

ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Штормовые нагоны — диссипативные солитоны

С. А. Арсеньев^а, Н. К. Шелковников^б*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: ^а arrsenyev@yandex.ru, ^б shelkovnikov@phys.msu.ru*

Статья поступила 24.04.2013, подписана в печать 21.07.2013.

Построена нелинейная теория штормовых нагонов. Результаты сравниваются с данными наблюдений.

Ключевые слова: катастрофические штормовые нагоны, длинные волны в океане и атмосфере, солитоны, микросейсмы.

УДК: 551.465. PACS: 92.10.-с, 92.10.hb.

Введение

Штормовой нагон — это подъем уровня океана у берега, возникающий при сильном шторме. Известно очень много катастроф, вызванных штормовыми нагонами. Например, в Голландии, зимой 1953 г. штормовой нагон разрушил 30 000 зданий, погибли приблизительно 2000 человек. Эта катастрофа стимулировала развитие численных методов расчетов штормовых нагонов, которые в настоящее время доведены до стадии практических гидрометеорологических прогнозов [1–5]. В настоящей работе основное внимание уделено анализу физической сущности этого явления природы, которая остается скрытой при использовании формальных численных методов. Здесь мы покажем, что штормовые нагоны представляют собой длинную волну возмущения уровня океана, вызванную действием ветра и атмосферного давления. Эта волна оказывается диссипативным солитоном, поскольку она локализована в пространстве и во времени и существует достаточно долго, несмотря на потери энергии из-за турбулентного трения и диссипации. В последнее время диссипативные солитоны активно изучаются в физике, особенно в лазерной оптике [6] и гидродинамике [7], а также в геофизике в связи с построением теории и методов расчета торнадо и шквальных бурь [8–11]. Они существуют в открытых диссипативных системах с трением, далеких от состояния равновесия, потому что энергия (и/или масса) может втекать в систему через границы. В настоящей работе мы получим все основные соотношения, определяющие солитоны штормовых нагонов, в частности важные для практики аналитические формулы для расчетов максимального подъема уровня и длительности штормового нагона в зависимости от величины скорости ветра, атмосферного давления и глубины шельфа. Мы также проведем сравнение результатов теоретических расчетов по полученным формулам с наблюдениями штормовых нагонов во время тропического урагана Бхола в Бенгальском заливе и во время урагана Кэрл у Атлантического побережья США [12].

Постановка задачи

Рассмотрим задачу определения нестационарных течений и рельефа поверхности баротропного океана,

в котором плотность воды ρ является постоянной величиной (из-за сильного турбулентного перемешивания). Учет поле ветра над океаном, турбулентный обмен импульсом в вертикальном и горизонтальном направлениях, трение о дно и наклоны поверхности океана, обусловленные сгонами и нагонами вод. Уравнения динамики запишем в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial T_x^z}{\partial z} + A_L \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$g\rho = \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (3)$$

Здесь u и w — составляющие скорости течения вдоль декартовых осей x и z , p — давление, g — ускорение силы тяжести, $\rho = \text{const}$ — плотность морской воды, T_x^z — турбулентное напряжение трения по вертикали, A_L — коэффициент горизонтального обмена количеством движения. Начало координат расположим на невозмущенной поверхности океана, ось z направим вертикально вниз, ось x — вдоль направления ветра, его величину на стандартной высоте 10 м от невозмущенной поверхности океана $z=0$ обозначим как W . Возникающие под действием ветра W морские течения направлены вдоль оси x , так как мы пренебрегаем силой Кориолиса, рассматривая сгоны и нагоны в шельфовой зоне, где глубины H имеют порядок 100 м и менее. Таким образом, поперечные течения вдоль оси y в уравнениях динамики (1), (2) отсутствуют. Дополним их граничными условиями

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \text{при } z = \zeta, \quad (4)$$

$$T_x^z = T_x^0 \quad \text{при } z = \zeta, \quad (5)$$

$$u = w = 0 \quad \text{при } z = H, \quad (6)$$

где ζ — возмущение уровня поверхности океана, T_x^0 — турбулентные напряжения, вызванные ветром.

Проинтегрируем уравнение (2) по вертикали от уровня $z = \zeta$ до уровня $z = H$. В результате получим

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x}, \quad (7)$$

где $S = \int_{\zeta}^H u dz$ — полный поток. При выводе (7) мы учли граничные условия (4)–(6).

Уравнение (3) нужно проинтегрировать от поверхности океана $z = \zeta$ до текущего уровня z . В результате получим

$$p = p_a + g\rho(z - \zeta), \quad (8)$$

где p_a — атмосферное давление на поверхности океана $z = \zeta$. Гидростатический закон (8) позволяет исключить из уравнения (1) давление. Дифференцируя (8) по x , получим

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (9)$$

Уровень океана ζ удобно представить в виде суммы статической ζ_s и динамической ζ_d составляющих: $\zeta = \zeta_s + \zeta_d$. Статические наклоны уровня поверхности океана ζ_s уравниваются градиентами атмосферного давления

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} = g \frac{\partial \zeta_s}{\partial x}. \quad (10)$$

Обычно это соотношение записывают в конечно-разностной форме и, сокращая на Δx :

$$\Delta \zeta_s = \frac{\Delta p_a}{g\rho}, \quad (11)$$

говорят: «изменение давления на 1 гПа вызывает изменение уровня на 1 см». Это закон обратного барометра [1], который позволяет легко вычислить изменения статической составляющей уровня, обусловленной изменениями давления воздуха p_a .

Закон (10) позволяет записать уравнение (9) в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -g \frac{\partial \zeta_d}{\partial x}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (1) и опуская индекс d (в дальнейшем рассматриваются динамические наклоны уровня), найдем

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial T_x^z}{\partial z} + A_L \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (13)$$

Проинтегрируем уравнение (13) по z в пределах от $z = \zeta$ до $z = H$. Получим

$$\frac{\partial S}{\partial t} = gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} - T_x^H + T_x^0 + A_L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}. \quad (14)$$

Система двух уравнений (7) и (14) относительно уровня поверхности океана ζ и полного потока S замкнута, если известны турбулентные напряжения на поверхности моря T_x^0 и на дне T_x^H (или их связь с величинами S и ζ).

Решение задачи

Для напряжения трения на дне можно принять известный в теории длинных волн закон

$$T_x^0 = f_* S. \quad (15)$$

Частоту трения f_* можно оценить по формуле [1]

$$f_* = \frac{3A}{H^2(1-n)^2}, \quad (16)$$

где $n = z_0/H$ и z_0 — высота выступов шероховатости на дне, A — коэффициент вертикальной турбулентной вязкости.

Напряжение трения на поверхности воды связано со скоростью ветра W нелинейным законом

$$T_x^0 = C_g W^2, \quad (17)$$

где C_g — коэффициент сопротивления. В формуле (17) напряжение трения отнесено к плотности воздуха.

Скорость ветра можно связать со скоростью течения на поверхности воды u_0 соотношением [13–15]

$$u_0 = kW, \quad (18)$$

где k — ветровой коэффициент. Полный поток S можно выразить через скорость u_0 , если задаться определенным законом убывания течения по глубине (логарифмический, параболический или какой-нибудь другой закон). В теории длинных волн часто используется модель плиты (slab-model), в которой все части движутся с одинаковой скоростью $u = u_0$, за исключением тонкого придонного пограничного слоя, где скорость течения резко убывает до нуля на дне и выполняется закон (15). Для модели плиты $S = uH$, и формулы (17), (18) можно переписать в виде

$$T_x^0 = \frac{C_g}{k^2 H^2} S^2. \quad (19)$$

Подставим соотношения (19) и (15) в уравнение (14). Получим

$$\frac{\partial S}{\partial t} = gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} - f_* S + \alpha S^2 + A_L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}, \quad (20)$$

где

$$\alpha = \frac{C_g}{k^2 H^2}. \quad (21)$$

Будем искать решение поставленной задачи в виде прогрессивной волны, бегущей со скоростью V , т. е. в виде $S = F(\chi)$, где $\chi = x - Vt$ — бегущая координата. Тогда

$$\frac{\partial S}{\partial x} = F_\chi, \quad \frac{\partial S}{\partial t} = -F_\chi V, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = F_{\chi\chi}, \quad (22)$$

где индекс χ при F обозначает производную по χ , например: $F_\chi = dF/d\chi$, $F_{\chi\chi} = d^2F/d\chi^2$, Из формул (22) и уравнения (7) следует

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} = F_\chi = -\frac{1}{V} \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S}{V} \right).$$

Отсюда, интегрируя по времени t , получим

$$S = -\zeta V, \quad (23)$$

так как $S_0 = 0$, $\zeta_0 = 0$ при $t = 0$.

Формула (23) позволяет исключить уровень ζ из уравнения (20). В результате получим

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{gH}{V} \frac{\partial S}{\partial x} - f_* S + \alpha S^2 + A_L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}. \quad (24)$$

Подставляя в уравнение (24) соотношения (22), найдем

$$A_L F_{\chi\chi} + \alpha F^2 - f_* F + V \left(1 - \frac{gH}{V^2} \right) F_\chi = 0. \quad (25)$$

Бегущие импульсы в диссипативной среде с турбулентным трением могут распространяться только со

скоростью длинных линейных волн $V = (gH)^{1/2}$. По этому уравнение (25) упрощается:

$$A_L F_{\chi\chi} + \alpha F^2 - f_* F = 0. \quad (26)$$

Уравнение (26) — это уравнение нелинейного осциллятора. Оно легко решается умножением на F_χ . Имеем

$$\frac{A_L}{2} \frac{d}{d\chi} \left[\left(\frac{dF}{d\chi} \right)^2 \right] + \frac{\alpha}{3} \frac{dF^2}{d\chi} - \frac{f_*}{2} \frac{dF^2}{d\chi} = 0.$$

Интегрируя по χ , найдем

$$\left[\sqrt{3A_L/(2\alpha)} \right] F_\chi = F \sqrt{\beta - F}, \quad (27)$$

где

$$\beta = \frac{3}{2} \frac{f_*}{\alpha} = \frac{9k^2 A}{2C_g(1-n)^2},$$

и мы учли здесь формулы (21) и (16) для α и f_* . Константа интегрирования в (27) обращается в нуль, так как $F \rightarrow 0$, $F_\chi \rightarrow 0$ при $\chi \rightarrow \infty$.

В уравнении (27) переменные разделяются:

$$\frac{dF}{F\sqrt{\beta - F}} = d\chi \sqrt{\frac{2\alpha}{3A_L}}.$$

Отсюда, интегрируя еще раз, получим

$$-\frac{2}{\beta} \text{Arth} \left(\sqrt{(\beta - F)/\beta} \right) = \chi \sqrt{(\alpha\beta)/(6A_L)},$$

или

$$\sqrt{(\beta - F)/\beta} = -\text{th} \left[\chi \sqrt{(\alpha\beta)/(6A_L)} \right].$$

Имеет место тождество $\text{th}^2 y \equiv 1 - \text{sech}^2 y$. Следовательно,

$$\frac{\beta - F}{\beta} = 1 - \text{sech}^2 \left(\chi \sqrt{(\alpha\beta)/(6A_L)} \right). \quad (28)$$

Таким образом,

$$S = F = \beta \text{sech}^2(\chi/\Delta), \quad (29)$$

$$u = (\beta/H) \text{sech}^2(\chi/\Delta), \quad (30)$$

$$\zeta = - \left[\beta/(gH)^{1/2} \right] \text{sech}^2(\chi/\Delta), \quad (31)$$

Здесь

$$\Delta = \sqrt{(4A_L)/f_*} = H(1-n)\sqrt{(4A_L)/(3A)} \quad (32)$$

— ширина солитонов (29)–(32).

Подчеркнем, что формулы (29), (30) определяют именно солитоны, так как содержат функцию $\text{sech}^2 y = 1/\text{ch}^2 y$, типичную для солитонов Буссинеска–Рэлея и Кортвега–де Фриза на поверхности идеальной (невязкой) жидкости, находящейся в поле сил тяжести. В отличие от них полученные здесь солитоны (29), (30) являются диссипативными солитонами, поскольку их амплитуды зависят от величины коэффициента сдвиговой вертикальной турбулентной вязкости A , а ширина Δ зависит также и от величины коэффициента сдвиговой горизонтальной турбулентной вязкости A_L . Подобные солитоны могут существовать в среде с трением и диссипацией при наличии открытых границ, через которую происходит вток энергии, компенсирующий потери на вязкое трение.

Используя решение (31) и гидростатический закон (8), находим изменение давления в толще воды при нагоне

$$p = p_a + g\rho z - g\rho \frac{\beta}{\sqrt{gH}} \text{sech}^2 \left(\frac{\chi}{\Delta} \right). \quad (33)$$

Время продолжительности нагона можно оценить по формуле

$$t_* = C_t \left(\frac{\Delta}{V} \right) = C_t H(1-n)\sqrt{(4A_L)/(3AgH)}, \quad (34)$$

и мы использовали здесь соотношение (16). Коэффициент C_t в формуле (34) зависит от уровня, на котором мы берем ширину солитона Δ . Оптимальное значение этого времени имеет место, если мы выберем $C_t = 20$.

Максимальная амплитуда нагона находится из решения (31) и формулы (28)

$$\zeta_{\max} = \frac{\beta}{\sqrt{gH}} = \frac{9k^2 A}{2C_g(1-n)^2 \sqrt{gH}}. \quad (35)$$

Коэффициент турбулентной вязкости A в формуле (35) может зависеть от скорости ветра W и глубины H . Эта зависимость была найдена А. И. Фельзенбаумом [15]:

$$A = C_\varphi W H, \quad (36)$$

где C_φ — коэффициент, который мы выберем равным

$$C_\varphi = \frac{2C_g(1-n)^2}{9k}. \quad (37)$$

Подставляя формулы (36), (37) в соотношение (35), найдем максимальный уровень моря при нагоне

$$\zeta_{\max} = kW \sqrt{H/g}. \quad (38)$$

Он оказывается пропорциональным скорости ветра W и растет с глубиной, как $H^{1/2}$.

Сравнение с наблюдениями

Формула (38) позволяет легко оценивать максимально возможную величину подъема уровня воды при шторме, зная лишь скорость ветра W и среднюю глубину шельфа H , не прибегая к процедуре сложного численного решения уравнений геофизической гидродинамики. Необычный на первый взгляд вывод о том, что величина нагона увеличивается вместе с возрастом глубины шельфа, который следует из формулы (38), действительно подтверждается наблюдениями. Например, из всех островов Курильской гряды наибольшие нагоны наблюдаются на небольшом острове Матуа, имеющем самый глубокий шельф. Как отмечается в работе [5], закон обратного барометра (11) здесь не выполняется. Это означает, что доминирует динамическая составляющая уровня моря, определяемая решением (31), (35), (38), а статическая составляющая ζ_s мала.

Статическая составляющая уровня моря становится существенной при подходе к берегу глубоких циклонов, таких как тропические ураганы, где в центре давление может упасть очень сильно, а градиенты атмосферного давления по радиусу велики. Рассмотрим в качестве примера тропический ураган Бхола с давлением в центре 940 гПа и скоростью ветра до 62 м/с, который 12 ноября 1970 г. атаковал северную часть Бенгальского залива в Индийском океане. Принимая за нормальное атмосферное давление значение $p_a = 1013$ гПа,

находим $\Delta p_a = (1013-940)$ гПа = 73 гПа. Подставляя это значение в закон (11) и принимая $g = 9.81$ м/с² и $\rho = 1.02$ г/см³ = $1.02 \cdot 10^3$ кг/м³, находим $\Delta \zeta_s = 73$ см. Динамическую же составляющую нагона находим по формуле (39), принимая $k = 0.02$, $W = 62$ м/с и $H = 68$ м. Имеем $\zeta_{max} = 3.27$ м. Суммарный нагон L оказывается равным $L \equiv \zeta = \zeta_d + \zeta_s = 2.27$ м + 0.73 м = 4 м. Катастрофа разразилась после того, как этот нагон сложился с трехметровым сизигийным приливом и общий подъем уровня океана достиг 7 м. В результате погибли 300 тыс. человек. На совещании Всемирной метеорологической организации 21 мая 2008 г. в Женеве подчеркивалась необходимость улучшения прогнозов штормовых нагонов и систем оповещения о них населения.

Длительность нагона в Бенгальском заливе можно найти, подставляя в формулу (35) соотношения (37), (38) для коэффициентов A и C_φ . Имеем

$$t_* = C_t \sqrt{(6kA_L)/(gC_g W)}. \quad (39)$$

Эта формула содержит коэффициент горизонтального турбулентного обмена A_L , который можно оценить с помощью закона 4/3 Колмогорова–Обухова [16]

$$A_L = c\varepsilon^{1/3}M^{4/3}, \quad (40)$$

где M — масштаб длины области, охваченной нагоном; ε — скорость диссипации турбулентной энергии, которая в теории турбулентности Колмогорова–Обухова считается совпадающей со скоростью поступления в океан энергии (на единицу массы и в единицу времени). Постоянная c в формуле (40), по данным исследований верхнего слоя океана [13, 14], оказывается равной 0.113.

При $\varepsilon = 0.1$ см²/с² (условия шторма [13, 14]), $M = 500$ км (типичный размер тропического урагана) из формулы (40) получим $A_L \cong 10^9$ см²/с = 10^5 м²/с. Подставляя это значение A_L в формулу (39), найдем при $k = 0.02$, $g = 9.81$ м/с², $C_g = 2 \cdot 10^{-6}$ и $W = 62$ м/с, что $t_* = 17.44$ ч при $C_t = 20$.

Из формулы (39) также видно, что чем сильнее ветер, тем быстрее происходит нагон. Поэтому ураганные

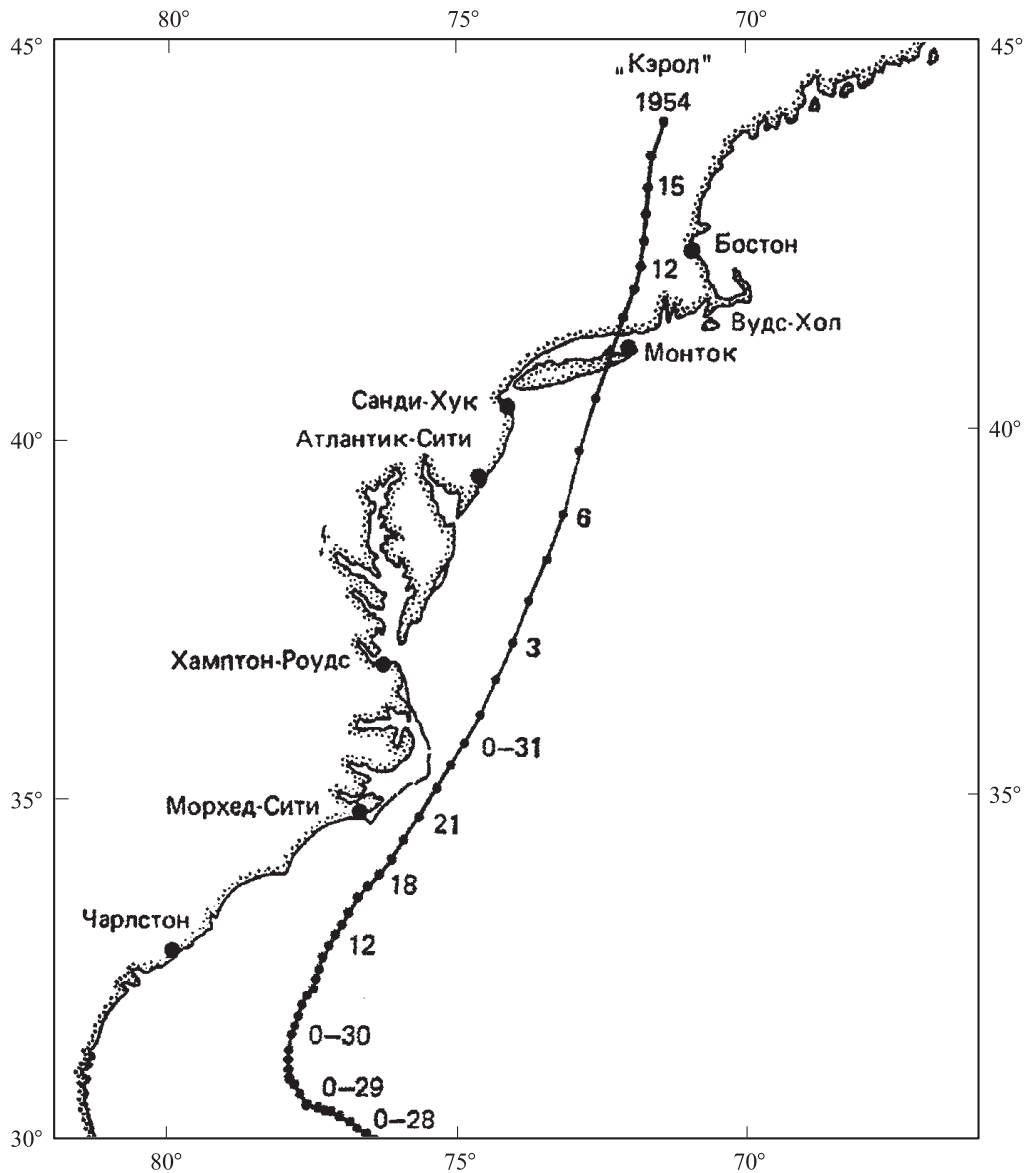


Рис. 1. Путь центра урагана Кэрол вдоль Атлантического побережья США [12]

ветра особенно опасны. Они также вызывают сильные течения, способные уничтожить растительность на затопляемых соленой водой сельскохозяйственных землях. Подставляя формулы (36), (37) в решение (30), определяем максимальную скорость течения

$$u_0 = \beta/H = (9k^2A) / [2C_g(1-n)^2H] = kW.$$

Она оказывается пропорциональной скорости ветра в точном соответствии с формулой (18). При $k = 0.02$ и $W = 62$ м/с находим $u_0 = 1.24$ м/с. При такой скорости морские течения способны смывать не только растительность, но и дома.

Полученное решение позволяет не только легко определять амплитуду и длительность нагона и время его действия, но и вычислять по формулам (31), (32) кривую роста и спада уровня моря при нагоне. В качестве примера рассмотрим тропический ураган Кэрол, который прошел вдоль восточного побережья США 29–31 августа 1954 г. [12]. Траектория центра движения урагана показана на рис. 1. Ураган двигался параллельно берегу со скоростью около 16 м/с и в 9 ч 31 августа пересек побережье штата Коннектикут в районе Нью-Лондона. Изменения уровня воды у берега показано для различных пунктов на рис. 2.

Как видим из рис. 2, в Чарлстоне, Морхед-Сити и Хамптон-Роудсе, которые находятся слева от центра урагана, реакция уровня на ветер носила в основном статический характер, который легко вычислить с помощью закона обратного барометра (11). Учитывая, что минимальное давление в центре урагана было 982.77 гПа, найдем $\Delta p_a = 1013.25 - 982.77 = 30.48$ гПа, что соответствует повышению уровня на 1 фут. В Атлантик-Сити и на мысе Сенди-Хук наблюдались постепенное повышение уровня до прихода центра шторма и отклик колебательного типа после его прохождения. Это объясняется тем, что волна нагона при средней глубине шельфа $H = 53$ м двигалась со скоростью $V = (gH)^{1/2} = 22.78$ м/с, т.е. опережала ураган, который двигался со скоростью 16 м/с. Колебания уровня в этих пунктах носят резонансный характер из-за наличия заливов. Волна нагона возбудила здесь собственные колебания типа сейш. В точности на пути урагана оказались два пункта наблюдений — мыс Монток (Лонг-Айленд) и Бостон (штат Массачусетс). В Монтоке максимальный уровень в 2.16 м был достигнут в 10 ч 30 мин 31 августа. А в Бостоне (где находится Вудс-Хольский океанографический институт США) уровень превысил 8 футов, после чего мареограф сломался. Этот нагон (и некоторые другие интересные примеры) описан в работе [12].

На рис. 3 показан результат расчетов уровня поверхности океана в Монтоке: $L = \zeta_d + \zeta_s$ по полученным в настоящей работе формулам. Из наблюдений задавались только три основные величины: средняя глубина шельфа $H = 53$ м, средняя скорость ветра $W = 40$ м/с и минимальное давление в центре урагана 982.77 гПа. Совпадение результатов расчетов с наблюдениями оказалось отличным. Рассчитанная длительность штормового нагона равна 12 ч, что также совпадает с наблюдениями. Максимальная скорость течений достигла 80 см/с. Для удобства расчетов начало координат $x = 0$ располагалось в Монтоке, а время начала нагона было

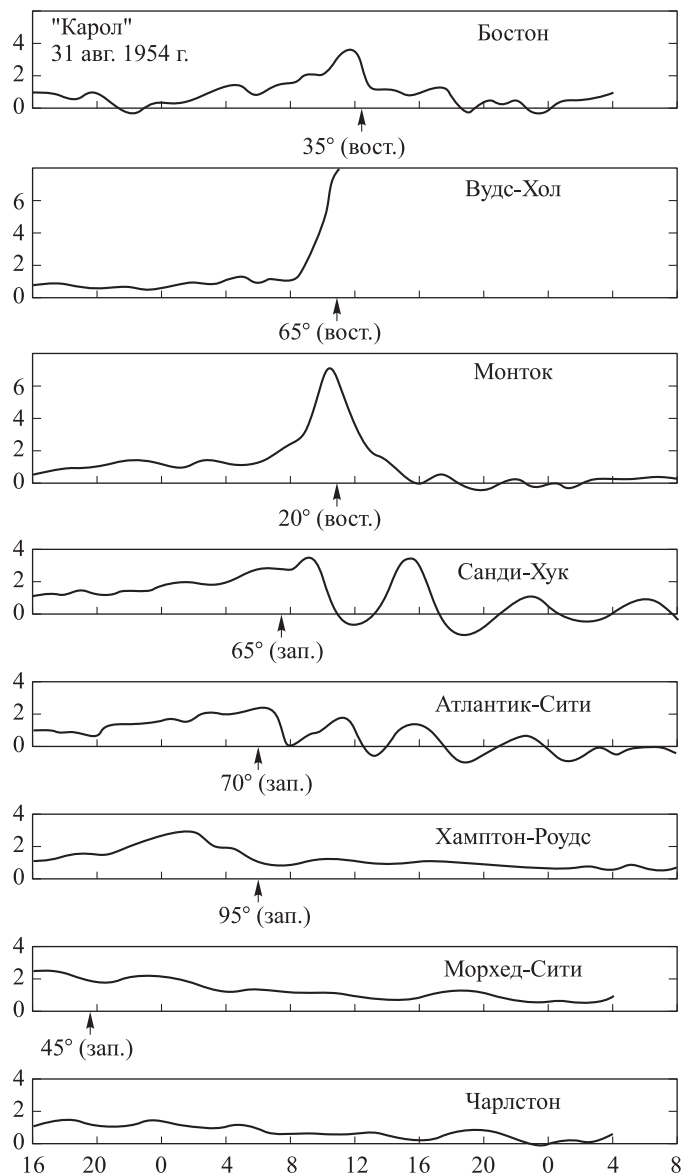


Рис. 2. Колебания уровня поверхности воды в различных пунктах побережья [12]

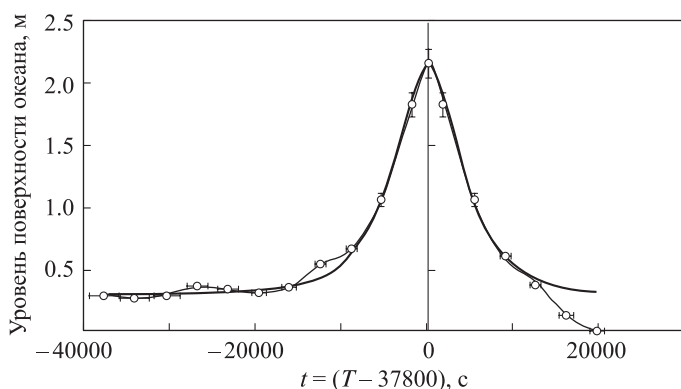


Рис. 3. Расчет изменения уровня поверхности океана в Монтоке во время штормового нагона от урагана Кэрол (толстая кривая). Точки — наблюдения [12]

смещено в точку, соответствующую максимуму нагона 37 800 с = 10 ч 30 мин. Поэтому, для того чтобы перейти от расчетного времени t к реальному времени T ,

нужно воспользоваться формулой $t = (T - 37800)$ с, указанной на графике. После 13 ч 31 августа (на рис. 3 это примерно при $t > 10000$ с) ветер изменил направление и нагон сменился сгоном вод от берега. Поэтому при $t > 10000$ с наблюдаемый уровень падает быстрее, чем это предсказывается теорией.

Воздействие нагона на литосферу

Найдем давление, оказываемое нагоном на дно океана. Из гидростатического закона (8) имеем в толще воды $p = p_a + g\rho z - g\rho(\zeta_s + \zeta_d)$. Статический уровень ζ_s находится из закона обратного барометра (10), (11) $p_a = g\rho\zeta_s$. Следовательно, $p = g\rho z - g\rho\zeta_d$. В частности, на дне океана при $z = H$ имеем $p^H = g\rho H - g\rho\zeta_d$. Переменная часть этого давления

$$-g\rho\zeta_d = g\rho \frac{\beta}{\sqrt{gH}} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{\Delta}\right)$$

максимальна при $\chi = 0$ и равна

$$p_{\max} = g\rho \frac{\beta}{\sqrt{gH}}. \quad (41)$$

Максимальный подъем уровня океана в Монтоке при нагоне от урагана Кэрл составил 2.16 м (рис. 2). Нетрудно подсчитать, что величина p_{\max} здесь достигает 21 168 Па, что составляет 21% от величины атмосферного давления $p = 101\,325$ Па.

Найдем величину деформаций дна, соответствующую этим колебаниям давления. Для этого воспользуемся обобщенным законом Гука [17]

$$\sigma_{ij}^e = (1 - m_0)(\lambda_1 e_{ij} + 2\lambda_2 e_{ij} + \alpha_1 K p \delta_{ij}). \quad (42)$$

Здесь σ_{ij}^e — эффективные напряжения, m_0 — равновесная пористость осадочных пород, α_1 — коэффициент объемного сжатия твердой матрицы осадочных пород, $(1 - m_0)\lambda_1$ — первый коэффициент Ламэ пористой среды, $(1 - m_0)\lambda_2$ — второй коэффициент Ламэ, $K = \lambda_1 + (2\lambda_2/3)$ — модуль всестороннего сжатия, $e = e_{ij}\delta_{ij}$ — первый инвариант тензора деформаций e_{ij} . Из (42) легко найти

$$e_{zz} = \frac{\sigma_{zz}^e}{K(1 - m_0)} - \left(\frac{\alpha_1}{3}\right) p. \quad (43)$$

Переменной части деформаций соответствует второй член в (44), т. е. вблизи дна

$$e_{zz} = -\frac{\alpha_1}{3} g\rho \frac{\beta}{\sqrt{gH}} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{\Delta}\right). \quad (44)$$

Максимальная амплитуда деформаций достигается в начале координат при $\chi = 0$

$$E = -\frac{\alpha_1}{3} p_{\max}. \quad (45)$$

Подставляя в (45) значения $g = 9.8$ м/с², $\alpha_1 = 10^{-11}$ Н/м², $\rho = 1000$ кг/м³ и p_{\max} из (41), находим $|E| = 7 \cdot 10^{-8}$. Относительную деформацию E можно представить в виде Δ/z , где Δ — относительная деформация, Z — базовое значение длины. Если деформация измеряется лазерным деформографом с плечом $Z = 52.2$ м [17], то величина максимума абсолютной деформации, вызываемая штормовым нагоном с ам-

плитудой $\zeta_0 = 2.16$ м, достигает 3.65 мкм. Несмотря на малость, подобные деформации от океанских волн вызывают сильный сейсмический шум. Он хорошо виден на записях сейсмостанций при прохождении над океаном тропических ураганов и тайфунов [18].

Заключение

Перечислим основные результаты, полученные в настоящей работе.

1. На основе уравнений геофизической гидродинамики получено решение задачи о расчете штормовых нагонов по заданным из наблюдений значениям скорости и направления ветра, средней глубине шельфа и давлению воздуха в центре циклона, который вызывает нагон.

2. Решение, описывающее изменение уровня океана, средней скорости течения и давления воды в океане, имеет вид диссипативных солитонов, зависящих от значений коэффициентов сдвиговой турбулентной вязкости, скорости ветра и средней глубины шельфа. Показано, что максимальный нагон пропорционален скорости ветра W и увеличивается с ростом глубины H как $H^{1/2}$. Длительность нагона увеличивается с ростом горизонтальных размеров генерирующего циклона и уменьшается с ростом скорости ветра. Для слабых ветров амплитуда нагона невелика и растянута в пространстве и во времени. В случае сильных ветров длительность нагона сокращается, а амплитуда нагона резко возрастает, что увеличивает неожиданность и опасность возникающих наводнений.

3. Проведено сравнение результатов расчетов с данными измерений. Теория объясняет имеющиеся наблюдения.

Список литературы

1. Арсеньев С.А., Шелковников Н.К. Динамика вод шельфов. М., 1989.
2. Численные методы расчета штормовых нагонов: Сб. ст. / Под ред. М. С. Грушевского. Л., 1964.
3. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане: В 2 т. М., 1981.
4. Любичкий Ю.В. // Метеорология и гидрология. 2000. № 5. С. 86.
5. Шевченко Г.В. // Цунами и сопутствующие явления. Южно-Сахалинск, 1997. С. 106.
6. Диссипативные солитоны: Сб. ст. / Под ред. М. Ахметова, А. М. Аникевича. М., 2008.
7. Петвиашвили В.И. // Нелинейные волны / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. М., 1979.
8. Арсеньев С.А. // Изв. секции наук о Земле РАЕН. 2010. № 19. С. 107.
9. Arsen'yev S.A., Shelkovnikov N.K. // Moscow University Phys. Bull. 2010. **65**, N 5. P. 412.
10. Arsen'yev S.A. // Geoscience Frontiers. April 2011. **2**, N 2. P. 215.
11. Арсеньев С.А., Шелковников Н.К. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2011. № 5. С. 70 (Arsen'yev S.A., Shelkovnikov N.K. // Moscow University Phys. Bull. 2011. **66**, N 5. P. 480).
12. Redfield A.C., Miller A.R. // Meteorol. Monographs. 1957. **2**, N 10. P. 1.
13. Арсеньев С.А., Фельзенбаум А.И. // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1977. **13**, № 10. С. 1034.
14. Арсеньев С.А. // Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана. 1977. **13**, № 12. С. 1325.

15. Фельзенбаум А.И. Теоретические основы и методы расчета установившихся морских течений. М., 1960.
16. Манин А.С., Ялом А.М. Статистическая гидромеханика: В 2 т. СПб., 1992.
17. Arsen'yev S.A., Shelkovnikov N.K. // Moscow University Phys. Bull. 2009. **64**, N 6. P. 638.
18. Ebeling C.W. // Adv. in Geophys. 2012. **53**. P. 1.

Storm surges are dissipative solitons

S. A. Arsen'yev^a, N. K. Shelkovnikov^b

Department of Marine and Inland Water Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^a arrsenyev@yandex.ru, ^b shelkovnikov@phys.msu.ru.

In this article the non-linear theory of storm surges and their interaction with lithosphere is constructed. Results are compared with observed data.

Keywords: catastrophic storm surges, long waves in ocean, solitons, microseisms.

PACS: 92.10.-c, 92.10.hb.

Received 24 April 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2013).

Сведения об авторах

1. Арсеньев Сергей Александрович — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник;
тел.: (495) 911-34-09, e-mail: arrsenyev@yandex.ru.
2. Шелковников Николай Константинович — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник;
тел.: (495) 411-09-46, e-mail: shelkovnikov@phys.msu.ru.