четыре диапазона значений  $\alpha$ , в которых в отсутствие внешнего электрического поля типы поведения смектика при изменении температуры принципиально отличаются. При слабой полярности (изогнутости) формы молекул ( $\alpha < 0.65$ ) в смектиках, образованных такими молекулами, возможно существование трех фаз: полярной двуосной, неполярной двуосной и одноосной. Переходы между указанными фазами при изменении температуры являются переходами второго рода. При большей полярности формы молекул  $(0.65 < \alpha < 0.78)$  переход из полярной двуосной фазы в неполярную двуосную становится фазовым переходом первого рода. При еще большей полярности формы

молекул ( $0.78 < \alpha < 2$ ) неполярная двуосная фаза не наблюдается, а происходит фазовый переход первого из полярной двуосной фазы сразу в одноосную. Наконец, при очень большой полярности формы молекул  $(\alpha > 2)$  переход из полярной двуосной фазы в одноосную становится фазовым переходом второго рода. В присутствии электрического поля меньше критического значения  $E_c(\alpha)$  во втором и третьем диапазонах  $(0.65 < \alpha < 2)$  сохраняется фазовый переход первого рода при увеличении температуры, при котором полярный параметр порядка резко убывает, но при любой температуре остается отличным от нуля. В электрическом поле, значение которого выше критического, различие между сильнополярной и слабополярной фазой исчезает, и фазовый переход при изменении температуры не наблюдается. Плавное изменение поляризации во внешнем электрическом поле может быть использовано для создания электроуправляемых оптических переключателей с непрерывной градацией серого цвета.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (ГК 8815) и РФФИ (гранты 10-03-13305, 11-03-92109, 12-03-90021).

#### Список литературы

- Niori T., Sekine T., Watanabe J. et al. // J. Mater. Chem. 1996. 6, N 7. P. 1231.
- Link D.R., Natale G., Shao R et al. // Science. 1997. 278, N 5345. P. 1924.
- Pelzl G., Diele S., Weissflog W. // Advanced materials. 1999. 11, N 9. P. 707.
- Schröder M. W., Diele S., Pancenko N. et al. // J. Mater. Chem. 2002. 12, N 5. P. 1331.
- Lansac Y., Maiti P.K., Clark N.A., Glaser M.A. // Phys. Rev. E. 2003. 67, N 1. P. 011703.
- Takezoe H., Takanishi Y. // Japan. J. Appl. Phys. 2006. 45, N 2A. P. 597.
- Emelyanenko A.V., Osipov M.A. // Phys. Rev. E. 2004, 70, N 2. P. 021704.
- Gomola K., Guo L., Dhara S. et al. // J. Mater. Chem. 2009. 19, N 24. P. 4240.
- Gomola K., Guo L., Gorecka E. et al. // Chem. Commun. 2009. N 43. P. 6592.
- Gomola K., Guo L., Pociecha D. // J. Mater. Chem. 2010.
   20, N 6. P. 7944.
- Guo L., Gomola K., Gorecka E. et al. // Soft Matter. 2011.
   7, N 6. P. 2895.
- Guo L., Dhara S., Sadashiva B.K. et al. // Phys. Rev. E. 2010. 81, N 1. P. 011703.
- Shimbo Y., Gorecka E., Pociecha D. et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. 97, N 11. P. 113901.
- Guo L., Gorecka E., Pociecha D. et al. // Phys. Rev. E. 2011. 84, N 3. P. 031706.
- 15. *Demus D., Goodby J., Gray G.* et al. // Physical Properties of Liquid Crystals. Wiley–VCH, Weinheim, 1999. P. 91.

### Investigation of polar and non-polar ordering in smectic liquid crystal layer

### M.S. Romashin<sup>a</sup>, A.V. Emelyanenko

Department of Polymer and Crystal Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

*E-mail:* <sup>*a</sup></sup> romashin@polly.phys.msu.ru.*</sup>

A molecular-statistical theory describing the smectic layer, in which the short molecular axes possess both polar and non-polar order, is derived. Several kinds of dependences of each order parameter on temperature and external field are obtained, and all possible states of the layered structure are determined.

*Keywords*: liquid crystals, smectics, "banana-shaped" molecules, ferroelecticity. PACS: 61.30.Cz. *Received 15 November 2012*.

English version: Moscow University Physics Bulletin 3(2013).

#### Сведения об авторах

- 1. Ромашин Максим Сергеевич аспирант; e-mail: romashin@polly.phys.msu.ru.
- 2. Емельяненко Александр Вячеславович докт. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-10-13, e-mail: emel@polly.phys.msu.ru.