

Следы цунамигенного землетрясения во вращающемся стратифицированном океане

М. А. Носов^а, Г. Н. Нурисламова^б

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: ^а nosov@phys.msu.ru, ^б gulnaz1205@yandex.ru

Статья поступила 02.07.2013, подписана в печать 06.09.2013.

В рамках линейной теории длинных волн получена система уравнений, описывающая потенциальное и вихревое остаточные гидродинамические поля, возникающие во вращающемся стратифицированном (двухслойном) океане в процессе генерации цунами косейсмическими деформациями дна. Для модельного случая цилиндрически симметричной деформации дна найдено приближенное аналитическое решение задачи. На основе этого решения для условий, свойственных реальным очагам цунами, проанализированы особенности остаточных полей, обусловленные наличием стратификации.

Ключевые слова: линейная теория длинных волн, генерация цунами, косейсмическая деформация дна, остаточные гидродинамические поля, геострофический вихрь, стратификация, радиус деформации Россби.

УДК: 551.466. PACS: 91.30.Nw, 92.10.Iv.

Введение

Косейсмические (остаточные) деформации дна океана, сопровождающие сильные подводные землетрясения, приводят к вытеснению значительных объемов воды [1, 2]. Вытеснение воды служит причиной формирования не только волн цунами [3, 4], но и долгоживущих «следов» цунамигенного землетрясения в океане — потенциального и вихревого остаточных гидродинамических полей [5]. Потенциальное остаточное поле — горизонтальные смещения частиц воды — возникает в результате «растекания» вытесненного объема под действием силы тяжести. Из-за влияния на этот процесс вращения Земли образуется вихревое остаточное поле — геострофический вихрь.

На возможность формирования вихревых остаточных полей при цунамигенных землетрясениях обратили внимание еще в конце XX в. [3, 6–9]. Потенциальные остаточные поля оставались без внимания вплоть до выхода наших работ [5, 10, 11].

В работе [11] нами было получено аналитическое решение, описывающее потенциальное и вихревое остаточные поля, которые возникают во вращающемся однородном океане постоянной глубины в результате вытеснения воды цилиндрически симметричной деформацией дна. Анализ этого решения показал, что в типичных природных условиях доминирующим является не вихревое, а именно потенциальное поле. Соответствующие ему горизонтальные смещения частиц воды достаточно велики (~ 100 м), следовательно, они могут быть зарегистрированы *in situ* и использованы для восстановления структуры источника и, возможно, для предупреждения о цунами. Что касается вихревого поля, то оно обычно является настолько слабым, что регистрация *in situ* скорости течения (~ 0.01 м/с) или смещения свободной поверхности (~ 0.01 м) в геострофическом вихре представляется малореальной.

Кроме того, в работе [11] было установлено, что в рассматриваемой системе в принципе возможны ре-

жимы, когда доминирующим оказывается не потенциальное, а вихревое остаточное поле. Эти режимы интересны тем, что при их реализации основная доля энергии, передаваемая водному слою сейсмическим источником, переходит не к гравитационным волнам (цунами), а к геострофическому вихрю. Иными словами, начальное возвышение свободной поверхности, образующееся в очаге цунами в результате вытеснения воды остаточной деформацией дна, связывается в геострофическом вихре. Впрочем, для реализации таких экзотических режимов необходимо, чтобы горизонтальный размер источника (очага цунами) заметно превосходил баротропный радиус деформации Россби, типичное значение которого $\sim 10^6$ м [12]. Выполнение этого условия на нашей планете практически невозможно. Дело в том, что только при очень сильных землетрясениях размер очага цунами приближается к баротропному радиусу деформации Россби; в большинстве случаев размер очага составляет $\sim 10^5$ м [1, 3, 4].

Но в типичных земных условиях эффект связывания начального возвышения в очаге цунами может реализовываться для возмущений устойчивой стратификационной структуры океана, вызванных сейсмическими движениями дна. Действительно, в этом случае горизонтальный размер очага цунами следует сопоставлять не с баротропным, а с бароклинным радиусом деформации Россби ($\sim 10^4$ м) [12], который, как правило, существенно уступает размеру очага цунами. Следовательно, вращение Земли должно оказывать сильное влияние на эволюцию возмущения стратификационной структуры, препятствуя его распаду на серию внутренних волн. В этой связи картина эволюции цунами в стратифицированном океане, описанная в классической работе [13] без учета вращения Земли, может оказаться не вполне корректной. Впрочем, как следует из заключительного раздела этой работы, автор, несомненно, осознавал важность «эффекта Кориолиса».

Возникновение возмущений стратификационной структуры океана при подводных землетрясениях связа-

но не только с вытеснением воды при деформации дна, но и с интенсификацией вертикального обмена в океане над очагом подводного землетрясения [4, 14, 15]. В любом случае долгоживущий след цунамигенного землетрясения, несущий в себе информацию об источнике цунами, несомненно, представляет как теоретический, так и практический интерес.

Настоящая работа является логическим продолжением нашего исследования [11], выполненного в предположении однородного океана. Здесь мы расширяем постановку задачи, предполагая, что океан является устойчиво стратифицированным (двухслойным). Цель работы — получение аналитического решения модельной задачи и выявление особенностей остаточных полей, обязанных наличию стратификации, при условиях, свойственных реальным очагам цунами.

1. Математическая модель

Будем рассматривать безграничную вдоль горизонтальной плоскости несжимаемую двухслойную жидкость на вращающейся Земле. Постановка задачи схематически представлена на рис. 1. Верхний слой имеет

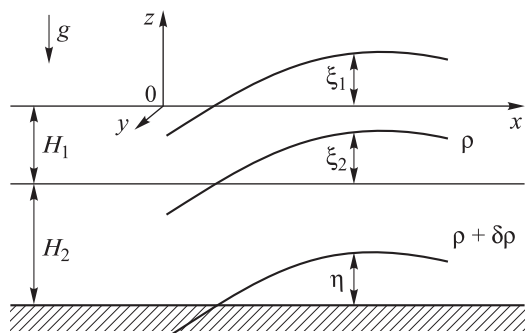


Рис. 1. Постановка задачи

толщину H_1 и плотность ρ , а нижний слой — толщину H_2 и плотность $\rho + \delta\rho$ ($\delta\rho > 0$). Сферичностью Земли пренебрежем. Начало прямоугольной системы координат расположим на свободной невозмущенной поверхности верхнего слоя. Ось z направим вертикально вверх, а оси x и y — на восток и на север соответственно. Для описания движений жидкости применим уравнения линейной теории длинных волн, записанные с учетом силы Кориолиса и предположения о малости перепада плотностей между слоями ($\delta\rho/\rho \ll 1$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} &= -g \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + f v_1, \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} &= -g \frac{\partial \xi_1}{\partial y} - f u_1, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = -g \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\delta\rho}{\rho} \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \right) + f v_2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = -g \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial y} + \frac{\delta\rho}{\rho} \frac{\partial \xi_2}{\partial y} \right) - f u_2,$$

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) H_1 + \frac{\partial \xi_1}{\partial t} - \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) H_2 + \frac{\partial \xi_2}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0,$$

где u_i и v_i — компоненты горизонтальной скорости течения i -го слоя ($i=1,2$) вдоль осей x и y соответственно, ξ_i — смещение поверхности i -го слоя от равновесного положения, η — смещение поверхности дна от исходного положения, g — ускорение силы тяжести, f — параметр Кориолиса ($f = \text{const}$).

Пусть до землетрясения положение дна определяется формулой $z_b = -H$, и оба слоя находятся в состоянии покоя $u_i = v_i = \xi_i = 0$. После землетрясения дно перемещается в новое положение $z_b = -H + \eta_\infty(x, y)$, где $\eta_\infty(x, y)$ — остаточная деформация дна ($|\eta_\infty| \ll H$), которая является причиной формирования остаточных гидродинамических полей в рассматриваемой системе.

Подход к решению задачи (1)–(3) аналогичен тому, который был использован в нашей работе [11]. Вначале поле скорости течения представляется как сумма потенциальной и вихревой компонент:

$$u_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_i}{\partial y}, \quad v_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} - \frac{\partial \psi_i}{\partial x}, \quad (4)$$

где φ_i — потенциал, ψ_i — функция тока i -го слоя. Компоненты скорости течения, выраженные через потенциал и функцию тока посредством формул (4), подставляются в уравнения (1)–(3), которые затем интегрируются по времени от 0 до ∞ . В итоге получаем систему стационарных дифференциальных уравнений, описывающую потенциальное и вихревое остаточные поля в двухслойной вращающейся жидкости:

$$H_1 \Delta \Phi_1 = \xi_{2\infty} - \xi_{1\infty}, \quad H_2 \Delta \Phi_2 = \eta_\infty - \xi_{2\infty}, \quad (5)$$

$$\Delta \psi_{i\infty} = f \Delta \Phi_i, \quad (6)$$

$$g \Delta \xi_{1\infty} + f \Delta \psi_{1\infty} = 0, \quad g \Delta \xi_{1\infty} + g \frac{\delta\rho}{\rho} \Delta \xi_{2\infty} + f \Delta \psi_{2\infty} = 0, \quad (7)$$

где $\xi_{i\infty}$ — остаточное смещение i -й поверхности в геострофическом вихре; $\psi_{i\infty}$ — функция тока, описывающая остаточное вихревое поле; $\Phi_i \equiv \int_0^\infty \varphi_i dt$ — потенциал смещений, по которому рассчитывается вектор остаточного смещения частиц воды в горизонтальном направлении $\mathbf{D}_{i\infty} = \nabla \Phi_i$.

Исключая из уравнений (5)–(7) функции ψ_i и Φ_i , приходим к следующей системе уравнений относительно функций $\xi_{1\infty}$ и $\xi_{2\infty}$:

$$R_0^2 \Delta \xi_{1\infty} = (1 + \beta)(\xi_{1\infty} - \xi_{2\infty}), \quad (8)$$

$$R_1^2 \Delta \xi_{2\infty} - \xi_{2\infty} = -\frac{1}{1 + \beta}(\eta_\infty + \beta \xi_{1\infty}), \quad (9)$$

где $R_0 = c_0/f$ и $R_1 = c_1/f$ — баротропный и бароклинный радиусы деформации Россби [12], $c_0 = \sqrt{g(H_1 + H_2)}$ — скорость длинных гравитационных волн в однородной жидкости, $c_1 = \sqrt{g\delta\rho H_1 H_2 / \rho(H_1 + H_2)}$ — скорость длинных внутренних волн в двухслойной жидкости [12], $\beta = H_2/H_1$ — отношение толщин нижнего и верхнего слоев.

В качестве граничных условий для задачи (8), (9) следует потребовать стремление к нулю решений $\xi_{1\infty}$ и $\xi_{2\infty}$ на бесконечном удалении от источника. Остаточное смещение $\mathbf{D}_{i\infty}$ и компоненты скорости вихревого течения $u_{i\infty}$ и $v_{i\infty}$ также должны стремиться к нулю на бесконечности. Кроме того, решение, конечно, должно быть ограниченным.

По заданной остаточной деформации дна η_∞ из решения системы (8), (9) определяются функции $\xi_{1\infty}$ и $\xi_{2\infty}$, по которым с использованием уравнений (5) и (6) рассчитываются все остальные искомые функции Φ_i и $\psi_{i\infty}$:

$$\psi_{1\infty} = -\frac{g}{f}\xi_{1\infty}, \quad \Phi_1 = -\frac{g}{f^2}\xi_{1\infty}, \quad (10)$$

$$\psi_{2\infty} = -\frac{g}{f}\left(\xi_{1\infty} + \frac{\delta\rho}{\rho}\xi_{2\infty}\right), \quad \Phi_2 = -\frac{g}{f^2}\left(\xi_{1\infty} + \frac{\delta\rho}{\rho}\xi_{2\infty}\right). \quad (11)$$

Вообще говоря, формулы (10), (11) верны с точностью до функции, являющейся частным решением плоского уравнения Лапласа, например $C_0 + C_1x + C_2y$, где C_0 , C_1 и C_2 — константы интегрирования. В силу того что искомые величины (остаточное смещение частиц воды и скорость в геострофическом вихре) выражаются через производные 1-го порядка по пространству от функций Φ_i и $\psi_{i\infty}$, величина константы C_0 не имеет значения. А из условия стремления решения к нулю на бесконечности следует $C_1 = C_2 = 0$. Для иного частного решения уравнения Лапласа, например $C_1 \ln(x^2 + y^2) + C_0$, получаем, что в силу ограниченности решения в начале координат константа интегрирования $C_1 = 0$, а величина C_0 , как уже отмечалось, не имеет значения. Кроме приведенных выше двух примеров, уравнение Лапласа, конечно, имеет и другие частные решения [16]. Но во всех случаях по указанным выше причинам константы интегрирования в этих решениях следует выбирать равными нулю.

Аналогично тому как это было сделано для случая однородного океана в работе [11], в качестве простой модели остаточной деформации дна будем рассматривать осесимметричное поднятие, описываемое функцией

$$\eta_0(r) = \eta_{0\max}[1 - \theta(r - R)], \quad (12)$$

где $\eta_{0\max}$ — амплитуда деформации, R — радиус источника, θ — функция Хевисайда.

Непосредственному аналитическому решению система (8), (9) не поддается даже в наиболее простом случае цилиндрической симметрии. Существенно упростить задачу можно, полагая $\xi_{1\infty} = 0$ (приближение «твердой крышки»). Но приближение «твердой крышки» может сильно исказить результат. Конечно, в типичных условиях смещение свободной поверхности в остаточном геострофическом вихре составляет всего порядка 1% от величины остаточной деформации дна: $\xi_{1\infty} \sim 0.01\eta_\infty$ [11]. Но дело в том, что коэффициент β может принимать достаточно большие значения, например $\beta = 50$ при $H_1 = 100$ м и $H_2 = 5000$ м. Следовательно, величины $\beta\xi_{1\infty}$ и η_∞ , входящие в правую часть уравнения (9), вполне могут оказаться сопоставимыми. Поэтому пренебрегать смещением свободной поверхности было бы некорректно. Приведем и второй, не менее важный аргумент против использования приближения «твердой крышки». Полагая $\xi_{1\infty} = 0$, мы автоматически исключаем из рассмотрения баротропный геострофический вихрь и тем самым кардинально меняем постановку задачи.

Вместо приближения «твердой крышки» мы воспользуемся иным, более точным приближением. Будем полагать, что учет слабой стратификации не может сильно

изменить смещение свободной поверхности в геострофическом вихре. Таким образом, смещение свободной поверхности может быть найдено из решения задачи об остаточных полях для однородного океана [11]. Напомним, что эта задача сводится к неоднородному уравнению Гельмгольца относительно смещения свободной поверхности в геострофическом вихре ξ_∞ :

$$R_0^2 \Delta \xi_\infty - \xi_\infty = -\eta_\infty, \quad (13)$$

для которого удалось найти аналитическое решение в случае осесимметричной деформации дна вида (12).

Подтвердим предположение о слабом влиянии стратификации на смещение свободной поверхности, используя оценку, основанную на аппроксимации оператора Лапласа в уравнениях (8), (9) и (13) по теории размерности: $\Delta \sim R^{-2}$. В результате несложных преобразований получаем, что относительное изменение амплитуды смещения поверхности, которое обязано учету стратификации, определяется следующей формулой:

$$\frac{\xi_\infty - \xi_{1\infty}}{\xi_\infty} \sim \frac{R_1^2 (R_0^2 + R^2(1 + \beta))}{(R^2 + R_0^2)(R^2 + R_1^2) + R^2 R_1^2 \beta}. \quad (14)$$

Подставляя в формулу (14) типичные значения ($R = 10^5$ м, $R_0 = 10^6$ м, $R_1 = 10^4$ м, $\beta = 10$), получаем $(\xi_\infty - \xi_{1\infty})/\xi_\infty \sim 0.01$. Иными словами, в типичных условиях учет стратификации действительно слабо сказывается на амплитуде смещения поверхности.

В цилиндрических координатах уравнение (13) имеет вид

$$\frac{\partial^2 \xi_\infty}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \xi_\infty}{\partial r^*} - \mu_0^2 \xi_\infty = -\mu_0^2 \eta_\infty, \quad (15)$$

где $r^* = r/R$ — безразмерная пространственная переменная, $\mu_0 = R/R_0$ — безразмерный параметр, выражающий отношение радиуса источника и баротропного радиуса деформации Россби. Решение уравнения (15) для деформации дна, определяемой формулой (12), выражается через модифицированные функции Бесселя [11]

$$\xi_\infty(r^*) = \eta_{0\max} \begin{cases} 1 - \mu_0 K_1(\mu_0) I_0(\mu_0 r^*), & 0 \leq r^* < 1, \\ \mu_0 K_0(\mu_0 r^*) I_1(\mu_0), & r^* \geq 1, \end{cases} \quad (16)$$

где I_i — функция Инфельда, K_i — функция Макдональда.

Для получения приближенного решения системы уравнений (8), (9) будем полагать, что $\xi_{1\infty} = \xi_\infty$, где функция ξ_∞ определяется выражением (16). Если функция $\xi_{1\infty}$ нам известна, то уравнение (8) для дальнейшего решения уже не требуется — оно выпадает из рассмотрения. Оставшееся второе уравнение системы (9) также запишем в цилиндрических безразмерных координатах:

$$\frac{\partial^2 \xi_{2\infty}}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \xi_{2\infty}}{\partial r^*} - \mu_1^2 \xi_{2\infty} = -\frac{\mu_1^2}{1 + \beta} (\eta_\infty + \beta \xi_{1\infty}), \quad (17)$$

где $\mu_1 = R/R_1$ — безразмерный параметр, выражающий отношение радиуса источника и бароклинного радиуса деформации Россби. Уравнение (17) фактически аналогично уравнению (15), отличие состоит только в значении коэффициентов и виде правой части. Решение уравнения (17) дается следующей формулой:

$$\xi_{2\infty}(r^*) = \frac{\eta_{0\max}}{1 + \beta} (\zeta_1(r^*) + \beta \zeta_2(r^*)), \quad (18)$$

$$\zeta_1(r^*) = \begin{cases} 1 - \mu_1 K_1(\mu_1) I_0(\mu_1 r^*), & 0 \leq r^* < 1, \\ \mu_1 K_0(\mu_1 r^*) I_1(\mu_1), & r^* \geq 1, \end{cases} \quad (19)$$

$$\zeta_2(r^*) = \begin{cases} 1 + \frac{\mu_0 \mu_1 (-\mu_1 I_0(r^* \mu_0) K_1(\mu_0) + \mu_0 I_0(r^* \mu_1) K_1(\mu_1))}{\mu_1^2 - \mu_0^2}, & 0 \leq r^* < 1, \\ \frac{\mu_0 \mu_1 (\mu_1 I_1(\mu_0) K_0(r^* \mu_0) - \mu_0 I_1(\mu_1) K_0(r^* \mu_1))}{\mu_1^2 - \mu_0^2}, & r^* \geq 1. \end{cases} \quad (20)$$

Рассчитав потенциал смещений Φ_i и функцию тока $\psi_{i\infty}$ через функции $\xi_{i\infty}$ посредством формул (10) и (11), вычислим остаточные смещения частиц воды в радиальном направлении и скорость вихревого течения

$$D_{i\infty} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial r}, \quad v_{i\infty} = -\frac{\partial \psi_{i\infty}}{\partial r}. \quad (21)$$

В рамках принятого приближения ($\xi_{1\infty} = \xi_\infty$) в верхнем слое эти величины соответствуют случаю однородного океана

$$D_{1\infty}(r^*) = \frac{\eta_{0\max} R}{H_1 + H_2} \chi(r^*), \quad (22)$$

$$v_{1\infty}(r^*) = -\frac{\eta_{0\max} R f}{H_1 + H_2} \chi(r^*), \quad (23)$$

$$\chi(r^*) = \begin{cases} I_1(\mu_0 r^*) K_1(\mu_0), & 0 \leq r^* < 1, \\ I_1(\mu_0) K_1(\mu_0 r^*), & r^* \geq 1. \end{cases} \quad (24)$$

В нижнем слое остаточные смещения частиц воды в радиальном направлении и скорость вихревого течения отличаются от значений, соответствующих однородному океану, теперь эти величины определяются следующими формулами:

$$D_{2\infty}(r^*) = \frac{\eta_{0\max} R}{H_1 + H_2} [\chi(r^*) + \Delta\chi(r^*)], \quad (25)$$

$$v_{2\infty}(r^*) = -\frac{\eta_{0\max} R f}{H_1 + H_2} [\chi(r^*) + \Delta\chi(r^*)], \quad (26)$$

$$\Delta\chi(r^*) = \frac{\delta\rho}{\rho} \frac{(\sigma_1(r^*) + \beta\sigma_2(r^*))}{(1 + \beta)}, \quad (27)$$

$$\sigma_1(r^*) = \frac{\mu_1^2}{\mu_0^2} \begin{cases} I_1(\mu_1 r^*) K_1(\mu_1), & 0 \leq r^* < 1, \\ I_1(\mu_1) K_1(\mu_1 r^*), & r^* \geq 1. \end{cases}$$

$$\sigma_2(r^*) = \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 - \mu_0^2} \begin{cases} I_1(\mu_0 r^*) K_1(\mu_0) - I_1(\mu_1 r^*) K_1(\mu_1), & 0 \leq r^* < 1, \\ I_1(\mu_0) K_1(\mu_0 r^*) - I_1(\mu_1) K_1(\mu_1 r^*), & r^* \geq 1. \end{cases}$$

2. Результаты и их обсуждение

Полученное в предыдущем разделе решение, описывающее остаточные поля в двухслойном вращающемся океане, зависит от трех безразмерных параметров — β , μ_0 и μ_1 . Эти параметры удобны для получения аналитического решения, но они не являются независимыми. В частности, существует следующая связь: $\mu_1^2 = \mu_0^2(1 + \beta)^2/(\beta\delta\rho/\rho)$. Для представления результатов удобнее использовать набор независимых параметров: β , μ_0 и $\delta\rho/\rho$.

Свойственное реальному океану соотношение толщин слоев ($H_1 \sim 10^2$ м, $H_2 \sim 10^3$ м) определяет типичное значение параметра $\beta \sim 10$. Впрочем, величина β может меняться в очень широком диапазоне от $\beta_{\min} \sim 10^{-3}$ (тонкий придонный перемешанный слой) до $\beta_{\max} \sim 10^3$ (тонкий верхний перемешанный слой).

В условиях нашей планеты величина μ_0 варьируется от $\mu_{\min} \approx 0$ в экваториальной зоне до $\mu_{\max} \sim 1$ (высокие широты, протяженный очаг, шельфовые глубины). Типичное значение этого параметра при $f \sim 10^{-4}$ с⁻¹, $R \sim 10^5$ м, $H_1 + H_2 \sim 10^3$ м составляет $\mu_0 \sim 10^{-1}$.

Во всех расчетах, представленных в этом разделе, мы будем основываться на фиксированной величине $\delta\rho/\rho = 0.003$ — это типичное значение относительного перепада плотности для океана [12]. Два оставшихся свободных параметра будем варьировать в пределах, перекрывающих всевозможные реальные значения: $0.001 < \mu_0 < 10$, $10^{-3} < \beta < 10^3$.

На рис. 2 показана форма смещения свободной поверхности воды в остаточном геострофическом вихре $\xi_{1\infty}(r^*)$ и форма смещения поверхности раздела слоев $\xi_{2\infty}(r^*)$, которые рассчитаны по формулам (16) и (18) при типичных значениях параметров $\mu_0 = 0.1$ и $\beta = 10$. В первую очередь обращает на себя внимание тот факт, что смещение поверхности раздела слоев по амплитуде на порядок превосходит смещение свободной поверхности, т. е. наблюдается эффект связывания возмущения устойчивой стратификации в геострофическом вихре.

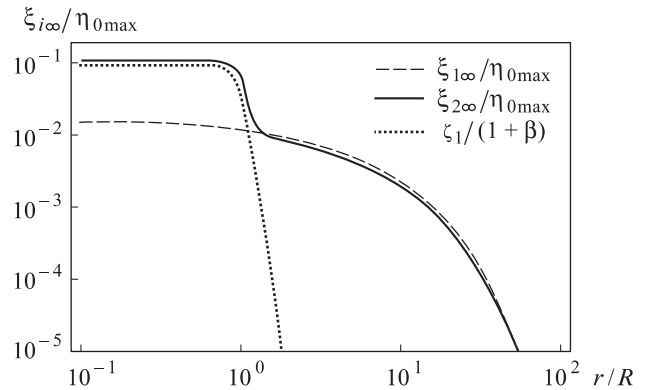


Рис. 2. Смещение свободной поверхности воды $\xi_{1\infty}$ и смещение поверхности раздела слоев $\xi_{2\infty}$ в остаточном геострофическом вихре. Смещение поверхности раздела слоев, рассчитанное в приближении «твердой крышки» ($\zeta_1/(1 + \beta)$). Расчет выполнен по формулам (16) и (18) при $\mu_0 = 0.1$, $\beta = 10$, $\delta\rho/\rho = 0.003$

Пунктирной линией на рис. 2 показана форма смещения поверхности раздела слоев, рассчитанная в приближении «твердой крышки» (т. е. при $\zeta_2(r^*) = 0$). Видно, что приближение «твердой крышки» неплохо работает внутри области источника ($r^* < 1$), но вне источника оно дает принципиально иной результат.

Смещение свободной поверхности и смещение поверхности раздела во всех случаях достигают максимальных значений в центре источника. Полагая в формулах (16) и (18) $r^* = 0$, можно рассчитать эти максимальные значения в зависимости от параметров μ_0 и β . Результаты расчетов показаны на рис. 3. Видно, что во всех случаях амплитуда смещения поверхности раздела

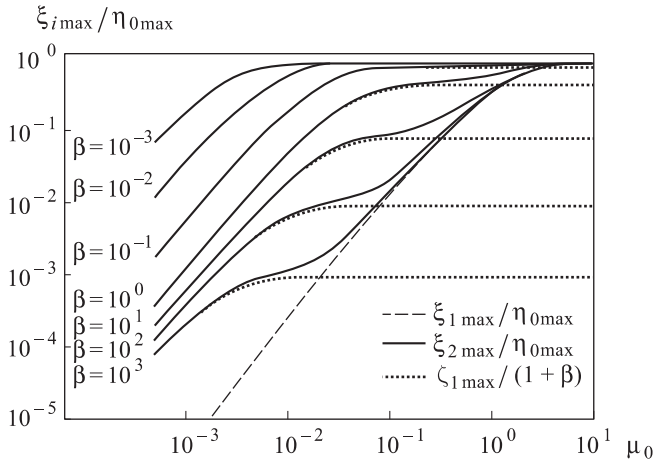


Рис. 3. Амплитуда смещения свободной поверхности воды $\xi_{1 \max}$ и смещения поверхности раздела слоев $\xi_{2 \max}$ в остаточном геострофическом вихре как функция параметра μ_0 . Амплитуда смещения поверхности раздела слоев, рассчитанная в приближении «твердой крышки» ($\zeta_{1 \max} / (1 + \beta)$). Расчет выполнен по формулам (16) и (18) при $\delta\rho/\rho = 0.003$ и различных значениях параметра β (указаны на рисунке)

превосходит амплитуду смещения свободной поверхности. А при малых значениях параметра β (тонкий нижний слой) амплитуда смещения поверхности раздела может превосходить амплитуду смещения свободной поверхности на несколько порядков.

Пунктирными линиями на рис. 3 показаны зависимости, рассчитанные в приближении «твердой крышки». Неработоспособность этого приближения, особенно ярко проявляется при больших значениях параметров μ_0 и β .

На рис. 4 представлен вид функций $\chi(r^*)$ и $\Delta\chi(r^*)$, которые определяют пространственную структуру остаточных полей — остаточного смещения частиц воды $D_{i\infty}(r^*)$ и скорости течения в геострофическом вихре $v_{i\infty}(r^*)$. Расчет выполнен по формулам (24) и (27) при типичных значениях параметров $\mu_0 = 0.1$ и $\beta = 10$. При всех значениях аргумента $\chi(r^*) > 0$ и $\Delta\chi(r^*) > 0$. То есть в соответствии с формулами (22) и (25) поднятие дна ($\eta_{0 \max} > 0$) сопровождается смещением частиц воды в положительном направлении — от центра

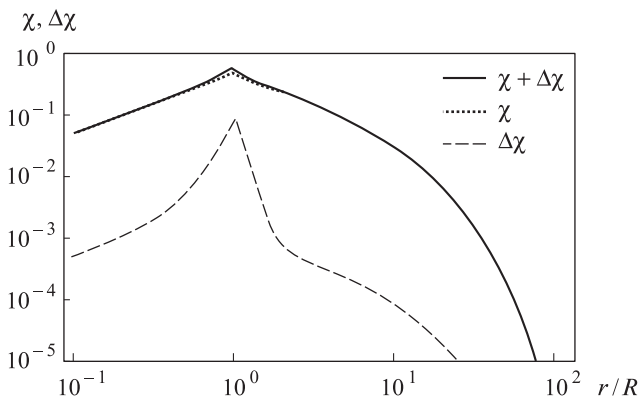


Рис. 4. Функции $\chi + \Delta\chi$, χ и $\Delta\chi$, определяющие пространственную структуру остаточных полей. Расчет выполнен по формулам (24) и (27) при $\mu_0 = 0.1$, $\beta = 10$, $\delta\rho/\rho = 0.003$

источника. Отрицательный знак в формулах (23) и (26) означает, что в Северном полушарии, где параметр Кориолиса $f > 0$, поднятие дна вызывает вихрь, вращающийся в отрицательном направлении (антициклонический). Опускание дна ($\eta_{0 \max} < 0$) приводит к обратному результату — смещению частиц к центру и к циклоническому вихрю. Хорошо видно, что добавка к полю скорости в нижнем слое $\Delta\chi(r^*)$, которая обязана влиянию стратификации, незначительно увеличивает остаточное смещение частиц воды и скорость вихревого течения вблизи границы источника ($r^* = 1$).

Максимальные значения функций $\chi(r^*)$ и $\Delta\chi(r^*)$ всегда достигаются в точке $r^* = 1$. Зная это, можно рассчитать максимальные значения функций $\chi(r^*)$ и $\Delta\chi(r^*)$ в зависимости от параметров μ_0 и β . Результаты расчетов показаны на рис. 5. Из рисунка видно, что при типичном значении параметра $\mu_0 = 0.1$ и при больших значениях параметра β ($\beta > 10$) стратификация незначительно влияет на амплитуду остаточных смещений частиц и скорость вихревого движения в нижнем слое. Но в тех случаях, когда $\beta < 10$, пренебречь этим влиянием становится невозможно. Более того, для относительно тонких нижних слоев $\beta < 0.1$ вклад стратификации в остаточные поля может оказаться преобладающим.

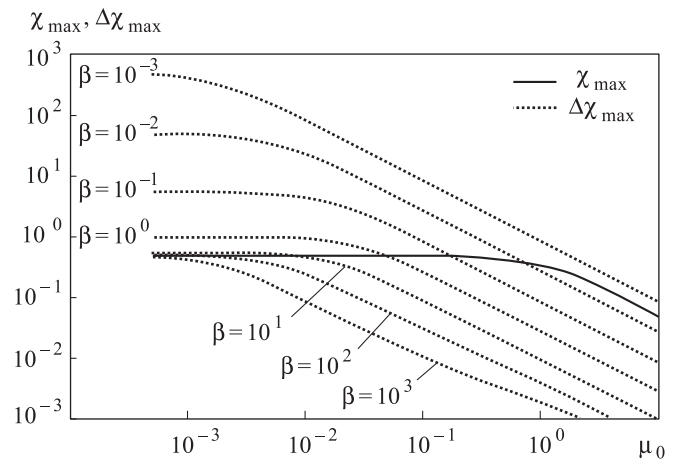


Рис. 5. Максимальные значения функций χ и $\Delta\chi$ в зависимости от параметра μ_0 . Расчет выполнен по формулам (24) и (27) при $\delta\rho/\rho = 0.003$ и различных значениях параметра β (указаны на рисунке)

Заключение

В рамках линейной теории длинных волн получена система уравнений, описывающая потенциальное и вихревое остаточные гидродинамические поля, возникающие во вращающемся устойчиво стратифицированном (двухслойном) океане в процессе генерации цунами косейсмическими деформациями дна. Для модельного случая цилиндрически симметричной деформации дна найдено приближенное аналитическое решение задачи. Упрощающее предположение, на котором основано получение приближенного решения, состоит в том, что учет слабой стратификации не оказывает существенного влияния на смещение свободной поверхности в геострофическом вихре. Предположение подтверждено оценкой, основанной на теории размерности.

На основе аналитического решения для условий, свойственных реальным очагам цунами, проанализированы особенности остаточных полей, обусловленные наличием слабой устойчивой стратификации. Показано, что, несмотря на малость относительного перепада плотностей $\delta\rho/\rho$, наличие стратификации способно оказать существенное влияние на остаточные поля в нижнем слое. Во-первых, амплитуда остаточного смещения поверхности раздела слоев может существенно превосходить амплитуду остаточного смещения свободной поверхности. Иными словами возмущение стратификационной структуры, вызванное деформацией дна, консервируется в области источника за счет эффекта вращения Земли. Во-вторых, в случае тонкого нижнего перемешанного слоя остаточные горизонтальные смещения частиц воды и скорость вихревого течения могут значительно превосходить соответствующие величины, рассчитанные без учета стратификации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 13-05-00337, 13-05-92100 и 12-05-31422).

Список литературы

1. *Bolshakova A.V., Nosov M.A.* // Pure and Applied Geophys. 2011. **168**. P. 2023.
2. *Носов М.А., Колесов С.В., Левин Б.В.* // Докл. РАН. 2011. **441**, № 1. С. 108.
3. *Пелиновский Е.Н.* Гидродинамика волн цунами. Н. Новгород, 1996.
4. *Levin B.W., Nosov M.A.* Physics of Tsunamis. Springer, 2008.
5. *Носов М. А., Мошенцева А. В., Левин Б.В.* // Докл. РАН. 2011. **438**, № 5. С. 694.
6. *Ингель Л.Х.* // Доклады РАН. 1998. **362**, № 4. С. 548.
7. *Доценко С.Ф.* // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1999. **35**, № 5. С. 706.
8. *Доценко С.Ф.* // Прикладная гидромеханика. 2000. **2(74)**, № 4. С. 24.
9. *Доценко С.Ф., Шокин Ю.И.* // Вычисл. технологии. 2001. **6**, № 1. С. 13.
10. *Nosov M.A., Moshenceva A.V., Kolesov S.V.* // Pure and Appl. Geophys. 2013. **170**, N 9, 10. P. 1647. <http://dx.doi.org/10.1007/s00024-012-0605-2>.
11. *Носов М.А., Нурисламова Г.Н.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2012. № 5. С. 44.
12. *Gill A.E.* Atmosphere-ocean dynamics. N. Y.; L.; P., 1982.
13. *Hamrick J.L.* // J. Phys. Oceanogr. 1980. **10**, N 9. P. 1455.
14. *Левин Б.В., Носов М.А., Павлов В.П., Рыкунов Л.Н.* // Докл. РАН. 1998. **358**, № 3. С. 399.
15. *Nosov M.A.* // Volcanology and Seismology. 1998. **19**, N 3. P. 371.
16. *Полянин А.Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М., 2001.

Traces of a tsunamigenic earthquake in the rotating stratified ocean

M. A. Nosov^a, G. N. Nurislamova^b

Department of Marine and Inland Water Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^a nosov@phys.msu.ru, ^b gulnaz1205@yandex.ru.

Equations for description of potential and vortex residual fields that accompany tsunami generation by co-seismic bottom deformation in the rotating two-layer stratified ocean are derived within the framework of linear long-wave theory. An approximate analytical solution to the respective axisymmetric problem is obtained. On the base of the analytical solution, under typical conditions for a tsunami source, particular features of the residual fields that arise due to stratification are examined.

Keywords: linear long-wave theory, tsunami generation, co-seismic bottom deformation, residual hydrodynamic fields, geostrophic vortex, two-layer stratification, Rossby radius of deformation.

PACS: 91.30.Nw, 92.10.Iv.

Received 2 July 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2013).

Сведения об авторах

1. Носов Михаил Александрович — докт. физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-36-98, e-mail: nosov@phys.msu.ru.
2. Нурисламова Гульназ Нуровна — студентка; тел.: (495) 939-36-98, e-mail: gulnaz1205@yandex.ru.