ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Ионизация двумерной квантовой точки полем электромагнитной волны

П. А. Эминов[1,2,a], С. В. Гордеева[1]

[1] *Московский государственный университет приборостроения и информатики. Россия, 107996, Москва, ул. Стромынка, д. 20.*

[2] *Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (МИЭМ НИУ ВШЭ). Россия, 101000, Москва, Б. Трехсвятительский пер., д. 3/12.*

E-mail: [a] peminov@mail.ru

Статья поступила 18.02.2013, подписана в печать 05.03.2013.

Исследован процесс ионизации двумерной квантовой точки полем линейно-поляризованной электромагнитной волны. Впервые получены аналитические выражения для скорости ионизации и парциальных вероятностей процесса в единицу времени. Изучена зависимость вероятности процесса от параметров удерживающего потенциала и параметра Келдыша. Проведено сравнение результатов работы с полученными ранее для одномерных и трехмерных наноструктур с короткодействующим потенциалом.

Ключевые слова: квантовая точка, ионизация, линейно-поляризованная волна, параметр Келдыша.

УДК: 530.145. PACS: 33.80.Wz, 73.21.La.

Введение

В последние годы актуально исследование квантовых эффектов в низкоразмерных наноструктурах. Переход к системам пониженной размерности приводит к новым физическим результатам, которые отличаются как качественно, так и количественно от аналогичных эффектов в трехмерном случае. В связи с этим возрастает потребность детального количественного описания свойств низкоразмерных систем во внешних электромагнитных полях.

Развитие нанотехнологий и успехи в создании мощных источников когерентного излучения стимулируют теоретические и экспериментальные исследования процесса ионизации наноструктур в интенсивных электромагнитных полях [1, 2].

Методы теоретического описания явления нелинейной ионизации связанной системы в поле интенсивной электромагнитной волны были предложены в работах [3–7]. На основе этих методов, а также подходов, развитых в [8, 9] и в монографиях [10–11], проведены многочисленные теоретические исследования фотоионизации атомов, ионов и полупроводников под действием как сильного лазерного излучения, так и в электромагнитных полях сложной конфигурации (см., например, [1, 2, 7, 12–15] и цитированную в этих работах литературу).

В настоящей работе впервые исследован процесс ионизации двумерной квантовой точки в переменном электрическом поле, удерживающий потенциал которой моделируется потенциальной ямой:

$$U(\rho) = \begin{cases} -U_0, & \rho = \sqrt{x^2+y^2} < a, \\ 0, & \rho > a, \end{cases} \qquad (1)$$

где a — радиус квантовой точки, U_0 — глубина ямы. Такой вид двумерного удерживающего потенциала используется в случае формирования квантовой точки методом травления [16, 17].

Прежде чем приступить к решению поставленной задачи, обсудим особенности явления ионизации двумерной квантовой точки в поле электромагнитной волны на качественном уровне. Здесь мы будем следовать анализу, проведенному в работе [3], где впервые рассматривалась теория многофотонной ионизации атома в переменном электрическом поле.

Пусть линейно-поляризованная электромагнитная волна распространяется в направлении оси Z, т. е. перпендикулярно к плоскости квантовой точки, а длина волны много больше радиуса a ямы. Тогда электрическое поле можно считать однородным и направленным вдоль оси X:

$$E(t) = F\cos\omega t, \qquad (2)$$

где F — амплитуда напряженности, ω — частота волны.

Энергию связи электрона в двумерной квантовой точке обозначим через $\omega_0 = \kappa^2/2$, а действием магнитного поля волны на нерелятивистский электрон будем пренебрегать. Если напряженность электрического поля волны удовлетворяет условию

$$Fa \ll \kappa^2 < 2U_0, \qquad (3)$$

то в первом приближении можно пренебречь влиянием поля волны на движение электрона в квантовой яме ($F \ll U_0/a$). Ширина потенциального барьера, оцениваемая величиной

$$r_0 = \frac{\kappa^2}{F},$$

удовлетворяет условию $r_0 \gg a$. В этом случае для описания процесса ионизации квантовой точки применимо квазиклассическое приближение [3]. Время туннелирования определяется временем свободного пролета электрона через барьер со скоростью $v \sim \kappa$

$$\tau = \frac{r_0}{v} = \frac{\kappa}{F}.$$

Если период волны больше величины τ, то электрон проходит через барьер за время меньшее периода волны. Поэтому вплоть до частот волны порядка

$$\omega_\tau = \frac{F}{\kappa}$$

вероятность туннелирования не зависит от частоты ω волны. Таким образом, если параметр Келдыша

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_\tau} = \frac{\kappa\omega}{F}$$

удовлетворяет условию $\gamma \ll 1$, то справедливо адиабатическое приближение [11]:

$$w^{\text{adiab}} = \frac{\omega}{2\pi}\int\limits_0^{\frac{2\pi}{\omega}} w(F_0 \to F\cos\omega t)\,dt.$$

При частотах $\omega \geqslant \omega_\tau$ $(\gamma \geqslant 1)$ электрон не успевает преодолеть барьер за период волны и появляется частотная зависимость вероятности туннелирования. При условии $\gamma \gg 1$ и для важного случая не слишком высоких частот, когда выполнено условие

$$\omega \ll \omega_0 = \frac{\kappa^2}{2},$$

в работе [3] впервые было получено выражение для вероятности ионизации атома, которое при низких частотах, когда $\gamma \ll 1$, переходит в обычную формулу для туннельного эффекта, а при $\gamma \gg 1$ описывает многофотонное поглощение.

1. Вероятность ионизации в поле линейно-поляризованной электромагнитной волны

Вероятность ионизации квантовой точки в поле сильной линейно-поляризованной волны вычислим на основе метода работы [5]. Рассмотрим нестационарное уравнение Шрёдингера в двумерной потенциальной яме (1) в присутствии переменного электрического поля (2):

$$i\frac{\partial\psi(\boldsymbol{\rho},t)}{\partial t} = (H_0 - Fx\cos\omega t)\psi(\boldsymbol{\rho},t), \tag{4}$$

здесь H_0 — гамильтониан электрона в свободном случае, когда нет переменного электрического поля

$$H_0 = -\frac{1}{2}\Delta_2 + U_0(\rho).$$

В работе используется атомная система единиц $\hbar = m = e = 1$. Пусть в начальный момент времени электрон находился в основном состоянии с энергией $E_0 \equiv -\kappa^2/2$. Решение стационарного уравнения Шрёдингера для основного состояния электрона в двумерной потенциальной яме (1) имеет вид [18]:

$$\psi_0(\rho) = B\begin{cases}\dfrac{K_0(\kappa a)}{J_0(\lambda a)}J_0(\lambda\rho), & \rho < a,\\ K_0(\kappa\rho), & \rho > a,\end{cases} \tag{5}$$

где $J_0(x)$ и $K_0(x)$ — функции Бесселя и Макдональда нулевого порядка и приняты обозначения

$$\kappa = \sqrt{2|E_0|}, \quad \lambda = \sqrt{2(U_0 - |E_0|)},$$
$$B = \frac{1}{\sqrt{\pi}aK_1(\kappa a)}\sqrt{\frac{U_0 - |E_0|}{U_0}}. \tag{6}$$

Условия непрерывности волновой функции и ее производной в точке $\rho = a$ приводят к уравнению

$$\frac{\lambda J_0'(\lambda a)}{J_0'(\lambda a)} = \frac{\kappa K_0'(\kappa a)}{K_0(\kappa a)},$$

решение которого определяет энергию E_0 $(-U_0 < E_0 < 0)$ основного состояния электрона.

Функция Грина нестационарного уравнения Шрёдингера в области $\rho > a$ является решением уравнения

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) + xF\cos\omega t\right)G(\boldsymbol{\rho},t,\boldsymbol{\rho}',t') = \\ = i\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}')\delta(t-t').$$

Для квазистационарного режима уравнение (4) приводится к интегральному уравнению

$$\psi(\boldsymbol{\rho},t) = -i\int\limits_{-\infty}^{t}dt'\int d\boldsymbol{\rho}'\,G(\boldsymbol{\rho},t,\boldsymbol{\rho}',t')U(\rho')\psi(\boldsymbol{\rho}',t'), \tag{7}$$

где

$$G(\boldsymbol{\rho},t,\boldsymbol{\rho}',t') = \frac{\theta(t-t')}{4\pi^2}\int d\boldsymbol{p}_1\,d\boldsymbol{p}_2\exp\left[i\boldsymbol{\xi}(t)\boldsymbol{\rho} - i\boldsymbol{\xi}(t')\boldsymbol{\rho}'\right] - \\ - \frac{i}{2}\int\limits_{t'}^{t}\boldsymbol{\xi}^2(\tau)\,d\tau,$$

$$\boldsymbol{\xi}(t) = \boldsymbol{p} - \boldsymbol{A}(t) = \left(p_x + F\frac{\sin\omega t}{\omega},\, p_y\right).$$

При выполнении условия (3) отличие точной волновой функции $\psi(\boldsymbol{\rho}',t')$ от функции $\psi_0(\boldsymbol{\rho}',t')$, задаваемой формулой (5), пренебрежимо мало в области $\rho' < a$, а при $\rho' > a$ (a — радиус квантовой точки) функция $U(\rho')$ равна нулю. Тогда в формуле (7) функцию $\psi(\boldsymbol{\rho}',t')$ можно в первом приближении заменить на волновую функцию (5) связанного состояния электрона в квантовой точке для свободного случая. В результате функция $\psi(\boldsymbol{\rho},t)$ представляется в виде

$$\psi(\boldsymbol{\rho},t) = \frac{i}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{t}dt_2\int d\boldsymbol{p}_2\exp\Bigg\{i\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{\rho} + \frac{iF\sin\omega t}{\omega} - \\ - \frac{i\boldsymbol{p}_2^2(t-t_2)}{2} + \frac{ip_{2x}F}{\omega^2}(\cos\omega t - \cos\omega t_2) - \frac{i\kappa^2 t_2}{2} - \\ - i\frac{F^2}{2\omega^2}\left(\frac{t-t_2}{2} - \frac{1}{4\omega}\big(\sin 2\omega t - \sin 2\omega t_2\big)\right)\Bigg\}g(\boldsymbol{\xi}(t_2)), \tag{8}$$

где

$$g(\boldsymbol{\xi}(t)) = \pi aB\left(\xi^2 + \kappa^2\right)\left\{\frac{1}{\xi^2 - \lambda^2} + \frac{1}{\xi^2 + \kappa^2}\right\}\times \\ \times\big(\xi J_1(\xi a)K_0(\kappa a) - \kappa J_0(\xi a)K_1(\kappa a)\big), \tag{9}$$
$$\xi = \sqrt{\boldsymbol{\xi}^2(t_2)},$$

а величина B задается формулой (6).

Для вычисления вероятности ионизации в единицу времени надо вычислить полный поток частиц через бесконечно удаленные ($x \to \pm\infty$) от центра квантовой точки прямые, перпендикулярные оси x, т. е.

$$w = 2 \lim_{x\to+\infty} \overline{J(x,t)}. \tag{10}$$

В (10) черта означает усреднение по периоду волны, поток

$$J(x,t) = \int dy\, j_x(\boldsymbol{\rho}, t),$$

а плотность потока частиц

$$j_x(\boldsymbol{\rho}, t) = \frac{i}{2}\left(\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x} - \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x}\right). \tag{11}$$

Подставляем в (11) волновую функцию (8), вычисляем интегралы по t_1 и t_2 и, учитывая, что вероятность ионизации определяется потоком $J(x,t)$ на бесконечности ($|x| \to \infty$), вероятность процесса представляем в виде суммы вероятностей многофотонных процессов [3–5]:

$$w = \sum_{n\geqslant\nu} w_n(F,\omega), \tag{12}$$

$$w_n(F,\omega) = \frac{1}{2\pi}\int d\boldsymbol{p}\,\delta\left\{\frac{\boldsymbol{p}^2}{2} + \frac{\kappa^2}{2}(1+\frac{1}{2\gamma^2}) - n\omega\right\}|F(\boldsymbol{p})|^2,$$

где $w_n(F,\omega)$ — вероятность ионизации при поглощении n фотонов, а величина

$$\nu = \frac{\kappa^2}{2\omega}\left(1+\frac{1}{2\gamma^2}\right)$$

определяет порог ионизации —- минимальное число квантов, поглощение которых необхо-димо для вырывания электрона из квантовой точки.

Таким образом, расчет вероятности ионизации плоской двумерной квантовой точки сводится к вычислению интеграла

$$F = \frac{i^n}{2\pi}\int d\eta\, g(\boldsymbol{\xi}(\eta)) \exp\left\{-i\frac{\omega_0}{\omega}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p}^2}{\kappa^2} + 1 + \frac{1}{2\gamma^2}\right)\eta + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{2p_x}{\kappa\gamma}\sin\eta + \frac{1}{4\gamma^2}\sin 2\eta\right]\right\}, \tag{13}$$

где $g(\boldsymbol{\xi}(\eta))$ определяется формулой (9). В предельном случае $\omega \ll \omega_0$, когда для ионизации требуется поглощение большого числа фотонов, интеграл (13) вычисляется методом перевала.

Уравнение для перевальных точек имеет вид

$$\xi^2(\eta) = p_y^2 + \left(p_x + \frac{F}{\omega}\cos\omega\eta\right)^2 = -\kappa^2.$$

Используя формулу (9), а также функциональные соотношения для функций Бесселя

$$J_n(iz) = i^n I_n(z), \quad J_\nu(e^{\pi mi}) = e^{m\pi\nu i}J_\nu(z),$$
$$I_\nu(e^{i\pi n}z) = e^{in\pi\nu}I_\nu(z),$$

получаем

$$g(\boldsymbol{\xi})\big|_{\sqrt{\xi^2}=\pm i\kappa} = -\pi a\kappa B\{I_1(\kappa a)K_0(\kappa a) + I_0(\kappa a)K_1(\kappa a)\} =$$
$$= -\pi B.$$

Учитывая также, что эффективные значения $|p_x|$ и $|p_y|$ меньше κ, все величины, входящие в показатель экспоненты в (13), разлагаем до квадратичных членов включительно. В итоге для величины $|F|^2$ находим представление

$$|F|^2 = \frac{C\omega\gamma}{2\pi\omega_0\sqrt{\gamma^2+1}} \times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{2\omega_0}{\omega}\left[f(\gamma) + \frac{p_x^2}{\kappa^2}\left(\operatorname{Arsh}\gamma - \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2+1}}\right) + \frac{p_y^2}{\kappa^2}Arsh\gamma\right]\right\}\times$$
$$\times\left[1 + (-1)^n\cos\left(4\frac{\omega p_x\sqrt{\gamma^2+1}}{\omega_0\kappa\gamma}\right)\right], \tag{14}$$

где функция Келдыша

$$f(\gamma) = \left(1+\frac{1}{2\gamma^2}\right)\operatorname{Arsh}\gamma - \frac{\sqrt{\gamma^2+1}}{2\gamma}$$

и принято обозначение

$$C = (\pi B)^2 = \frac{\pi}{a^2K_1^2(\kappa a)}\left(\frac{U_0 - |E_0|}{U_0}\right).$$

Формула (14) определяет в рассматриваемом квазиклассическом приближении импульсное распределение вероятности $w_n(F,\omega)$ ионизации при поглощении n фотонов. Для получения полной вероятности следует подставить (14) в (12) и проинтегрировать по всем возможным значениям импульса $\boldsymbol{p}$ электрона в конечном состоянии. При этом, как и в работе [5], вкладом члена, содержащего быстроосциллирующий множитель в квадратной скобке формулы (14), в полную вероятность процесса будем пренебрегать. В итоге для вероятности n-квантовой ионизации в поле линейно-поляризованной волны нулевого уровня электрона в двумерной квантовой точке получаем формулу

$$w_n(F,\omega) = \frac{C\omega\gamma}{4\pi^2\omega_0\sqrt{\gamma^2+1}}\exp\left[-\frac{2\omega_0}{\omega}f(\gamma)\right]e^{-\alpha(n-\nu)}\times$$
$$\times\int_0^1\frac{dt}{\sqrt{t}}\,\frac{e^{-\beta(n-\nu)t}}{\sqrt{1-t}}, \tag{15}$$

где приняты обозначения

$$\alpha = 2\operatorname{Arsh}\gamma - \frac{2\gamma}{\sqrt{\gamma^2+1}}, \quad \beta = \frac{2\gamma}{\sqrt{\gamma^2+1}}.$$

Быстрорастущая в показателе экспоненты формулы (15) величина $f(\gamma)$ в поле линейно-поляризованной волны имеет такой же вид, как и в трехмерном или одномерном случае [5], и впервые она была получена в работе [3].

В отличие как от одномерной модельной задачи об ионизации связанного уровня в поле короткодействующих сил [2], так и от аналогичной задачи в трехмерном случае [3–7], в рассматриваемом нами двумерном случае формула (15) допускает точное проведение суммирования по квантовому числу n:

$$w = \sum_{n\geqslant\nu}^{\infty} w_n(F,\omega) = \frac{C\omega\gamma}{4\pi^2\omega_0\sqrt{\gamma^2+1}}\exp\left[-\frac{2\omega_0}{\omega}f(\gamma)\right]\times$$

$$\times \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t-t^2}\left(1-e^{-(\alpha+\beta)t}\right)}. \tag{16}$$

Другой характерный только для двумерной задачи результат состоит в том, для вероятности ионизации с поглощением n фотонов в квазиклассическом приближении, когда выполнены условия

$$F \ll F_0 = \kappa^3, \quad \frac{\omega_0}{\omega} \gg 1,$$

где $F_0 = \kappa^3$ — характерная величина размерности поля для связанной системы, также удается получить точное аналитическое представление. Воспользовавшись значением интеграла

$$\int_0^2 u(2ux - x^2)^{\nu-1} e^{-\mu x}\, dx =$$

$$= \sqrt{\pi}\left(\frac{2u}{\mu}\right)^{\nu-1/2} e^{-u\mu}\Gamma(\nu) I_{\nu-1/2}(u\mu) \quad (\mu > 0, \quad \operatorname{Re}\nu > 0),$$

где $I_{\nu-1/2}(x)$ — модифицированная функция Бесселя мнимого аргумента, для парциальной вероятности ионизации с поглощением n квантов с энергией $\hbar\omega$ каждый, находим компактное аналитическое представление

$$w_n(F,\omega) = \frac{C\omega\gamma}{4\pi^2\omega_0\sqrt{\gamma^2+1}} \exp\left[-\frac{2\omega_0}{\omega} f(\gamma)\right] e^{-(n-\nu)(\alpha+\beta/2)} \times$$

$$\times I_0\left(\frac{1}{2}\beta(n-\nu)\right). \tag{17}$$

Важным частным случаем рассматриваемой задачи является предельный случай адиабатического приближения, когда параметр $\gamma \ll 1$. В этом случае в ионизации эффективно участвует большое число фотонов, и суммирование по n в формуле

$$w = \sum_{n \geqslant \nu}^{\infty} w_n(F,\omega),$$

где $w_n(F,\omega)$ определяется формулой (17), можно заменить на интегрирование. Учитывая также соотношение

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x} I_{(\nu)}(\beta x)\, dx \, \frac{\beta^\nu}{\sqrt{\alpha^2-\beta^2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2-\beta^2})^\nu}$$

$$(\operatorname{Re}\nu > -1, \quad \operatorname{Re}\alpha > |\operatorname{Re}\beta|),$$

находим вероятность ионизации двумерной квантовой точки в адиабатическом приближении

$$w^{\text{adiab}} = \frac{\sqrt{3}F}{4F_0} C \exp\left(-\frac{2F_0}{3F}\right).$$

Заметим, что зависимость вероятности процесса от параметра F/F_0 в предэкспоненциальном множителе является линейной. Для сравнения соответствующие расчеты без учета кулоновских поправок дают $w^{\text{adiab}} \sim (F/F_0)^{1/2}$ в одномерном случае [5, 2] и $w^{\text{adiab}} \sim (F/F_0)^{3/2}$ в трехмерном случае для основного состояния электрона ($n = l = 0$) [5].

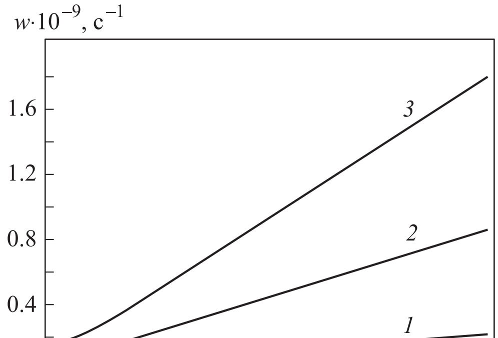
В другом предельном случае, когда $\gamma \gg 1$, вероятность ионизации задается формулой

$$w = \frac{C}{4\pi} \exp\left(-\frac{F_0}{F}\frac{\ln 2\gamma - 1/2}{\gamma}\right), \quad \gamma \gg 1.$$

Заключение

В последние годы для изучения нелинейных процессов, происходящих в квантовых системах под действием интенсивных внешних полей, активно развиваются численные методы. Численное интегрирование нестационарного уравнения Шрёдингера широко используется при описании нелинейной ионизации атомов, молекул, а также наноструктур. Несмотря на успехи, достигнутые в этом направлении, развитие и использование аналитических методов расчета многофотонных квантовых процессов в сильных внешних полях остается актуальным благодаря их большой предсказательной силе.

В работе впервые получены аналитические формулы, описывающие процесс нелинейной ионизации двумерной квантовой точки полем электромагнитной волны. В квазиклассическом приближении получены аналитические выражения для скорости фотоионизации и парциальных вероятностей процесса ионизации квантовой точки в единицу времени для любых значений параметра Келдыша и параметров удерживающего потенциала (формулы (16) и (17)). Следует отметить, что в одномерном, как и в трехмерном случае, такие аналитические зависимости не удается получить. Зависимости скорости ионизации от параметра Келдыша, радиуса квантовой точки и глубины ямы представлены на рисунке. Проведено сравнение результатов работы с найденными ранее для одномерных и трехмерных наноструктур с короткодействующим удерживающим потенциалом. В адиабатическом приближении в формуле для вероятности ионизации зависимость предэкспоненциального множителя от напряженности электрического поля и размерности наноструктуры определяется множителем $(F/F_0)^{n/2}$, где n — размерность системы.



Зависимости скорости ионизации от параметра Келдыша, радиуса квантовой точки и глубины ямы: *1* — $a = 10$ нм, $U_0 = 0.06$ эВ; *2* — $a = 20$ нм, $U_0 = 0.015$ эВ; *3* — $a = 30$ нм, $U_0 = 0.04$ эВ

Авторы выражают благодарность профессору А. В. Борисову за полезное обсуждение результатов работы и конструктивные замечания.

Список литературы

1. *Попруженко С.В., Мур В.Д., Попов В.С., Бауэр Д.* // ЖЭТФ. 2009. **135**, № 6. С. 188.
2. *Демиховский В.Я., Вугальтер Г.А.* Физика квантовых низкоразмерных структур. М., 2000.
3. *Келдыш Л.В.* // ЖЭТФ. 1964. **47**. С. 1945.
4. *Никишов А.И., Ритус В.И.* // ЖЭТФ. 1966. **50**. С. 255; 1967. **52**. С. 233.
5. *Переломов А.М., Попов В.С., Терентьев М.В.* // ЖЭТФ. 1966. **50**. С. 1363; 1966. **51**. С. 309.
6. *Переломов А.М., Попов В.С.* // ЖЭТФ. 1967. **52**. С. 514.
7. *Ритус В.И., Никишов А.И.* // Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле. Труды ФИАН. Т. 111. М., 1979.
8. *Faisal F.H.M.* // J. Phys. B. At. Mol. Phys. 1973. **6**. P. L89.
9. *Reiss H.R.* // Phys. Rev. 1980. A**33**. P. 1786; Progr. Quantum Electron. 1992. **16**(1). P. 1.
10. *Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. 2-е изд. М., 1996.
11. *Дыхне А.М., Юдин Г.Л.* Внезапные возмущения и квантовая эволюция. М., 1996.
12. *Делоне Н.Б., Крайнов В.П.* // Нелинейная ионизация атомов лазерным излучением. М., 2001.
13. *Becker A., Faisal F.H.M.* // J. Phys. 2005. **B33**. P. R1.
14. *Попов В.С.* // УФН. 2004. **174**. С. 9.
15. *Эминов П.А., Гордеева С.В.* // Квантовая электроника. 2012. **42**, № 8. P. 733.
16. *Sikorsky Ch., Merkt U.* // Phys. Rev. Lett. 1989. **69**. P. 2164.
17. *Капуткина Н.Е.* Поведение квантово-размерных наноструктур в электрическом и магнитном полях: Автореф. дисс. ... докт. физ.-мат. наук. М., 2010.
18. *Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И.* Задачи по квантовой механике. М., 1981.

Ionization two-dimensional quantum dot by field of electromagnetic wave

P. A. Eminov[1,2,a], **S. V. Gordeeva**[2]

[1] *Moscow State University of Instrument Engineering and Computer Sciences, Moscow 107996, Russia.*
[2] *Moscow Institute of Electronics and Mathematics, National Research University “Higher School of Economics”, Moscow 101000, Russia.*
E-mail: [a] *peminov@mail.ru.*

The process of ionization two dimensional quantum dot by field of plane-polarized electromagnetic wave is investigated. At first time the analitical expressions for rate of ionization and partial probabilities of the process at one time are obtained. The dependence of probability of the process on parameters of confining potential and Keldysh parameter is investigated. There is a comparison the results with previous results for one-dimensional and three-dimensional nanostructures with short-range confining potential.

Keywords: quantum dot, ionization, plane-polarized wave, Keldysh parameter.
PACS: 33.80.Wz, 73.21.La.
Received 18 February 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 4(2013).

Сведения об авторах

1. Эминов Павел Алексеевич — докт. физ.-мат. наук, профессор; тел.: (926) 231-96-04, e-mail: peminov@mail.ru.
2. Гордеева Светлана Валерьевна — аспирант; тел.: (495) 715-67-73, e-mail: gorsvetkaa@gmail.com.