# БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

# Пространственно-временная модель урбоэкосистем как сопряженных активных сред

А. Э. Сидорова  $^{1,a}$ , Ю. В. Мухартова  $^{2,b}$ 

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,  $^1$  кафедра биофизики;  $^2$  кафедра математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. E-mail:  $^a$  sky314bone@mail.ru,  $^b$  muhartova@yandex.ru

Статья поступила 26.04.2013, подписана в печать 22.05.2013.

В настоящей работе рассмотрена пространственно-временная модель урбоэкосистем как сопряженных активных сред. Данный подход основан на представлении урбоэкосистем как самоорганизующихся систем, направлен на выявление пороговых значений управляющих параметров и представляется перспективным при оценке системной устойчивости к внутренним и внешним флуктуациям.

Ключевые слова: самоорганизация, иерархия активных сред, автоволны, урбоэкосистемы.

## УДК: 573.01. PACS: 02.30.Jr.

#### Введение

В настоящее время урбоэкосистемы (УЭС) — один из наиболее активно эволюционирующих элементов экосферы — характеризуются значительной фрагментированностью антропогенных воздействий и биоценозов, размытостью системных границ, подавляющим количеством необратимых системных процессов, несоответствием характерных времен и масштабов эволюции природной и антропогенной подсистем. Представление УЭС в качестве взаимодействующих природно-антропогенных подсистем состоит в рассмотрении общих закономерностей экологически опасных перекрестных антропогенных воздействий, генерируемых территориально связанными промышленными и жилыми объектами, а также буферной емкости природных подсистем, составляющих общие урбобиоценозы. Теоретической базой представляемого системного анализа является анализ устойчивости УЭС, который строится на основе синергетических представлений об автоволновой самоорганизации в распределенных активных средах [1].

Система, в которой происходят процессы самоорганизации, с необходимостью функционирует в колебательном режиме. В пространстве это режим волновой, а в активной среде, где самой системой поддерживается устойчивость — автоволновой. Необходимой предпосылкой возникновения эффекта самоорганизации в границах природно-антропогенных экосистем, является синергетическое соответствие биотических и абиотических факторов масштабам антропогенного воздействия. В УЭС как неравновесных системах при одном и том же наборе начальных условий и локальных неоднородностей (вне критических условий функционирования) за счет многоплановой и постоянно усложняющейся сети прямых и обратных связей увеличивается взаимовлияние элементов подсистем и возрастает множество возможных траекторий развития.

Среда с распределенным ресурсом энергии и сцепленным сетью обратных связей континуумом нелинейных трансформаторов энергии формирует диссипативную автоволновую структуру с новыми выделенными степенями свободы на макроскопическом уровне [1]. Линейным системам присущ принцип суперпозиции, а нелинейным — неаддитивность, формируемая высокой интенсивностью эндогенных процессов или петлями отрицательных и положительных обратных связей. Поэтому в нелинейных открытых неравновесных системах малые флуктуации способны развиваться в «гигантские», образуя диссипативные структуры. В результате нелинейности и неаддитивности системных процессов в УЭС наибольшее количество прямых и обратных связей приходится на долю природной подсистемы как более стабильной структуры, положительные обратные связи, в основном, наблюдаются на подсистемном уровне, а отрицательные - между подсистемами, что лимитирует структурно-функциональные возможности системы в целом [2, 3]. Нелинейным взаимодействиям в открытых системах, к которым относятся УЭС, свойственны дальнодействующие корреляции, амплитуды которых растут по мере приближения к точке бифуркации и тем самым переводят систему через этап статистической независимости к когерентной согласованности элементов. Этот процесс связан с зависимостью управляющих (критических) параметров экосистемы от структуры и свойств подсистем и наоборот. Чем сложнее структура экосистемы (иерархии и сети прямых и обратных связей), тем сложнее функциональные взаимодействия и тем большему количеству перемежающихся стационарных устойчивых и неустойчивых состояний одновременно может быть подвержена система (мультистабильность).

Устойчивость в значительной степени фрагментированных городских биоценозов связана с синергизмом воздействий на экосистему различных факторов площади биоценозов, их количественного и качественного состава, климатических условий, антропогенных факторов, численности и плотности населения и др., что ограничивает буферную емкость природной подсистемы УЭС. В большинстве случаев характерные для УЭС антропогенные факторы связаны с формированием техногенных полей, охватывающих практически всю верхнюю часть литосферы (в границах экосистемы) и оказывающих совокупное неаддитивное воздействие на формирование структуры и функций экосистемы.

В общем случае УЭС можно отнести к реакционнодиффузионно-автокаталитическим системам. Термодинамическая неравновесность, нелинейность, бифуркационное развитие - синергетическая база самоорганизации УЭС в моделях активных сред [4]. Распределенный ресурс системы утилизируется взаимосвязанными нелинейными локальными трансформаторами: для физико-химической системы — это распространяющаяся в пространстве фаза процесса. Локальные трансформаторы энергии и вещества ее не переносят, а высвобождают и преобразуют сопряженно с автокаталитическим преобразованием вещества при наличии «возмущения» в соседних ячейках или при получении управляющего сигнала через обратную положительную или отрицательную связь.

УЭС как иерархические сопряженные активные среды обладают следующими свойствами:

- 1) наличием распределенного ресурса (энергия, вещество, информация) и источников воздействия, модулирующих системные процессы. Вследствие существования рефрактерных зон исключены явления интерференции. Возможно наличие различных динамических режимов (регулярных автоколебательных и автоволновых) и нерегулярных — хаотических;
- 2) УЭС нелинейные динамические макроструктуры, образующие иерархические системы из сопряженных природных и антропогенных подсистем. Для упрощения трехмерная иерархическая структура рассматривается как двумерная. Динамика УЭС определяется взаимодействиями прямых и обратных связей взаимодействующих подсистем;
- 3) управляющими параметрами являются природные и антропогенные факторы (возбудимые элементы), формирующие длину и форму автоволн;
- 4) скорости природных процессов много меньше скоростей антропогенных процессов, Поэтому принимаем в качестве активатора общесистемных процессов антропогенные процессы, а ингибитора — природные;
- 5) УЭС обладают свойством самоорганизации, проявляющимся в образовании автоволновых диссипативных структур, формирующих выделенные степени свободы. В подобных средах происходит уменьшение исходного числа степеней свободы, эффективно описывающих систему. Выделенные степени свободы определяют типы симметрии образующихся структур и тенденции их эволюции;
- 6) для УЭС как неоднородных активных сред возможно возникновение подпороговых взаимодействий соседних элементов.

Рассмотренные свойства позволяют качественно оценить пороговые и подпороговые условия распространения автоволнового процесса в зависимости от значения коэффициентов диффузии активатора и ингибитора (качественный переход в режимах происходит уже при близких по значению соотношениях коэффициентов диффузии), расположения возбудимых, слабовозбудимых и невозбудимых зон, наличия латентных источников автоволн и от других факторов.

### 1. Пространственно-временная модель урбоэкосистем как сопряженных активных сред

На базе уравнения Фитц-Хью-Нагумо [5] авторами предложена система уравнений

$$\begin{cases}
\varepsilon^{2} \left( \frac{\partial u}{\partial t} - D_{u} \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} \right) = -u(u - \alpha)(u - 1) - uv, \\
\frac{\partial v}{\partial t} - D_{v} \frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}} = -\gamma v + \beta u,
\end{cases} \tag{1}$$

где u — функция интенсивности активатора (антропогенных процессов); v — функция интенсивности ингибитора (природных процессов). Предложенное авторами произведение иг расширяет возможности анализа перекрестных взаимодействий.  $0.05 < \alpha < 0.25$  — параметр активации системы (определяется в зависимости от численности населения и плотности в соответствии с кривой Гаусса);  $\gamma$  — кинетический параметр затухания потенциала ингибитора,  $\gamma > 0$ ;  $\beta$  — кинетический параметр взаимодействия активатора и ингибитора,  $\beta > 0$ .

В линейных системах, близких к состоянию равновесия, сопряженные многокомпонентные потоки вещества и энергии связаны линейными соотношениями Онзагера, где перекрестные коэффициенты определяют взаимовлияние потоков. Интенсивности потоков могут быть разными, но матрица коэффициентов симметрична. В нелинейных системах кинетические параметры прямых и обратных взаимодействий не равны, и воздействие потоков друг на друга становится несимметричным. Чем больше потенциал активатора, тем больше от него зависим потенциал ингибитора, поэтому как прямой коэффициент параметр  $\gamma$  значительно больше перекрестного.

 $D_u$  и  $D_v$  — коэффициенты диффузии активатора и ингибитора,  $\varepsilon$  — параметр, характеризующий скорость распространения активатора ( $\varepsilon > 0$  и  $\varepsilon \leqslant 1$ ), отражает значительное различие скоростей изменения функций активатора и ингибитора: скорость изменения и значительно больше скорости изменения v. Всплеск функции u формируется при достаточно малых значениях  $\varepsilon$ . Для параметров  $\alpha = 0.2$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $D_u = 0.25$ ,  $D_v = 0.06$ и при начальных условиях

$$u_0(x) = \begin{cases} 0.7, & x \in [0.5L - 0.1, 0.5L + 0.1], \\ 0, & x \in [0, 0.5L - 0.1) \cup (0.5L + 0.1, L], \end{cases}$$

получаем, что даже при  $\beta = 0$  решение уравнения (1) для функции интенсивности активатора не затухает только при  $0 < \varepsilon \leqslant \varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0 \approx 0.151$  (L — длина расчетной области). Иначе говоря, для формирования описанных выше структур действительно нужно существенное различие скоростей процессов, связанных с ингибитором и активатором.

Система рассмотрена на интервале  $x \in (0, l)$  с граничными условиями Неймана

$$\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0,\ x=l}=\frac{\partial v}{\partial x}|_{x=0,\ x=l}=0$$
 и начальными условиями

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad v|_{t=0} = v_0(x), \quad x \in [0, l].$$

Вырожденное уравнение

$$u(u - \alpha)(u - 1) + uv = 0$$

имеет три корня:  $u_1=0$ , а  $u_2$  и  $u_3$  действительны только при условии

$$v \leqslant \frac{(1-\alpha)^2}{4}.\tag{2}$$

При выполнении условия  $\alpha + v > 0$  нулевые корни  $u_1$  и  $u_3$  устойчивы, а корень  $u_2$  неустойчив.

При условии существования на некотором интервале I изменения функции v интеграла

$$\int_{u_1}^{\psi(v)} f(u,v) \, du = 0,$$

где f(u,v) < 0 при  $u_2 < u \leqslant \psi(v)$ ,  $v \in I$  данная система уравнений может допускать решение типа всплеска [6] и ненулевые действительные корни при условии

$$v \leqslant \frac{2\alpha^2 - 5\alpha + 2}{9}. (3)$$

Существенно, что при выполнении условия (3) условие (1) заведомо выполняется.

Рассмотрим основные условия «рождения» автоволны в неоднородной среде без учета зависимости  $\alpha$  от плотности населения (упрощенная модель).

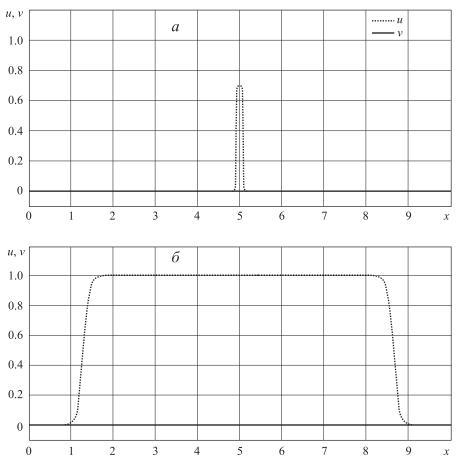
1. Если параметр  $\beta$ , отвечающий за связь функции ингибитора v с функцией активатора u достаточно мал, условие (7) выполняется во всей расчетной области в любой момент времени. В качестве начального условия для u был взят всплеск

$$u_0(x) = \begin{cases} 0.7, & x \in [4.9, 5.1], \\ 0, & x \in [0, 4.9) \cup (5.1, 10]. \end{cases}$$

Максимальное значение функции  $u_0(x)$  выбрано в области влияния устойчивого корня  $u_3(0)$ . Начальные условия для функции v приняты нулевыми. С течением времени решение u(x,t) притягивается к устойчивому корню  $u_3$ , и всплеск расплывается до порогового значения, занимая всю расчетную область (рис. 1).

Достижение процессом активатора порогового уровня в данном случае связано со значительным различием между коэффициентами диффузии активатора и ингибитора ( $D_u/D_v=4.16$ ) и между соответствующими параметрами ( $\gamma/\beta=277.8$ ). В данном случае можно говорить о прессинговом воздействии антропогенных факторов и, следовательно, о формировании необратимого процесса в экосистеме.

2. Все параметры, кроме  $\beta=0.2$ , такие же, как и в первом случае. При выбранном параметре  $\beta$  функция v в центре области, занимаемой всплеском функции u, достигает значений, при которых нарушаются условия (2) и (3). Правая часть уравнения для функции



Puc.~1. «Расплывающийся» всплеск активатора:  $a, \, \delta$  — начальная и конечная стадии процесса при  $\varepsilon=0.1$ ,  $\gamma=0.5$ ,  $\alpha=0.2$ ,  $\beta=0.0018$ ,  $D_u=0.25$ ,  $D_v=0.06$ , l=10 (пунктиром обозначена функция активатора, сплошной линией — функция ингибитора)

активатора u в центре всплеска имеет только один (нулевой) устойчивый корень. При нулевых начальных условиях функция ингибитора v отлична от нуля только внутри области всплеска функции активатора u, а ближе к его краям условие (3) выполнено. В этом случае формируются два бегущих импульса. Решение u(x,t) притягивается к устойчивому корню в соответствующей области. В этом случае решение u(x,t) притягивается к устойчивому корню в соответствующей области (рис. 2).

Во втором случае соотношением констант активатора и ингибитора ( $\gamma/\beta=2.5$ ) почти в 100 раз меньше, чем в первом случае. Результат: потенциал природных процессов оказывается достаточным для нивелирования негативных антропогенных процессов путем возбуждения двух разнонаправленных автоволн. Таким образом, можно сделать вывод, что необратимость/обратимость системных процессов зависит от соотношения констант активатора и ингибитора  $\gamma/\beta$ .

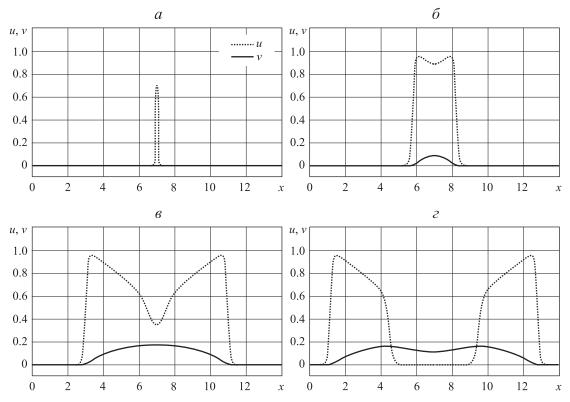
3. Два одинаковых импульса, движущихся навстречу другу, аннигилируют (рис. 3).

Для аннигиляции негативных воздействий, сформированных в какой-то точке пространства, достаточно найти в системе отрицательных обратных связей факторы, которые, будучи приложенными в другой точке этого пространства, уничтожат эти воздействия. Этот случай аналогичен одному из способов борьбы с пожарами: встречное пламя уничтожает первичный пожар. Учитывая полученные данные, важным представляется нахождение оптимального пространственного расположения зон воздействия активатора и ингибитора при

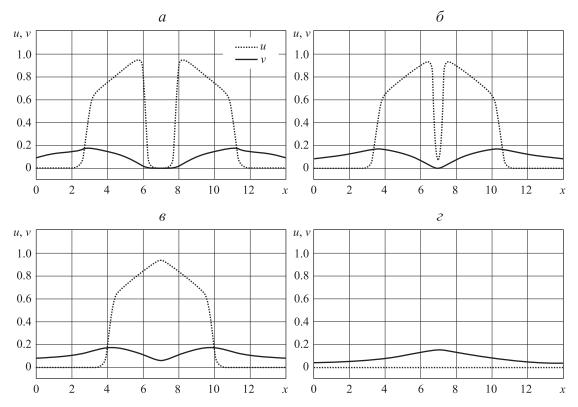
условии одинаковых встречных импульсов.

4. Несимметричные начальные условия. Если функция  $v_0(x)$  отлична от нуля в области левее начального всплеска функции u, причем  $v_0(x)$  принимает значения, при которых правая часть уравнения для функции u имеет лишь один вещественный корень  $u_1=0$ , то до тех пор, пока v(x,t) не достигнет значений, при которых выполнено условие (2), формируется бегущий вправо импульс u(x,t) (рис. 4),  $\gamma/\beta=3.8$ .

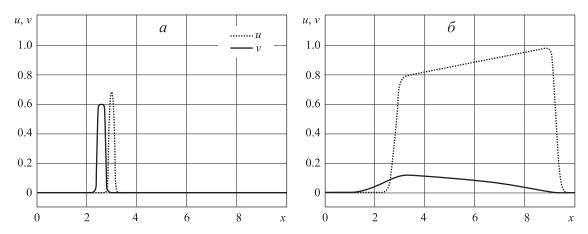
Расширение начального всплеска функции активатора в полной мере можно отнести за счет «запаздывания» функции ингибитора, которая не успевает противодействовать формированию всплеска. Этот вывод очень важен в условиях чрезвычайной мозаичности биоценозов в УЭС. На скорость и площадь распространения автоволнового режима влияет пространственное распределение и размеры локальных невозбудимых, слабовозбудимых зон и зон повышенной возбудимости в неоднородной среде. Так, при наличии только локальной зоны повышенной возбудимости (следовательно, остальную среду можно рассматривать как квазиоднородную) происходит практически симметричное распространение автоволн в двух направлениях. Несимметричное распространение возбуждения возникает при наличии локальных зон разной возбудимости, а также, если ширина зоны пониженной возбудимости сопоставима с критической. Для каждого значения параметра, характеризующего возбудимость неоднородного участка, существует критическое значение ширины невозбудимой зоны, при котором автоволна способна продолжить дальнейшее распространение [7].



Puc.~2.~ Провал «расплывающегося» всплеска активатора в центре и формирование двух бегущих импульсов при формировании волн возбуждения активатора и ингибитора в одной зоне пространства — центре исследуемой области:  $a,~6,~8,~\varepsilon$  — стадии процесса при  $\varepsilon=0.1,~\gamma=0.5,~\alpha=0.2,~\beta=0.2,~D_u=0.25,~D_v=0.06,~l=10$  (пунктиром обозначена функция активатора, сплошной линией — функция ингибитора)



Puc.~3. Аннигиляция одинаковых встречных импульсов:  $a,~\delta,~\beta,~\varepsilon$  — стадии процесса при  $\varepsilon=0.1,~\gamma=0.5,~\alpha=0.2,~\beta=0.2,~D_u=0.25,~D_v=0.06,~l=14$  (пунктиром обозначена функция активатора, сплошной линией — функция ингибитора)



*Рис.* 4. Расширение начального всплеска функции u (несимметричные начальные условия): a, b — начальная и конечная стадии процесса при  $\varepsilon = 0.1$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 0.13$ ,  $D_u = 0.25$ ,  $D_v = 0.06$ , l = 14 (пунктиром обозначена функция активатора, сплошной линией — функция ингибитора)

В качестве примера использования данного подхода можно привести следующий. Для УЭС полученные закономерности связаны с расположением и размерами биоценозов и строений в условиях воздействия электромагнитных полей (ЭМП) промышленных частот. Большая часть биомассы сосредоточена в верхних слоях литосферы, и именно низкочастотные ЭМП могут распространяться в грунте на значительные расстояния от источника возбуждения. Это обусловлено параметрами источника (геометрические размеры и форма, сила тока, степень защищенности сооружений от утечек) и удельным электрическим сопротивление грунта [8]. С другой стороны, в отличие от высокочастотных полей, характеризующихся скин-эффектом,

ЭМП способны проникать в верхние слои литосферы на десятки и сотни метров. При этом магнитная, электрическая, тепловая, химическая и другие «мишени» воздействия ЭМП, взаимодействуют нелинейно и неаддитивно. Поэтому в зонах воздействия ЭМП может существенно изменяться не только количественный, но и качественный состав биоценозов: трудно прогнозируемая обратная связь (как по знаку, так и по величине) между природной и антропогенной подсистемами. По нашим данным, размеры характерных зон неоднородностей интенсивности низкочастотных ЭМП соответствуют размерам биоценозов УЭС (от 30 до 100 м в зависимости от этажности застроек), а средняя величина поглощаемой почвенно-грунтовыми средами

от мощности, излучаемой наземными источниками, составляет до 20% [3, 4]. Несоблюдение этих масштабов значительно увеличивает неоднородность электромагнитного фона с большими градиентами напряженностей электрической и магнитной компонент ЭМП и снижает уровень биобезопасности.

Порог устойчивости системы непосредственным образом связан с суперпозицией малых флуктуаций в слабовозбудимых зонах (в биосистемах это эффект накопления слабых доз). В этих зонах возможно возникновение незатухающих источников импульсов, распространяющихся в различных направлениях с одинаковой частотой — латентных источников автоволн [4]. Таким образом, величина эффективной скорости распространения волны активатора в потоке активной среды зависит от гетерогенности среды (пространственного соотношения размеров возбудимых, слабовозбудимых и невозбудимых зон). Мозаичность распределения слабовозбудимых и невозбудимых зон, размер которых существенно меньше длины волны, а также структурно-функциональная сложность УЭС, связанная с наличием сети прямых и обратных связей, способны усиливать или подавлять антропогенные воздействия на автоволновую самоорганизацию экосистемы. В этом случае возможно формирование множественных латентных источников автоволн, туннельных эффектов и «запирания» автоволны. В результате возможно возникновение хаотического режима самоподдерживающихся возбуждений в ограниченной области пространства [10].

#### Заключение

Базовая идея настоящей статьи состоит в следующем: экосистемы — это сложные иерархические системы, которые сопрягают различающиеся на порядки величин масштабы систем и событий.

Полученные данные дают возможность разработки прямой и адекватной оценки антропогенных воздействий в возбудимой среде УЭС. Управление параметрами автоволновой среды посредством локальных воздействий может иметь широкие перспективы, особенно в случае слабовозбудимых сред. Иными словами, внесение внешних локализованных воздействий способно влиять на макроскопическую картину автоволновой динамики самоорганизации УЭС.

В качестве процессов, подверженных развитию в автоволновых режимах, могут быть также рассмотрены взаимодействия различных факторов в офисных, спальных, производственных и сельскохозяйственных районах, культурных зонах и зонах отдыха в границах городских агломераций. В принципе модель может быть расширена на водоохранные и транспортные системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 13-05-01174-а).

#### Список литературы

- 1. Твердислов В.А., Сидорова А.Э., Яковенко Л.В. Биофизическая экология. М., 2011.
- 2. *Сидорова А.Э., Твердислов В.А.* // Физические проблемы экологии (экологическая физика): Сб. науч. трудов. М., 2010. **16**. С. 287.
- 3. Сидорова А.Э. // Физические проблемы экологии (экологическая физика): Сб. науч. трудов. М., 2007. **14**. С. 293.
- 4. *Сидорова А.Э., Твердислов В.А.* // Научно-техническая революция. 2011. **90**, № 4. С. 3.
- 5. FitzHugh R.A. // Biophys. J. 11961. 1. P. 445.
- 6. *Бутузов В.Ф.* // Журн. вычисл. математики и матем. физики. 1997. **37**, № 4. С. 415.
- 7. Попцова М.С., Гурия Г.Т. // Биофизика. 2003. **48**, № 6. С. 1116.
- 8. Трофимов В.Т. Грунтоведение. М., 2005.

# Self-organization as the driving force for evolution of the biosphere

A. E. Sidorova  $^{1,a}$ , Yu. V. Mukhartova  $^{2,b}$ 

 $^1$ Department of Biophysics;  $^2$ Department of Mathematics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: a sky314bone@mail.ru, b muhartova@yandex.ru.

In this paper we present the space-time model of urboecosystems as conjugate active media. This approach is based on the representation of urboecosystems as self-organizing systems, aims to identify the threshold values of control parameters, and is considered promising in assessing system stability to internal and external fluctuations.

*Keywords*: self-organization, hierarchy of active media, autowaves, urban ecosystems. PACS: 02.30.Jr.

Received 26 April 2013.

English version: Moscow University Physics Bulletin 5(2013).

#### Сведения об авторах

- 1. Сидорова Алла Эдуардовна канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-11-95, e-mail: sky314bone@mail.ru.
- 2. Мухартова Юлия Вячеславовна канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-10-33, e-mail: muhartova@yandex.ru.