

РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

Определение численного значения гравитационной постоянной при сложной форме взаимодействующих тел

В. М. Шапаронов

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики колебаний. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: shahp@phys.msu.ru*

Статья поступила 31.05.2013, подписана в печать 14.09.2013.

Приводится пример расширения функциональной возможности методик для расчета гравитационной постоянной при сферической форме взаимодействующих тел. Проведен анализ результатов, полученных на установке, в которой рабочее тело выполнено в виде кварцевого параллелепипеда. Неудачный выбор формы и материала рабочего тела крутильных весов при наличии в вакуумной камере неравновесных потоков привел к систематической погрешности измерений.

Ключевые слова: гравитационная постоянная, крутильные весы, динамический метод, методики расчета, дестабилизирующие факторы, потоки разреженного газа.

УДК: 534.1. PACS: 06.20.Jg, 04.80.Cc.

Введение

В современной физике и радиофизике, а также метрологии встречаются различные виды гравитационных экспериментов — поиск гравитационных волн [1], проверка принципа эквивалентности [2], определение численного значения гравитационной постоянной [3–18]. К фундаментальным следует отнести прежде всего гравитационно-волновые эксперименты, которые являются современным магистральным направлением. Проверку принципа эквивалентности можно рассматривать как в аспекте проверки положений теории относительности, так и фундаментальной метрологии. История этого эксперимента насчитывает более трех столетий. Измерения гравитационной постоянной G продолжаются около двухсот лет. При этом значимые результаты, полученные динамическим методом и основанные на доступных записях протоколов измерений, являются единичными и уникальными.

В более ранних работах использовался только статический режим, в котором измеряемой величиной является смещение положения равновесия весов. В конце XVIII в. Г. Кавендиш провел опыты по определению гравитационной постоянной, массы и средней плотности Земли [3]. Прибор размещался в изолированном помещении. Наблюдения за отклонениями весов проводились с помощью оптической трубы. В расчетах не учитывалось притяжение коромысла весов. Было получено значение гравитационной постоянной

$$G = (6.74 \pm 0.05) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Суть динамического метода заключается в измерении периодов и амплитуд колебаний крутильных весов при различных позициях притягивающих масс. Динамический метод измерения гравитационной постоянной G является одним из основных методов получения численного значения этой фундаментальной константы. Процесс получения окончательного результата состоит из разных этапов. Сначала измеряют массы и геометрию

всех взаимодействующих тел, а также их взаимное положение. Затем проводят многократные измерения периодов и амплитуд колебаний крутильных весов при всех заданных положениях притягивающих масс. На заключительном этапе на базе полученных данных вычисляют значение гравитационной постоянной G во всех комбинациях позиций притягивающих масс.

Ф. Райх [4] сделал первую попытку по применению динамического метода. В опытах по определению гравитационной постоянной G австрийский физик из Вены К. Браун наряду со статическим уже успешно использовал и динамический метод, а венгерский физик Р. Этвеш впервые стал использовать только динамический. Измерение G Брауном и Этвешем проводилось в атмосферных условиях. Результат Брауна $(6.658 \pm 0.002) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ опубликован в 1897 г. [5], а Этвеша $(6.657 \pm 0.013) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ — в 1896 г. [6].

Реализация динамического метода существенно упрощается, когда все взаимодействующие массы имеют сферическую форму [7]. Настоящая статья посвящена анализу [8, 9] тремя независимыми методиками с использованием содержащихся в [10] моментов притяжения блока с двухслойным металлическим покрытием. В ней устранена допущенная в [11] ошибка вычисления моментов притяжения рабочего тела весов, выполненного в виде позолоченного кварцевого блока. Это позволило более четко и достоверно выявить ряд проблем, с которыми столкнулись авторы [9]. Реальную толщину покрытия на гранях кварцевого блока выяснить не удалось, что затруднило проведение более тщательного анализа. Дополнительная методика 3 представлена в [9].

Совпадение результатов, полученных независимыми методиками 1 и 2, повышает достоверность. Аналогичные результаты, полученные по дополнительной методике 3 с использованием приведенных в [9] протоколов измерений, дополнительно свидетельствуют о достоверности расчетов по методикам 1 и 2.

В методике 1 [11-15] периоды ангармонических колебаний определяются интегрированием уравнений

$$\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \varphi_1 + \frac{K_1}{J} = 0,$$

$$\frac{d^2\varphi_3}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \varphi_3 + \frac{K_3}{J} = 0$$

методом Рунге–Кутты, где K_1, K_3 — моменты притяжения при размещении притягивающих масс в позициях 1 и 3, J — момент инерции рабочего тела весов, T_0 — период колебаний при отсутствии притягивающих масс, φ — угол отклонения весов от положения равновесия. Численные интегрирования проводят при $G = G_0(1 \pm k)$, где G_0 — стандартное значение гравитационной постоянной. В двух позициях при двух значениях G , которые задаются параметрами G_0 и k , вычисляют разность обратных квадратов периодов колебаний τ_1 и τ_3 . Величина k существенно меньше 1 (обычно она принимается равной 0.001). Ее можно изменять в широких пределах. Результаты расчета G при изменении k или G_0 сохраняются. Гравитационную постоянную G_{13} определяют по формуле

$$G_{13} = G_0(1 - k) + 2G_0k \frac{\tau_{\text{exp}} - \tau_3}{\tau_1 - \tau_3}.$$

Аналогичный результат обеспечивает и другой вариант этой формулы

$$G_{13} = G_0(1 + k) + 2G_0k \frac{\tau_{\text{exp}} - \tau_1}{\tau_1 - \tau_3}.$$

Методика 2 [11–15] предусматривает расчеты по аналитическим формулам. Моменты сил притяжения раскладывают в ряд по степеням угла отклонения весов φ . Линейные члены моментов притяжения суммируют с основными линейными членами, нелинейные дают свой вклад с весом $3\varphi_0^2/4$ и $5\varphi_0^4/8$, где φ_0 — амплитуда колебаний.

В экспериментах многих авторов [8–10, 16–18] использовались сложные для расчетов формы взаимодействующих тел. В этих случаях невозможно в аналитическом виде представить моменты притяжения. Возник вопрос: как использовать имеющиеся методики для обработки таких экспериментов?

1. Расчет гравитационной постоянной

Рассмотрим относительно простой случай, когда притягивающие тела со средней массой $M = 778.17785$ г имеют шаровую форму, а рабочее тело весов выполнено в виде блока из кварца массой $m = 63.38388$ г, покрытого двухслойной металлической пленкой массой 49.863 мг [8–10]. Длина блока составляет 91.46546 мм, высота 26.21618 мм, ширина 12.01471 мм. В ряде других работ [16–18] использовались взаимодействующие тела значительно более сложной формы, что ощутимо усложняло проведение расчетов.

Обозначим индексами i и j позиции притягивающих масс. Если $i = 1, j = 3$, то проводится прямой цикл измерений. Если $i = 3, j = 1$, то цикл становится обратным. Они непрерывно чередуются. К сожалению, невозможно тут же разместить массы в позиции 2,

поскольку они находятся внутри камеры и не могут быть удалены без ее разгерметизации.

В позиции 1 притягивающие массы расположены со стороны торцов подвешенного на крутильной нити блока, в позиции 2 отсутствуют, в позиции 3 повернуты на 90° . Расстояния от центров притягивающих сферических масс до оси вращения рабочего тела весов в позициях 1 и 3 равны и составляют 7.858075 см, поскольку массы перемещаются вращением поворотного стола. В позиции 2 массы удаляются, их взаимодействие с кварцевым блоком исключается. Поскольку они расположены внутри вакуумной камеры, эта процедура вызывает проблемы. При размерах сторон ячеек порядка 50 мкм рассчитаны моменты притяжения K_1 и K_3 блока без металлического покрытия. Согласно [10], с учетом покрытия и некоторых элементов конструкции весов моменты притяжения K_1 и K_3 увеличиваются соответственно на 974 и 846 ppm. Воспользуемся данной рекомендацией, которая пока является предметом дискуссий. Далее определим аналогичные значения L_{1m} и L_{3m} в модельной системе, при которых на малой амплитуде выполняются условия $K_{1m} = K_1, K_{3m} = K_3$. В модельной системе блок с покрытием заменен на тонкий стержень массой $m = 63.433743$ г. Соответствующие величины в модельной системе снабжены дополнительным индексом m . Для уменьшения K_{1m} и K_{3m} до уровня K_1 и K_3 вводится коррекция в положение притягивающих масс. В позиции 1 на линии равновесия блока находим, что $L_{1m} = 8.0436221$ см, а в позиции 3 расстояние $L_{3m} = 7.929161$ см.

Для обеспечения работоспособности методик 1 и 2 до амплитуды колебаний 80 мрад введем в уравнения движения дополнительные коэффициенты k_1 и k_3 , уравнивающие моменты притяжения реальных и модельных тел в широком диапазоне φ . Тогда уравнения движения весов представим в виде [11]

$$\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \varphi_1 + K_{1m} \frac{1 + k_1\varphi_1^2}{J} = 0,$$

$$\frac{d^2\varphi_3}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \varphi_3 + K_{3m} \frac{1 + k_3\varphi_3^2}{J} = 0,$$

$$K_{1m} = GMm \frac{a_{1a} + a_{1b}}{\sin \varphi},$$

$$a_{1a} = \frac{L_{1m} + L \cos \varphi_1}{L (L^2 + L_{1m}^2 + 2LL_{1m} \cos \varphi_1)^{1/2}},$$

$$a_{1b} = -\frac{L_{1m} - L \cos \varphi_1}{L (L^2 + L_{1m}^2 - 2LL_{1m} \cos \varphi_1)^{1/2}},$$

$$K_{3m} = GMmL_{3m}(b_{2a} + b_{2b}),$$

$$b_{2a} = \frac{L_{3m}^2 - LL_{3m} \sin \varphi_3}{LL_{3m}^2 (L^2 + L_{3m}^2 - 2LL_{3m} \sin \varphi_3)^{1/2} \cos \varphi_3},$$

$$b_{2b} = -\frac{L_{3m}^2 + LL_{3m} \sin \varphi_3}{LL_{3m}^2 (L^2 + L_{3m}^2 + 2LL_{3m} \sin \varphi_3)^{1/2} \cos \varphi_3}.$$

В методике 3 [8, 9] расчеты гравитационной постоянной G_{13} проводятся по простой приближенной формуле

$$G_{13} = 4\pi^2 J G_0 \varphi \frac{T_1^{-2} - T_3^{-2}}{K_1 - K_3}.$$

Она представляет частный случай методики 2. Ее основная ценность состоит в том, что она проста и помогает лишний раз подтвердить эффективность и надежность наших двух методик 1 и 2, поскольку при очень малых амплитудах колебаний достигнуто практически полное совпадение результатов по всем методикам. Расчеты по методикам 1 и 2 проводятся по разработанной программе, написанной на языке Wolfram C. С введением корректирующих коэффициентов k_1 и k_2 программа была усложнена и приспособлена для расчетов [9] при амплитуде до 80 мрад и даже более.

По опубликованным экспериментальным данным [9] проведем расчеты гравитационной постоянной как по методике 2, так и по методике 3. Расчеты по методике 1 идеально совпадают с расчетами по методике 2 и поэтому не приводятся. Результаты даны в табл. 1.

Таблица 1

Расчет G_{ij} в первом эксперименте
при двухпозиционной схеме

N	i	j	$T_i, \text{с}$	$T_j, \text{с}$	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$
1	3	1	535.809800	532.56028	6.67875	6.67870
2	1	3	532.560280	535.80557	6.67013	6.67009
3	3	1	535.805570	532.55578	6.67944	6.67940
4	1	3	532.555790	535.80066	6.66944	6.66940
5	3	1	535.800660	532.55122	6.67892	6.67888
6	1	3	532.551220	535.79711	6.67169	6.67165
7	3	1	535.797110	532.54797	6.67843	6.67839
8	1	3	532.547970	535.79296	6.66998	6.66994
9	3	1	535.792960	532.54438	6.67743	6.67739
10	1	3	532.544380	535.79059	6.67260	6.67256
11	3	1	535.790590	532.54198	6.67758	6.67754
12	1	3	532.541980	535.78766	6.67161	6.67157
13	3	1	535.787660	532.53898	6.67783	6.67779
14	1	3	532.538980	535.78497	6.67235	6.67231
15	3	1	535.784970	532.53606	6.67841	6.67837
16	1	3	532.536060	535.78180	6.67195	6.67191
17	3	1	535.781800	532.53382	6.67660	6.67656
18	1	3	532.533820	535.77985	6.67263	6.67259
19	3	1	535.779850	532.53128	6.67790	6.67786

Методики 2 и 3 дают практически неразличимые результаты. Использование методики 3 при амплитуде колебаний 2 мрад занижает G_{13} на 6 ррт, а G_{12} — на 8 ррт. Это обусловлено тем, что она не учитывает оставшуюся нелинейность. В первом эксперименте получены значения

$$G_{13} = 6.67138(40) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{31} = 6.67816(25) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Среднее значение $G = 6.67477 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$. Разность G_{31} и G_{13} составила 1017 ррт. Строгое чередование

более высоких значений G_{31} в обратных циклах измерений, начинающийся с более удаленной позиции 3, и более низких значений G_{13} связано с неуклонным дрейфом периода колебаний весов в сторону его уменьшения.

Во втором эксперименте [9] использовались шары со средней массой $M = 778.17776 \text{ г}$. Их центры удалены на расстоянии $L = 7.8685055 \text{ см}$ от оси вращения блока. При положении масс в позиции 1 расстояние $L_{1m} = 8.0537799 \text{ см}$. При положении масс в позиции 3 расстояние $L_{3m} = 7.939579 \text{ см}$. Расчеты G двумя методиками в двухпозиционной схеме даны в табл. 2.

Таблица 2

Расчет G_{ij} во втором эксперименте
при двухпозиционной схеме

N	i	j	$T_i, \text{с}$	$T_j, \text{с}$	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$
1	1	3	532.84127	536.07102	6.66407	6.66403
2	3	1	536.07102	532.83246	6.68241	6.68237
3	1	3	532.83246	536.06499	6.67008	6.67004
4	3	1	536.06499	532.83818	6.65817	6.65813
5	1	3	532.83818	536.06152	6.65108	6.65104
6	3	1	536.06152	532.82485	6.67883	6.67879
7	1	3	532.82485	536.05907	6.67382	6.67378
8	3	1	536.05907	532.82311	6.67745	6.67741
9	1	3	532.82311	536.05755	6.67434	6.67430
10	3	1	536.05755	532.82167	6.67734	6.67730
11	1	3	532.82167	536.05622	6.67462	6.67458
12	3	1	536.05622	532.82034	6.67739	6.67735
13	1	3	532.82034	536.05492	6.67473	6.67469

Получено

$$G_{13} = 6.66896(332) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{31} = 6.67526(351) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Разность G_{31} и G_{13} составила 944 ррт при среднем значении $6.67211 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$, что отличается от результатов первого эксперимента.

Заметим, что первые пять результатов второго эксперимента дают

$$G_{13} = 6.66174(561) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

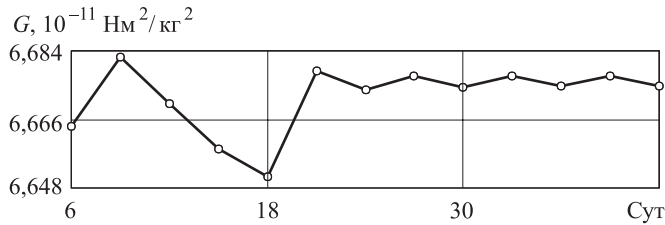
$$G_{31} = 6.67029(212) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Разность G_{31} и G_{13} составила 1282 ррт при среднем значении $6.66017 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$. Последние восемь дают другой, более достоверный результат

$$G_{13} = 6.67438(20) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{31} = 6.67775(36) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Разность G_{31} и G_{13} составила 505 ррт при среднем значении $6.67606 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$. Разница двух полученных средних значений достигла 1505 ррт (рис. 1).

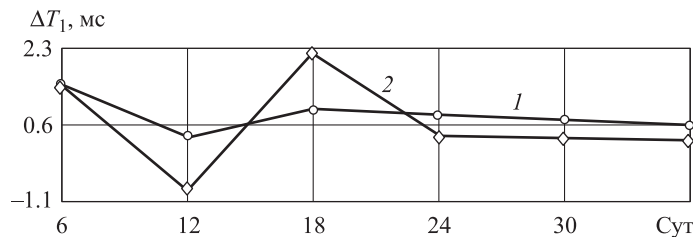
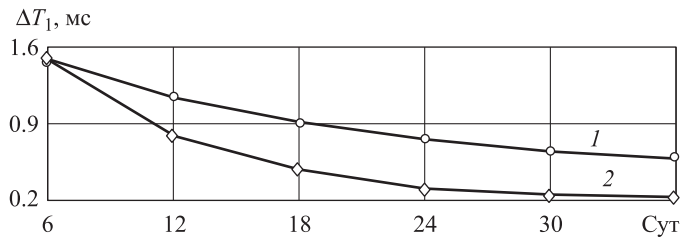
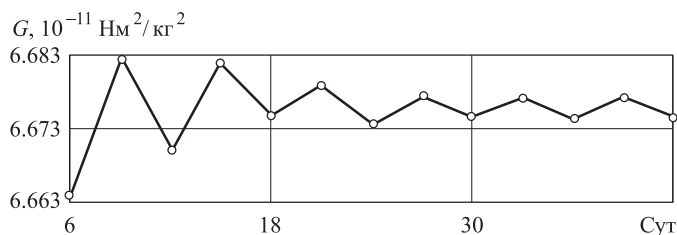
Рис. 1. Вариации G во втором эксперименте

Достоверность первых пяти результатов вызывает большие сомнения. Об этом прежде всего свидетельствует немонотонный дрейф периода T_1 (рис. 2). Кроме того, нарушено характерное условие $G_{31} > G_{13}$ в смежных циклах. Однако если уменьшить значение периода $T_1 = 532.83818$ с на 10.5 мс, дрейф периода станет монотонным (рис. 3), а вариации G во втором эксперименте будут иметь такой же вид (рис. 4), как и в первом эксперименте. При этом будут получены следующие результаты:

$$G_{13} = 6.67194(146) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{31} = 6.67873(80) \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Разность G_{31} и G_{13} составила 1017 ppm при среднем значении $6.67533 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$, что почти повторяет результаты первого эксперимента. Причина единственного сбоя может быть вызвана как флуктуацией потоков, так и колебанием верхней точки подвеса весов.

Рис. 2. Усредненный (1) и текущий (2) дрейф периода T_1 во втором экспериментеРис. 3. Усредненный (1) и текущий (2) дрейф периода T_1 во втором эксперименте после уменьшения значения периода $T_1 = 532.83818$ с на 10.5 мсРис. 4. Вариации G во втором эксперименте после уменьшения периода $T_1 = 532.83818$ с на 10.5 мс

Использование периодов T_0 при отсутствии притягивающих масс дает исключительно ценный результат. Значения T_0 приведены в [9] и тщательно измерены в течение длительного времени. Авторы уделили большое внимание их измерению, но в расчетах не использовали. Для удаления притягивающих масс пришлось раскрыть вакуумную систему, а затем вновь ее герметизировать. При этом ситуация принципиально изменилась. Наглядно проявился мощный дестабилизирующий фактор. Детальный анализ привел к выводу, что трудно контролируемые неравновесные потоки разреженного газа внесли существенный вклад. Появление такого эффекта связано с размещением притягивающих масс и шагового двигателя внутри вакуумной камеры. Перемещение масс на новую позицию изменяет воздействие потоков на кварцевый блок. Их заметный вклад обусловлен малой величиной гравитационного взаимодействия, большой поверхностью блока, недостаточно высоким вакуумом, малой амплитудой колебаний. Защитный дюралевый экран существенно снизил величину эффекта, но не устранил его полностью.

Использование T_0 в качестве T_2 позволяет преобразовать двухпозиционную схему в трехпозиционную. Рассмотрим в первом эксперименте три обратных цикла измерений гравитационной постоянной (G_{32} , G_{21} и G_{31}) и три прямых (G_{12} , G_{23} и G_{13}). Они приведены в табл. 3 и составляют 18 строк. Оказалось, что значения G_{32} и G_{23} существенно занижены:

$$G_{32} = 5.47050 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{23} = 5.44569 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Напротив, значения G_{21} и G_{12} завышены:

$$G_{21} = 7.05462 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{12} = 7.04891 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

Во втором эксперименте, для которого результаты расчета G также приведены в табл. 3, при том же количестве циклов получены другие значения:

$$G_{12} = 6.53799 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{21} = 6.54211 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{23} = 7.06737 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2,$$

$$G_{32} = 7.09341 \text{ Нм}^2/\text{кг}^2.$$

По сравнению с первым экспериментом комбинации с позицией 2 поменялись ролями. Это объясняется тем, что в первом эксперименте T_0 завышено, а во втором занижено. Для уравнивания всех значений гравитационной постоянной в первом эксперименте требуется снизить T_0 примерно на 138 мс, а во втором увеличить на 47 мс.

Неравновесные потоки вносят в систему отрицательную жесткость. Со временем они ослабевают, что приводит к постепенному уменьшению периода. Скорость такого дрейфа периода уменьшается со временем. В связи с дрейфом обратные циклы, начинающиеся с удаленной позиции 3, дают более высокие значения G по сравнению с прямыми. В начале второго эксперимента данная картина временно нарушена вследствие наличия заметного сбоя в дрейфе периода T_1 . После

Таблица 3

**Расчет G_{ij} при трехпозиционной схеме
в начале первого и второго экспериментов**

N	i	j	$T_i, \text{с}$	$T_j, \text{с}$	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$	$10^{11}G_{ij}, \text{Нм}^2/\text{кг}^2$
Расчет G_{ij} в первом эксперименте						
1	3	2	535.80980	535.17246	5.48456	5.48456
2	2	1	535.17246	532.56028	7.04987	7.04981
3	3	1	535.80980	532.56028	6.67875	6.67870
4	1	2	532.56028	535.17048	7.04456	7.04450
5	2	3	535.17048	535.80557	5.46529	5.46529
6	1	3	532.56028	535.80557	6.67013	6.67009
7	3	2	535.80557	535.16933	5.47520	5.47520
8	2	1	535.16933	532.55579	7.05369	7.05363
9	3	1	535.80557	532.55579	6.67944	6.67940
10	1	2	532.55579	535.16830	7.05093	7.05087
11	2	3	535.16830	535.80066	5.44191	5.44191
12	1	3	532.55579	535.80066	6.66944	6.66940
13	3	2	535.80066	535.16716	5.45173	5.45173
14	2	1	535.16716	532.55122	7.06030	7.06024
15	3	1	535.80066	532.55122	6.67892	6.67888
16	1	2	532.55122	535.16616	7.05762	7.05756
17	2	3	535.16616	535.79711	5.42986	5.42986
18	1	3	532.55122	535.79711	6.67169	6.67157
Расчет G_{ij} во втором эксперименте						
1	1	2	532.84127	535.25129	6.53806	6.53800
2	2	3	535.25129	536.07102	7.06826	7.06825
3	1	3	532.84127	536.07102	6.66407	6.66403
4	3	2	536.07102	535.24705	7.10490	7.10490
5	2	1	535.24705	532.83246	6.55069	6.55064
6	3	1	536.07102	532.83246	6.68242	6.68237
7	1	2	532.83246	535.24537	6.54617	6.54611
8	2	3	535.24537	536.06499	7.06754	7.06754
9	1	3	532.83246	536.06499	6.67009	6.67004
10	3	2	536.06499	535.24303	7.08777	7.08777
11	2	1	535.24303	532.83818	6.52424	6.52418
12	3	1	536.06499	532.83818	6.65818	6.65813
13	1	2	532.83818	535.24206	6.52162	6.52157
14	2	3	535.24206	536.06152	7.06630	7.06630
15	1	3	532.83818	536.06152	6.65108	6.65104
16	3	2	536.06152	535.23960	7.08756	7.08756
17	2	1	535.23960	532.82485	6.55140	6.55135
18	3	1	536.06152	532.82485	6.67884	6.67879

удаления притягивающих масс и вторичного получения вакуума изменился угол между направлением потоков и положением равновесия кварцевого блока. Поэтому

связанное со вторичной герметизацией камеры изменение периода T_0 не позволило преобразовать двухпозиционную схему измерений в трехпозиционную.

В приведенных расчетах исключалась поправка на наличие вязкости в нити подвеса. По оценке авторов [8, 9] она имеет величину порядка 212 ppm. Однако исследования показали [19–21], что внутреннее трение в твердых телах на низких частотах носит частотно-независимый характер. Оно обусловлено гистерезисными потерями. Не прогнозируемое по величине рассеяние энергии происходит вследствие различных несовершенств атомно-кристаллического строения материала. Они ответственны за небольшую остаточную микропластическую деформацию, происходящую в объемах отдельных зерен структуры металлических материалов.

В подавляющем большинстве случаев неупругие эффекты в материале тем меньше по величине, чем больше его механическая прочность. Научной базой решения этой проблемы в физике твердого тела является теория дислокаций, представляющих собой линейные несовершенства структуры металлических материалов. При термомеханической обработке тугоплавких металлических нитей в вакууме под нагрузкой при температуре порядка 700°C снижается величина гистерезиса [22], а добротность повышается примерно на порядок. Наилучшие характеристики проявляют нити из тугоплавких материалов — вольфрама, молибдена, рения.

Внутреннее трение в металлических нитях, характеризуемое коэффициентом гистерезисных потерь, не зависит от частоты деформации, по крайней мере до сотен килогерц. Крутильные весы работают на низких частотах. При колебаниях крутильных весов затухание амплитуд происходит по экспоненциальному закону, что не связано с наличием вязкого трения. При этом логарифмический декремент затухания равен коэффициенту гистерезисных потерь материала нити подвеса. Частотно-зависимые потери можно внести в крутильную систему через систему демпфирования качаний. Их следует исключить увеличением жесткости дополнительной верхней нити подвеса.

Заключение

Наши две методики вычислений G позволяют считать практически любые системы, реализующие динамический способ. При этом для упрощения расчетов не нужно ограничиваться предельно низкими амплитудами, увеличивая погрешность измерений вследствие усиления дестабилизирующего влияния микросейсм и неравновесных потоков разреженного газа. Оптимальные амплитуды колебаний лежат в пределах от 50 до 80 мрад. Дальнейшее увеличение амплитуды ведет к уменьшению величины полезного сигнала, при этом расчеты проводятся только по методике 1.

При усложнении формы взаимодействующих тел вычисление моментов сил притяжения становится более трудоемким, но все этапы дальнейших преобразований сохраняются прежними. Наличие шаровых притягивающих масс позволило ограничиться трехкратным интегрированием. В более сложном случае оно становится шестикратным, а время расчета существенно

возрастает. При использовании современных распределенных и доступных вычислительных средств время составит десятки часов, но это уже не представляет каких-либо проблем. Следовательно, изложенные в данной работе методики могут быть использованы при анализе других работ, в которых проводились аналогичные измерения.

Описанный эксперимент [8] может быть улучшен повышением глубины вакуума, увеличением плотности тела весов и притягивающих масс, использованием пьезоэлектрического шагового двигателя. Для исключения магнитного взаимодействия следует разделить блок и притягивающие массы экраном из пермалоя. Кварцевый блок можно покрыть чрезвычайно тонкой электропроводной прозрачной пленкой двуокиси олова. Тогда исчезнут проблемы, которые возникли при расчете момента притяжения.

Можно предположить, что при описанной методике напыления торцы блока имели существенно более тонкое покрытие по сравнению с со всеми другими гранями. В этом случае момент притяжения снизится, а значение гравитационной постоянной возрастет. Отсутствие строгих данных о толщине покрытия на всех гранях блока при достаточно толстой средней его величине порядка 0.4 мкм ставит под сомнение результаты расчета, так как задача становится некорректной. Можно попытаться получить дополнительные данные о толщине покрытия на различных участках блока четырехзондовым методом, широко используемым при измерении удельного сопротивления полупроводников. При малой толщине металлического покрытия он может оказаться полезным. Но его практическая реализация потребует огромных усилий. Поэтому лучше просто предположить, что толщина покрытия на торцах блока практически равна нулю, поскольку при напылении они находились в недоступной зоне. Это приведет к увеличению значения гравитационной постоянной, что, безусловно, не устроит авторов работы [8]. Зато на оставшихся гранях толщину покрытия можно рассматривать как равномерную, что приведет к частичной или полной компенсации.

Следует все же провести дополнительные измерения после регенерации магниторазрядного насоса, восстановив его первоначальную производительность. Тогда измерения выйдут на качественно новый уровень. При этом можно будет более достоверно ответить на ряд вопросов, на которые пока трудно дать однозначный ответ. Появится возможность в уже проведенные измерения ввести поправку на имевший место дестабилизирующий фактор, физическая природа которого теперь известна. Процедуру регенерации насоса в случае необходимости можно повторять. Неиспользованный резерв данного эксперимента видится также в замене стальных притягивающих шаровых масс на тела аналогичного диаметра из более плотного материала, например, вольфрама. При этом улучшится отношение полезного сигнала к шуму и дестабилизирующим факторам. Еще проще заменить стальные шаровые массы на цилиндрические, у которых высота и ширина будут равны радиусу шаров. При этом полезный сигнал дополнительно возрастет, а трудности, связанные с шестикратным интегрированием вместо трехкратного,

уже не представляют проблем при современном уровне техники. Желательно также провести дополнительные измерения при большей амплитуде колебаний весов с последующими расчетами по нашим методикам, которые предоставляют такую возможность. Автор настоящей работы надеется, что авторы [9] до настоящего времени сохранили свою установку в работоспособном состоянии. Тогда данная рекомендация может оказаться актуальной и чрезвычайно полезной. При минимальных затратах удастся уменьшить погрешность измерений, что, возможно, позволит даже без дополнительной позиции 2 приблизиться к введению поправки на имевший место дестабилизирующий фактор. Оперативные расчеты при более большой амплитуде колебаний, когда методика 3 уже не обеспечивает низкую погрешность, будет обеспечена. С этой целью и разрабатывался усовершенствованный вариант нашей программы, приспособленный конкретно именно для анализа работы [9]. Он уже принес реальную пользу при проведении описанных исследований и, в частности, позволил оценить погрешность расчетов по методике 3.

Список литературы

1. Брагинский В.Б., Зельдович Я.Б., Руденко В.Н. // Письма в ЖЭТФ. 1969. **10**, № 9. С. 437.
2. Брагинский В.Б., Панов В.И. // ЖЭТФ. 1971. **61**, № 3(9). С. 873.
3. Cavendish H. // *Phylos. Trans. Roy. Soc. London*. 1798. **88**. P. 469.
4. Reich F. // *Philos. Mag.* 1838. **12**. P. 283.
5. Braun C. // *Nature (London)*. 1897. **56**. P. 127.
6. Eotvos R. // *Ann. der Phys. und Chem., N.F.* **59**. 1896. P. 354.
7. Карагиоз О.В., Измайлов В.П. // *Измер. техника*. 1996. **10**. С. 3.
8. Jun Luo, Qi Liu, Liang-Cheng Tu, Cheng-Gang Shao et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. **102**. P. 240801.
9. Liang-Cheng Tu, Qing Li, Qing-Lan Wang et al. // *Phys. Rev. D*. 2010. **82**. P. 022001.
10. Shao C.G. et al. // *Gravitation and Cosmology*. 2011. **17**, N 2. P. 147.
11. Shakhparonov V.M., Karagioz O.V., Izmailov V.P. // *Gravitation and Cosmology*. 2010. **16**, N 4. P. 323.
12. Измайлов В.П., Карагиоз О.В., Шахпаронов В.М. // *Измер. техника*. 2004. **10**. С. 7.
13. Карагиоз О.В., Измайлов В.П., Шахпаронов В.М. // *Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка*. 2004. **5**. С. 85.
14. Измайлов В.П., Карагиоз О.В., Шахпаронов В.М. // *Метрология*. 2005, **1**. С. 3.
15. Karagioz O.V., Izmailov V.P. and Shakhparonov V.M. // *Gravitation and Cosmology*. 2004. **10**, N 3(39). P. 245.
16. Heyl P.R. // *Nat. Bur. Stand. (U.S.) J. of Res.* 1930. **5**. P. 1243.
17. Heyl P.R., Chrzanowski P. // *Nat. Bur. Stand. (U.S.) J. of Res.* 1942. **29**. P. 1.
18. Сагитов М.У. и др. // *Доклады АН СССР*. 1979. **245**, № 3. С. 567.
19. Granato A., Lucke K. // *J. Appl. Phys.* 1956. **27**, N 6. P. 583.
20. Tabor D. // *Proc. Roy. Soc. London*. 1955. **A229**. P. 198.
21. Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Охрименко О.А. // *Письма в ЖЭТФ*. 1992. **55**, № 8. С. 424.
22. Карагиоз О.В., Измайлов В.П., Шахпаронов В.М. Устройство для термомеханической обработки нити подвеса крутильных весов. Патент РФ № 114174. Приоритет полезной модели 19.09.11.

Determination of the numerical value of the gravitational constant in the case of a complicated form of interacting bodies**V. M. Shakhparonov***Department of Physics of Oscillations, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.**E-mail: shahp@phys.msu.ru.*

An example of extending the functionality of methods for calculating the gravitational constant for the spherical shape of interacting bodies is presented. The results that were obtained using an apparatus in which the working body is in the form of quartz box are analyzed. A bad choice of the form and material of the working medium for a torsion balance in a vacuum chamber with non-equilibrium flows led to a systematic measurement error.

Keywords: gravitational constant, torsion balance, dynamic method, calculation methods, destabilizing factors, non-equilibrium rarefied gas flows.

PACS: 06.20.Jr, 04.80.Cc.

Received 31 May 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2014).

Сведения об авторе

Шахпаронов Владимир Михайлович — вед. электроник; тел.: (495) 939-21-46, e-mail: shahp@phys.msu.ru.