

Взаимодействие струи и плотностного потока

Б. И. Самолубов

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет,
кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: samolyubov@phys.msu.ru*

Статья поступила: 17.06.2013, подписана в печать 25.06.2013.

Представлены результаты натурных и теоретических исследований придонного плотностного потока с учетом притока (стока) импульса через верхнюю границу течения, над которым существует стратифицированная струя. Выявлена неоднозначная зависимость параболического типа между расходами струйного и придонного потоков, входящих в 8 систем течений в водохранилищах и озерах с разными типами плотностного расслоения вод. Показано, что определяющую роль в эффектах взаимодействия течений играет интегральная устойчивость стратификации по всей глубине водоема. Модифицирована и проверена математическая модель плотностного течения, взаимодействующего со струей. Модификация включает полученные выражения: турбулентного потока импульса из струи (и наоборот); коэффициента сопротивления на границе течение–дно; градиента давления, обусловленного изменениями траектории струи.

Ключевые слова: стратифицированные течения, гидродинамическая устойчивость, турбулентный обмен.
УДК: 556.532.5. PACS: 92.10.Lq, 92.10.Wa, 92.40.-t, 92.40.Ni.

Введение

Построение теории систем стратифицированных потоков необходимо для решения задач геофизической гидродинамики, а также экологических проблем транспорта примесей в водохранилищах, озерах и морях. Под системой стратифицированных течений понимается совокупность потоков, развивающихся на разных глубинах от поверхности до дна и взаимодействующих между собой. Устойчивость и скорость стратифицированного течения определяются разностью плотностей жидкостей в потоке и вышележащих слоях воды. Плотностное расслоение вод обеспечивается соленостной, термической и суспензионной стратификацией.

Эволюция течения по мере его распространения зависит от устойчивости и типа стратификации, скоростей ветра и окружающих течений, а также от параметров водоема (положение термоклина и его устойчивость, морфология бассейна, интенсивность водообмена) [1–6]. В мелководных бассейнах усиливается влияние струй на придонные потоки. Расшифровка механизмов и построение теории взаимодействия плотностного течения с окружающими потоками возможны только на базе комплексных экспериментальных и теоретических исследований. Такой подход предпринят в этой работе, цели которой: 1) выявление закономерностей взаимодействия потоков в системах течений; 2) разработка математической модели плотностного потока с учетом влияния струи на его динамику.

Результаты измерений, которые анализируются и применяются ниже для проверки предлагаемой математической модели, получены на продольных разрезах в водохранилищах Нурекском (1978, 1980, 1982 гг.), Ивановском (1999 г.), Рузском (2000 г.), Вазузском (2002 г.), Истринском (2000, 2002 гг.), озерах Телецком (2003, 2004, 2006 гг.) и Онежском (2007 гг.). Характеристики полигонов, аппаратуры и методика измерений представлены в работах [2, 6–11].

1. Преобразования течений и связь расходов воды в них

Преобразования систем течений включают слияние и разделение струи и придонного потока, бифуркации струи, ее погружение и подъем при изменениях устойчивости стратификации и скорости ветра (рис. 1, 2). На участках роста уклона дна наблюдается максимальное утолщение струи, ее сближение с придонным течением и усиление энергопередачи от придонного потока к струйному. Такому процессу соответствует обратная пропорциональность удельных (на единицу ширины течения) расходов воды в струе и придонном течении. Спад расхода придонного потока ведет к увеличению расхода струи и наоборот. Подобная связь расходов проявлялась в 40% случаев. Для остальных 60% имела место прямая пропорциональность расходов воды в струйном и придонном потоках. Это может быть обусловлено следующими факторами:

- энергопереносом от дрейфового течения в струю и из нее в придонный поток;
- влиянием стока в высокопроточных водоемах на струю и плотностное течение;
- передачей импульса от струи, ускоряющейся при спуске по наклонной изопикнической поверхности в случаях заглупления термоклина за счет усиления ветра;
- переносом импульса от придонного потока к струе за счет вихреволнового обмена при снижениях устойчивости плотностного течения.

Установлено, что оба типа взаимосвязи (прямая и обратная пропорциональность) расходов воды в придонном потоке и струе проявлялись на протяжении одного и того же разреза. При этом характер взаимодействия течений менялся в зависимости от их скоростей и устойчивости стратификации. Это следует из примеров профилей скорости течения U и изменения плотности воды ρ с глубиной от поверхности до дна $\delta\rho$ (рис. 1, 2) и из зависимостей расхода придонного по-

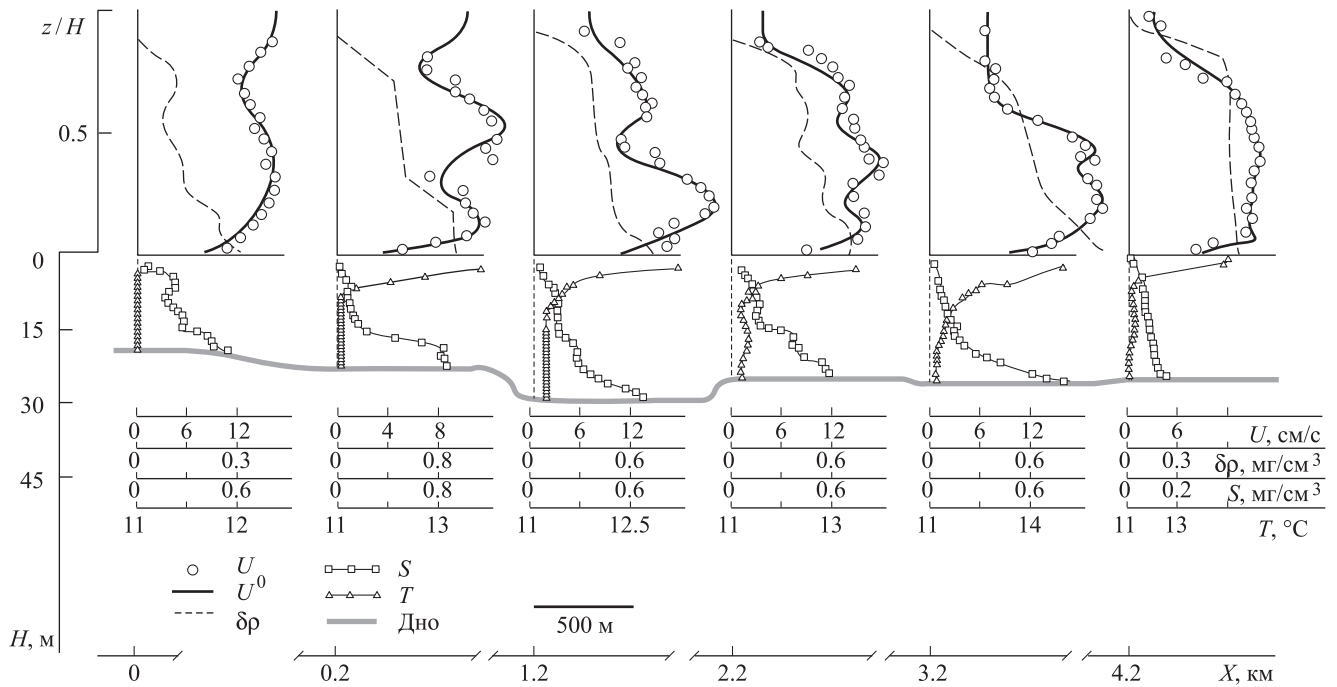


Рис. 1. Результаты продольного разреза в системе течений с суспензионным потоком в Нурекском водохранилище 21.09.1978. Вертикальные распределения скорости течения — измеренные U и теоретические U^0 , изменение плотности воды $\delta\rho$ с глубиной, разности концентраций взвеси в потоке и на его верхней границе ΔS и температуры воды T . Профиль дна обозначен серой кривой

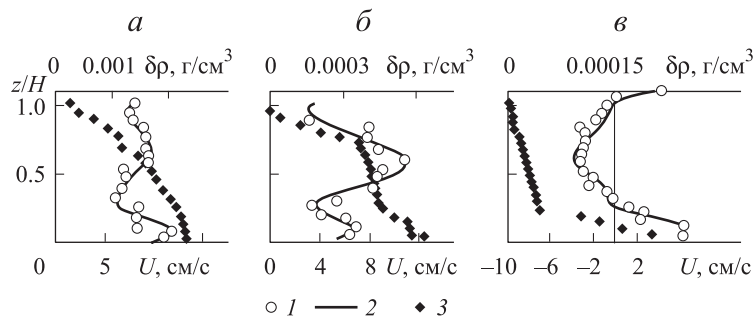


Рис. 2. Распределения скорости течения U и изменения плотности воды с глубиной $\delta\rho$, измеренные на разрезах в системах течений с термической стратификацией. Приведены профили: *а* — со струей, отстающей от плотностного потока (Истринское водохранилище, 18.07.2002), *б* — с опережающей плотностный поток (Иваньковское водохранилище, 21.07.1999), *в* — с противоположно направленной струей (оз. Онежское, 16.09.2007). По оси ординат, общей для всех графиков, отложена высота над дном z , нормированная на глубину H , равную соответственно 9,5, 10,5 и 21 м

тока $(q_b)_r$ от расхода струи $(q_j)_r$ (рис. 3). Здесь $(q_b)_r$ и $(q_j)_r$ — удельные (на единицу ширины потока) расходы $q_b = \bar{U}z_u$ и $q_j = 0.5U_{mj}\Delta z_j$, нормированные на значения, средние по разрезу; \bar{U} — скорость придонного потока, средняя по его толщине z_u , Δz_j и U_{mj} — толщина струи и скорость на ее оси.

Изменение типа взаимодействия происходит при расходе струи, близком к среднему по длине течения (рис. 3). При меньших расходах струи значение $(q_b)_r$ обратно пропорционально $(q_j)_r$, что соответствует ускорению одного течения за счет ослабления другого. Если расход струи больше среднего по длине течения, то наблюдается одновременное ускорение или замедление течений. Анализ выявленной зависимости $(q_b)_r$ от $(q_j)_r$ показал, что определяющую роль во взаимодействии течений играет устойчивость стратификации

всей водной толщ, которая характеризуется интегральной частотой плавучести $N_H = (g\delta\rho_H/\rho H)^{1/2}$. Здесь $\delta\rho_H = \rho|_{z=0.5\text{ м}} - \rho|_{z=H-0.5\text{ м}}$, H — глубина. С учетом влияния устойчивости найдена зависимость $(q_b)_r$ от $(q_j)_r$ вида

$$(q_b)_r = ((N_H/(N_H)_{\max})^2 + 0.4) (q_j)_r ((q_j)_r - 2(q_j)_r^*) + 2.5(q_j)_r^*,$$

где $(N_H)_{\max}$ — максимум N_H на разрезе, $(q_j)_r^* = ((N_H/(N_H)_{\max})^2 + 0.4)(q_j)_r|_{q_b=(q_b)_{\min}}$, $(q_b)_{\min}$ — минимум q_b .

Результаты применения этого выражения для оценок распределения расхода в придонного потока по расходу струи свидетельствуют о том, что полученная зависимость позволяет неплохо воспроизвести распределения q_b , рассчитанные по данным измерений.

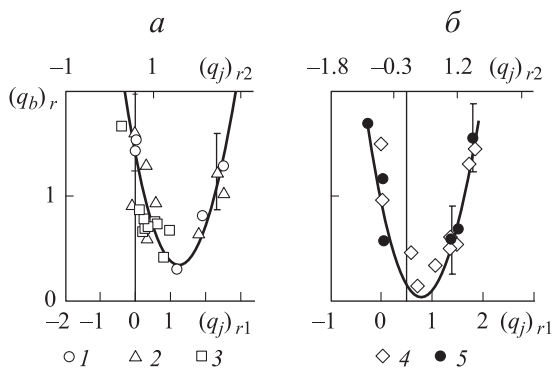


Рис. 3. Связь нормированных расходов придонного $(q_b)_r$ и струйного $(q_j)_r$ течений на разрезах в Нурекском водохранилище (21.09.1978 и 16.08.1980) — 1 и 2, Вазузском (27.07.2002) — 3, Истринском (18.07.2002) — 4, и в Онежском озере (16.09.2007) — 5. Кривые построены по трендам параболой 2-го порядка. Интервалы — границы стандартного отклонения. Нормировка проведена на значение расхода, среднее по длине каждого разреза. Ось $(q_b)_r$ — общая для всех графиков. Рядом значений 1 и 2 соответствуют горизонтальные оси $(q_j)_{r1}$ и $(q_j)_{r2}$, ряду 3 — $(q_j)_{r2}$, 4 — $(q_j)_{r1}$, 5 — $(q_j)_{r2}$

2. Математическая модель придонного течения с учетом влияния струи

Ниже проводится исследование условий замыкания и решение системы уравнений Рейнольдса, проинтегрированных по толщине течения. Исходная система уравнений динамики (до их осреднения по вертикали) для придонного плотностного потока в приближениях квазистационарности и пограничного слоя в рамках плоской задачи имеет вид [6, 12, 13]

$$U \partial_x U + W \partial_z U = (\Delta \rho / \rho) g i_s - (1/\rho) \partial_x P + \partial_z \tau, \quad (1a)$$

$$0 = -\Delta \rho g - \partial_z P, \quad (1b)$$

$$\partial_x U + \partial_z W = 0. \quad (1c)$$

Ось x направлена вниз по склону, а ордината z — к поверхности; U , W — средние значения продольной и вертикальной компонент скорости, P — давление, τ — турбулентное напряжение, $i_s \ll 1$ — уклон дна, $\Delta \rho$ — разность плотностей вод в потоке и над ним. Плотность находилась по уравнению Чена–Миллера с учетом вклада взвеси [6, 14].

При выводе выражения градиента давления учитывается, что градиент плотности над потоком отличен от нуля. Тогда в значение плотности включаются три составляющие: $\rho = \rho^0 + \Delta \rho_1 + \Delta \rho_2$, где ρ^0 — плотность у поверхности, $\Delta \rho_1$ — разность плотностей в потоке и на его верхней границе, $\Delta \rho_2$ — на оси струи, обычно расположенной в области термоклина, и у поверхности. С таким представлением ρ из (1b) по методике из [6, 12] получается выражение вида

$$\int_0^{z_u} (\partial_x P) dz = 0.5 g \partial_x (\overline{\Delta \rho z_u^2}) + \alpha_{p2} g \partial_x (\overline{\Delta \rho_{FD}} (H - z_{mj})^2), \quad (2)$$

где $\alpha_{p2} \cong 0.5$, FD — символ осреднения по глубине H , z_{mj} — ордината оси струи.

Интегрирование (1a) по z проводится в пределах $0 \div z_u$ с учетом (1b), (1c), (2) и граничных

условий $U|_{z=0} = 0$, $\tau|_{z=0} = \tau_0 = \rho C_D \overline{U}^2 / 2$, $\tau|_{z=z_u} = \tau_u$, $U|_{z=z_u} = U_F$. В результате по аналогии с [5, 11] получается уравнение движения плотностного потока в виде

$$(z_u / \overline{U}) \partial_x \overline{U} = \text{Ri}_u i_s - 0.5 (g / \rho \overline{U}^2) \partial_x (\overline{\Delta \rho z_u^2}) - \alpha_{p2} g \partial_x (\overline{\Delta \rho_{FD}} (H - z_{mj})^2) - 0.5 C_D + \tau_u / \rho. \quad (3)$$

Толщина течения определяется по гипотезе о вовлечении [12, 15]:

$$z_u = z_{u0} + a_{Ei} \cdot \int_0^x i_s dx. \quad (4)$$

Выражение τ_u получается в предположении о том, что относительное значение потерь τ пропорционально пути Δz и коэффициенту затухания k_d в среде, т.е. что $\Delta \tau_u / \tau_u = -k_d \Delta z$. Причем исходное значение τ_u равно τ_j . Тогда τ_u определяется как

$$\tau_u = \tau_j \exp(-k_d (z_j - z_u) / \Delta z_{mj}), \quad (5)$$

где τ_j — значение турбулентного потока импульса в слое смешения струи. Коэффициент k_d найден при сравнении рассчитанных по модели скоростей придонного потока с измеренными. Установлено, что $k_d \cong 0.1 \cdot (N_{FD} / N_C)^2 + 2.2$, где $N_{FD} \cong N_H$ — частота плавучести ($N = g(-\partial_z \rho) / \rho$), средняя по глубине H , $N_C^2 = g^2 / C_{sd}^2 = 4.6 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-2}$ — минимальное значение частоты Вайсяля–Брента для пресной воды (с учетом сжимаемости), C_{sd} — скорость звука в пресной воде (1450 м/с).

Величина τ_j определяется по [8, 16] с учетом знака скорости струи в виде $\tau_j = 3.6 \cdot 10^{-3} |U_j| \cdot U_j / (1 + 0.4 \text{Ri}_j)$, где $\text{Ri}_j = g \Delta \rho_{mj} \Delta z_{mj} / \rho U_j^2$, $\Delta \rho_{mj}$ — разность плотностей в слое смешения струйного течения.

Однако выражение (5) обеспечивает достаточную точность описания течения на разрезе в режимах с квазистабильными значениями частоты плавучести придонного потока N_{zu}^2 и числа Ричардсона для струи Ri_j . В общем случае зависимость (5) выполняется с точностью до коэффициента $\phi_R(\text{Ri}_j, N_{zu})$ и имеет вид

$$\tau_u = (3.6 \cdot 10^{-3} |U_j| \cdot U_j / (1 + 0.4 \text{Ri}_j)) \phi_R(\text{Ri}_j, N_{zu}) \times \exp(-k_d \Delta z_{jb} / \Delta z_{mj}). \quad (6)$$

Здесь $\phi_R(\text{Ri}_j, N_{zu}) = 0.43 N_{zu}^2 / N_C^2 - \text{Ri}_j / N_C^2 - \text{Ri}_j / (\overline{\text{Ri}_j})_x$, N_{zu} — частота плавучести, средняя по высоте придонного потока. Согласно выражению $\phi_R(\text{Ri}_j, N_{zu})$,

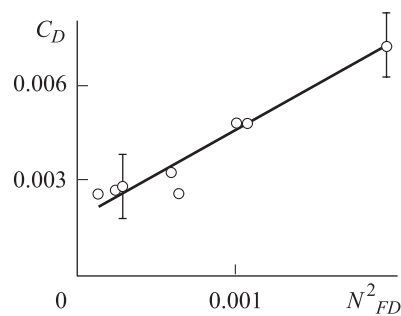


Рис. 4. График зависимости средних значений коэффициента сопротивления на границе поток–дно C_D от частоты плавучести N_{FD}^2 для 11 разрезов на разных полигонах

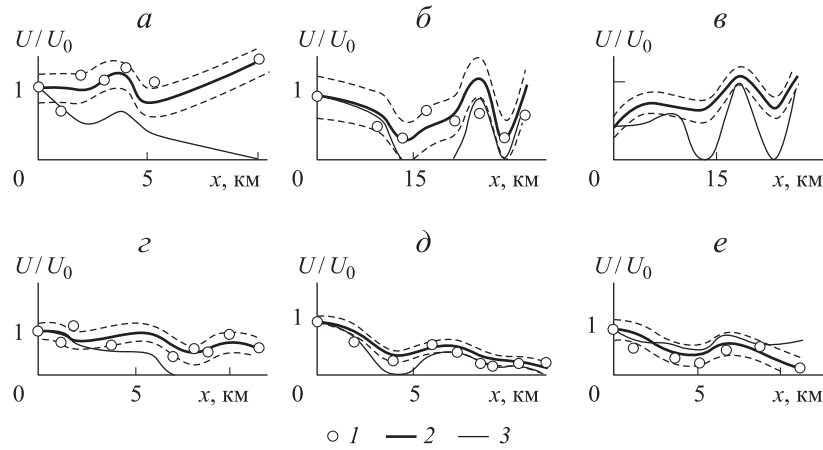


Рис. 5. Теоретические и измеренные продольные распределения скорости придонного потока на разрезах в водохранилищах: а — Нурекском (11.10.1982), б — Ивановском (14.07.1999), в — Рузском (28.06.2000) и в озерах: г, д — Телецком (22.07.2003 и 08.08.2006), е — Онежском (16.09.2007). Обозначения: 1 — измеренные величины, кривые 1 и 2 — теоретические с учетом и без учета взаимодействия плотностного течения со струей. Прерывистая линия — границы стандартного отклонения. По оси ординат отложена средняя по вертикали скорость течения, нормированная на ее значение при $x = 0$

рост устойчивости существенно ограничивает передачу импульса из струи в придонный поток. При $0.43N_{zu}^2/N_C^2 < Ri_j / Ri_j(\bar{Ri}_j)_x$ может меняться знак τ_u .

Обычное выражение коэффициента сопротивления на границе поток-дно $C_D = 2.5 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-4} Ri_u$ непригодно при $Ri_u = Ri_u(x)$, так как Ri_u зависит от искомого параметра, т.е. от скорости придонного потока. По результатам данной работы в 80% случаев для C_D справедливо аналитическое представление вида (рис. 4)

$$C_D = 2.4 \cdot 10^{-3} + (N_{FD}/N_C)^2, \quad (7)$$

позволяющее получить замкнутую систему уравнений.

3. Проверка модели

Продольные распределения скорости придонного потока, рассчитанные по представленной выше модели, сопоставлены с данными измерений на разрезах в Вазузском, Истринском, Ивановском, Рузском, Нурекском водохранилищах, Телецком озере и Петрозаводской губе Онежского озера (рис. 5). Системы течений в этих водоемах отличаются по природе и характеризуются широким диапазоном изменений параметров. Из сравнения приведенных распределений следует, что учет выявленных закономерностей развития и взаимодействия струйного и придонного потоков обеспечивает в основном правильное теоретическое описание плотностного потока.

В некоторых случаях, например на Телецком озере (рис. 5, д), взаимодействие дает увеличение дальности распространения придонного потока на 30–40%. Поскольку кривая, построенная без учета взаимодействия, в большинстве случаев располагается ниже кривой, его учитывая, можно сделать вывод о том, что передача энергии происходит преимущественно из струи в придонный поток. Полученное выражение потока импульса τ_u позволяет учесть особенности переноса импульса при различных типах взаимодействия течений. Градиент давления, обусловленный колебаниями

осевой линии струи, дает возможность учесть влияние внутренних волн и ветрового воздействия.

Стандартное отклонение измеренных значений \bar{U} от теоретических составляет в среднем 20%. К главным причинам расхождений теоретических и экспериментальных результатов относятся принятые приближения плоской задачи и квазистационарности и соответственно недостаточно учтенные вихреволновые процессы.

Заключение

Выявлена неоднозначная зависимость параболического типа между расходами струйного и придонного потоков в 8 системах течений. Показано, что определяющую роль в этой зависимости играет интегральная устойчивость течений по всей глубине водоема.

Модифицирована и проверена математическая модель плотностного течения, взаимодействующего со струей. Модификация включает полученные выражения:

- а) турбулентного потока импульса из струи (и наоборот) для разных систем течений;
- б) коэффициента сопротивления на нижней границе придонного течения;
- в) градиента давления, обусловленного изменениями глубины залегания оси струи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-05-01146).

Список литературы

1. Зацепин А.Г., Гриценко В.А., Кременецкий В.В. и др. // Океанология. 2005. **45**, № 1. С. 5.
2. Эдельштейн К.К. Водохранилища России. М., 1998.
3. Эдельштейн К.К., Гречушников М.Г., Даценко Ю.С., Пуклаков В.В. // Водные ресурсы. 2012. № 4. С. 437.
4. De Cesare G., Boillat J.L. // XXX IAHR Congress. ATh. Thessaloniki, Greece. 24–29 August 2003. V. 1. Theme C. P. 381.
5. Sequeiros O.E. // J. Geophys. Res.: Oceans (1978–2012). 2012 April. **117**, Iss. C4. doi: 10.1029/2011JC007201.

6. Самолубов Б.И. Плотностные течения и диффузия примесей. М., 2007.
7. Самолубов Б.И., Иванова И.Н. // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. № 12. С. 1770.
8. Самолубов Б.И. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2012. № 4. С. 76.
9. Показеев К.В., Самолубов Б.И., Филатов Н.Н. // Метеорология и гидрология. 2012. № 2. С. 83.
10. Samolyubov B.I., Ivanova I.N. // Phys. of Wave Phenomena. 2011. **19**, N 4. doi: 10.3103/S1541308X11040121.
11. Самолубов Б.И., Кириллова Т.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2010. № 2. С. 63.
12. Самолубов Б.И. Придонные стратифицированные течения. М., 1999.
13. Abd El-Gawad S., Cantelli A., Pirmez C. // J. Geophys. Res.: Oceans (1978–2012). 2012 May. **117**, Iss. C5. doi: 10.1029/2011JC007538.
14. Chen C.T.A., Millero F.J.P. // Limnology and Oceanography. 1986. **31**, N 3. P. 657.
15. Wells M., Cenedese C., Caulfield C.P. // J. of Phys. Oceanography. 2010 December. **40**. doi: 10.1175/2010JPO4225.1.
16. Анисимова Е.П., Петров В.В., Сперанская А.А., Шитов М.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. № 5. С. 63.

Interaction of jet and density current

B.I.Samolyubov

Department of Marine and Inland Water Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: samolyubov@phys.msu.ru.

There are presented the results of natural and theoretical investigations of near- bottom density flow taking into account the inflow (drain) of pulse through upper boundary of the flow, above which a stratified jet is situated. There is revealed parabolic type ambiguous dependence between the water discharges of jet and near-bottom flow, entering into the eight systems of stratified currents in reservoirs and Lakes with the different types of density stratification of waters. It is shown that the integral stability of stratification throughout the entire depth of reservoir plays the determining role in the effects of interaction of flows. The mathematical model of the density flow, interacting with the jet is modified and checked. Modification includes the obtained semi-empirical expressions of following key parameters: turbulent pulse stream from the jet (and vice versa); drag coefficient on the lower boundary of the near- bottom current; pressure gradient, caused by changes in the trajectory of jet.

Keywords: stratified currents, hydrodynamic stability, turbulent exchange.

PACS: 92.10.Lq, 92.10.Wa, 92.40.-t, 92.40.Ni.

Received 17 June 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2013).

Сведения об авторе

Самолубов Борис Исаевич — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник;
тел.: (495) 939-10-46; e-mail: samolyubov@phys.msu.ru.