ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Численное моделирование самоподдержания и усиления вихрей

У. Юсупалиев[1,a], Н. П. Савенкова[2,b], С. А. Шутеев[1,a], С. А. Складчиков[2], А. К. Маслов[2], В. Г. Еленский[1]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, Центр гидрофизических исследований. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*
[2] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра вычислительных методов. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 52.*
E-mail: [a] *nesu@phys.msu.ru,* [b] *mknandrew@mail.ru*

Статья поступила 25.10.2012, подписана в печать 22.04.2013.

Рассмотрен механизм самоподдержания и усиления вихрей (тропического циклона, тороидальных вихрей различной природы) на основе их общих закономерностей и проведено его численное моделирование. Показано, что при выделении тепловой энергии в таких вихрях происходит преобразование части этой энергии в энергию вращательного движения вихрей в результате действия силы плавучести и силы Кориолиса.

Ключевые слова: тороидальный вихрь, тропический циклон, усиление и самоподдержание вихрей.
УДК: 537.523. PACS: 47.32.Ef.

Введение

Анализ наблюдения атмосферных вихрей (тропических циклонов и пр.) [1, 2], исследований по их моделированию [3, 4] и опытных данных по изучению тороидальных вихрей (ТВ) в воздухе и воде [5–7], плазменных ТВ в воздухе [8, 9] показывает, что общей закономерностью для указанных вихрей является установление в них радиального распределения вращательной скорости $V_\phi(r)$, состоящего из центрального твердотельного ядра вращения и вязкого внешнего слоя. Именно вихри с таким распределением обладают большей устойчивостью: характерное время жизни тропических циклонов (ТЦ) составляет несколько суток [1, 2], ТВ различной природы до своего распада проходят расстояние, от 100 до 600 раз превышающее их начальный диаметр [5, 8, 9]. До сих пор недостаточно подробно исследованы причины устойчивого существования таких вихрей. Устойчивость указанных вихрей можно объяснить наличием в них источников энергии (различной природы) и процессами, происходящими внутри вихрей и приводящими к преобразованию энергии этих источников в энергию вращательного движения вихрей. Основными источниками энергии ТЦ, плазменного ТВ в воздухе и ТВ в воздухе являются скрытая теплота испарения воды, вязкий внешний слой соответственно. В плазменном ТВ, кроме того, имеются дополнительные источники энергии — процесс рекомбинации ионов и электронов, химические реакции атомов и молекул. Конечным результатом работы вышеперечисленных источников энергии является выделение тепловой энергии при конденсации паров воды в ТЦ, при рекомбинации и химической реакции выделение тепловой энергии в плазменном ТВ вследствие трения в наружном вязком слое ТВ.

В настоящее время практически не изучены закономерности механизмов преобразования тепловой энергии вышеперечисленных источников в энергию вращательного движения вихрей. По этой причине до сих пор не удается определить зависимость величины КПД такого преобразования от характеристик вихрей. Ее знание представляет собой один из ключевых моментов в исследовании ТЦ и открывает возможность предсказания погоды. Следовательно, изучение закономерностей механизмов самоподдержания и усиления вихрей является актуальным. Такой механизм для вихрей впервые предложен авторами работы [10], где рассмотрена его математическая модель в линейном приближении. Однако в силу сложности реализации физического эксперимента и невозможности воспроизведения в экспериментальной установке всех условий, имеющих место в природе и влияющих на динамику развития ТЦ, математическое моделирование является в данном случае основным инструментом исследования. Цель данной работы состоит в исследовании некоторых закономерностей указанного механизма с помощью численного моделирования.

1. Механизм самоподдержания и усиления вихрей

Для понимания сути механизма самоподдержания и усиления вихрей рассмотрим силы, действующие внутри указанных вихрей. Согласно [1, 2, 8], внутри них действуют одни и те же силы: центробежная сила, сила Кориолиса, сила плавучести и сила вязкости. С помощью этих сил происходит преобразование тепловой энергии в энергию их вращательного движения $\Delta E_{\rm rot}$. Если $\Delta E_{\rm rot} \leqslant \Delta E_\Sigma$ (где ΔE_Σ — энергия, теряемая вихрем), то вихрь самоподдерживает свое вихревое движение. А в случае $\Delta E_{\rm rot} > \Delta E_\Sigma$ у вихря усиливается вихревое движение. Процесс преобразования тепловой энергии в вихрях можно понять из рис. 1, где рассматривается однородный вдоль оси Oz полярной системы координат закрученный поток с распределением $V_\phi(r)$.

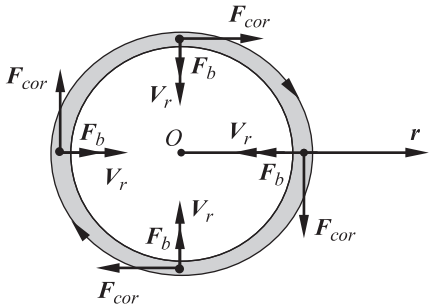

Рис. 1. Схематическое объяснение механизма увеличения вращательной скорости жидкости при выделении тепловой энергии в кольцевой области вихря. Жидкость вращается по часовой стрелке относительно оси, проходящей перпендикулярно рисунка через точку O

Увеличение вращательной скорости V_ϕ вихря происходит следующим образом. При выделении тепловой энергии в вихрях повышается температура газа $+\Delta T$, что приводит к уменьшению его плотности $-\Delta\rho = -(\rho - \rho_r)$ (где ρ и ρ_r — плотность газа вне кольцевой области и в кольцевой области). В результате чего возникает сила плавучести $\boldsymbol{F}_b$, направленная к оси вращения, под действием которой легкий газ за время Δt приобретает скорость V_r, направленную к центру вихря. Во вращающейся системе отсчета на движущийся к оси вращения легкий газ действует сила Кориолиса $\boldsymbol{F}_{\text{cor}}$, направленная по касательной в сторону вращения. Под действием этой силы за время Δt у движущегося к центру газа увеличивается скорость вращательного движения на величину $+\Delta V_\phi$.

Тепло выделяется в тонкой кольцевой области вихря с толщиной Δr. Изменение плотности $\Delta\rho$ в этой области, а следовательно, и сила плавучести $F_b = \Delta\rho\,\Omega^2 r$ в поле центробежной силы зависят от термодинамического процесса. Так как $\Delta r \ll r_V$ (r_V — характерный радиус вихря), то термодинамический процесс газа в этой области и вблизи нее является изобарическим. При таком процессе коэффициент температурного объемного расширения идеального газа при постоянном давлении равен $-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{T}$. Отсюда изменение плотности $\Delta\rho = \rho(T - T_0)/T_0$ и $F_b = \rho\theta\,\Omega^2 r$ (здесь $\theta = (T - T_0)/T_0$ — относительное изменение температуры газа, $T_0 = 300$ K– начальная температура).

2. Математическая модель и результаты расчетов

При указанных предположениях математическая модель для этого механизма представляет собой следующую систему уравнений (уравнение неразрывности, уравнение движения, уравнение теплопроводности с источником тепловой энергии, уравнение состояния идеального газа), записанных во вращающейся системе координат:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\boldsymbol{V}) = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho\boldsymbol{V})}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\nabla)\rho\boldsymbol{V} = -\nabla P + \mu\Delta(\rho\boldsymbol{V}) - \frac{V^2\rho}{r}\theta\boldsymbol{e}_r - 2\rho[\Omega\boldsymbol{V}],$$

$$\frac{\partial(\rho\theta)}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\nabla)\rho\theta = \chi\Delta(\rho\theta) + \rho f(r),$$

$$P = \frac{\rho}{M}RT, \quad \boldsymbol{V} = \begin{vmatrix} V_\phi \\ V_{\mathbf{r}} \end{vmatrix},$$

где V_r, V_ϕ — компоненты гидродинамической скорости газа по координатам r и ϕ; P, M, μ и χ — давление, молярная масса, динамическая вязкость и коэффициент температуропроводности газа соответственно; R — универсальная газовая постоянная; $\boldsymbol{e}_r$ — единичный вектор. В этой модели тепловыделение в вихре учитывается введением функции $\theta = t \cdot f(r)$ и уравнение теплопроводности записано относительно безразмерной температуры θ. Третий и четвертый члены в правой части уравнения движения описывают силу плавучести и силу Кориолиса соответственно; считаем, что $\mu = \text{const}$ и $\chi = \text{const}$.

В качестве объекта для численного моделирования был выбран воздушный ТВ в воздухе при атмосферном давлении, полученный при численном моделировании процесса образования такого вихря в работе [11]. Система уравнений решалась путем задания величины температуры T в кольцевой области ТВ (рис. 2). Начальными условиями данной задачи были выбраны результаты, полученные в нашей работе [11]. Задача решалась разностным методом при помощи схемы Мак-Кормака второго порядка точности по пространству и времени для угловой скорости вращения $\Omega = 31$ с$^{-1}$ твердотельного ядра вращения.

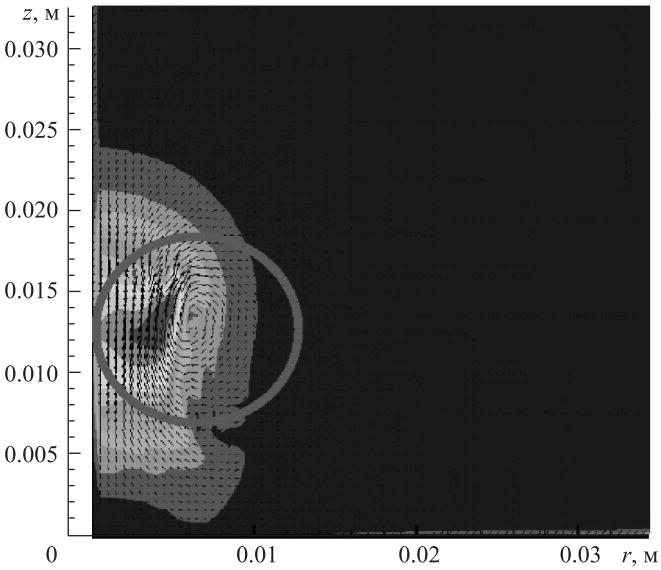

Рис. 2. Поле скоростей тороидального вихря в воздухе при атмосферном давлении для момента времени $t = 0.1$ с в системе координат генератора вихря. Приведены геометрические характеристики кольцевой области относительно центра ядра тора — оси вращения. Толщина кольцевой области составляет 1 мм

Результаты численного моделирования показали, что при нагревании кольцевой области вихря происходит изменение поля скоростей газа ядра ТВ (рис. 3). Результатом такого изменения является увеличение вращательной скорости газа V_ϕ в вихре, что показано на рис. 4. При нагревании газа в кольцевой области ядра ТВ наблюдается увеличение скорости его вращательного движения: в диапазоне нагрева ΔT от 1 до 100 K

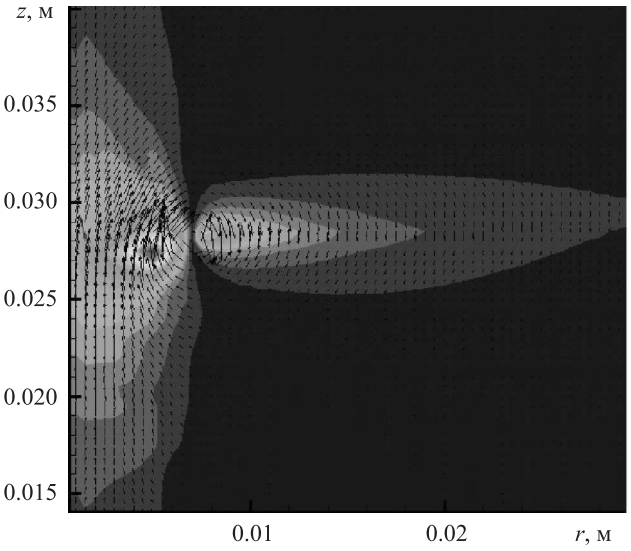

Рис. 3. Поле скоростей газа в ядре тороидального вихря в момент времени $t = 0.05$ с при температуре нагревания кольцевой области вихря на $\Delta T = 100$ К

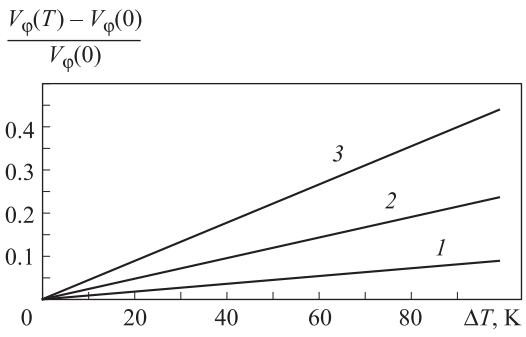

Рис. 4. Зависимости относительного приращения вращательной скорости V_ϕ в фиксированной точке от температуры нагревания ΔT при длительности нагрева газа в кольцевой области ядра тороидального вихря $t = 0.15$ с (прямая *1*), $t = 0.01$ с (прямая *2*) и $t = 0.05$ с (прямая *3*)

для заданной угловой скорости вращения $\Omega = 31$ с$^{-1}$ твердотельного ядра вращения и длительности нагрева между $\frac{V_\phi(T)-V_\phi(0)}{V_\phi(0)}$ и ΔT наблюдается практически линейная зависимость (в пределах ошибки расчета). Чем выше температура газа при тепловыделении и больше его длительность, тем больше увеличивается скорость вращения ТВ. Другими словами, КПД преобразования тепловой энергии во вращательную энергию увеличивается с увеличением ΔT и времени нагрева. Этот вывод можно подтвердить оценочной зависимостью для относительного изменения скорости вращения V_ϕ, которая получается из равенства работы, совершаемой силой плавучести F_b, и энергии вращения кольцевой области, в которой выделилась тепловая энергия:

$$\frac{\Delta V_\phi}{V_\phi(T_0)} \simeq \left(\frac{\Delta T}{T_0}\right) \frac{\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{2r^2},$$

где r_1 и r_2 — внутренний и внешний радиусы кольца, в котором выделилась тепловая энергия. Данная оценка получена при условии $\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right) \frac{\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{r^2} \ll 1$. Приведенная зависимость подтверждает линейную зависимость изменения скорости вращения V_ϕ от температуры вращающегося газа при тепловыделении.

Заключение

Таким образом, проведенное численное моделирование показало, что при выделении тепловой энергии в вихрях КПД ее преобразования в энергию вращательного движения вихрей зависит не только от угловой скорости твердотельного вращения, но и от температуры и длительности источников энерговыделения.

Список литературы

1. Интенсивные атмосферные вихри / Под ред. Л. Бенгтссона, Дж. Лайтхилла. М., 1985.
2. *Хаин А.П., Сутырин Г.Г.* Тропические циклоны и их взаимодействие с океаном. Л., 1983.
3. *Chang C.C., Wei Ding-wen, Ho Fu-hua.* // Sci. Sinica. 1975. **18**. P. 381.
4. *Анисимова Е.П., Матхеев С.С., Милехин Л.И.* и др. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. № 5. С. 57.
5. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. М., 1973.
6. *Sullivan J.P., Windall S.E., Ezekiel S.* // AIAA J. 1973. **11**. P. 1384.
7. *Ахметов Д.Г.* Вихревые кольца. Новосибирск, 2007.
8. *Юсупалиев У.* // Физика плазмы. 2005. **31**, № 6. С. 543.
9. *Юсупалиев У., Шутеев С.А., Винке Е.Е., Юсупалиев П.У.* // Краткие сообщения по физике. 2010. № 8. С. 3.
10. *Юсупалиев У., Маслов А.К., Шутеев С.А.* // Прикладная физика. 2000. № 1. С. 5.
11. *Юсупалиев У., Савенкова Н.П., Трощиев Ю.В.* и др. // Краткие сообщения по физике. 2011. № 9. С. 46.

The computer simulation of vortex self-maintenance and amplification

U. Yusupaliyev[1,a], **N. P. Savenkova**[2,b], **S. A. Shuteyev**[1], **S. A. Skladchikov**[2], **A. K. Maslov**[2], **V. G. Yelensky**[1]

[1] *Hydrophysical Research Center, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
[2] *Department of Computational Methods, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
E-mail: [a] *nesu@phys.msu.ru,* [b] *mknandrew@mail.ru.*

The mechanism for self-maintenance and amplification of vortexes (tropical cyclone, toroidal vortexes of various nature) on the basis of common relationships was considered. The computer simulation of mechanism for self-

maintenance and amplification was performed. It was shown that the part of the heat energy in vortexes was transformed into a rotating energy.

Keywords: toroidal vortex, tropical cyclone, vortex self-maintenance and amplification.
PACS: 47.32.Ef.
Received 25 October 2012.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 4(2013).

Сведения об авторах

1. Юсупалиев Усен — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел. (495) 939-17-97, e-mail: nesu@phys.msu.ru.
2. Савенкова Надежда Петровна — докт. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел. (495) 939-52-55, e-mail: mknandrew@mail.ru.
3. Шутеев Сергей Александрович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел. (495) 939-17-97, e-mail: shuteev@phys.msu.ru.
4. Складчиков Сергей Андреевич — аспирант; тел. (495) 939-52-55, e-mail: skladtchikov@mail.ru.
5. Еленский Владимир Григорьевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел. (495) 939-17-97, e-mail: nesu@phys.msu.ru.
6. Маслов Алексей Константинович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел. (495) 939-52-55, e-mail: alexm63@mail.ru.