Влияние спиновых флуктуаций на фазовые переходы в магнитных системах

М. А. Дергачёв[a], А. М. Савченко[b], Б. И. Садовников

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой статистики и теории поля. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: [a] *ma.dergachev@physics.msu.ru,* [b] *a.m.savchenko@gmail.com*

Статья поступила 20.11.2013, подписана в печать 06.03.2014.

Исследуется допускающая точное решение задача о влиянии спиновых флуктуаций на фазовый переход в модельной многокомпонентной сверхпроводящей системе в сильном магнитном поле. Получены новые результаты для фазовых портретов системы уравнений для амплитуд волн спиновой плотности и температуры. Приведено обоснование возможности перехода системы в фазу сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнитного упорядочения, которое в данном случае представляет собой медленно флуктуирующие волны спиновой плотности.

Ключевые слова: спиновые флуктуации, ренормгруппа, фазовые переходы.

УДК: 538.91. PACS: 71.10.–w.

В последние годы значительный интерес вызывают исследования фазовых переходов в магнитных структурах. Отметим, что вблизи фазового перехода флуктуации параметра порядка нельзя считать малыми, они растут с приближением к точке перехода, и их необходимо корректно учитывать.

Поскольку наличие флуктуаций является следствием разрушения дальнего антиферромагнитного порядка, логично было бы допустить их существование и в сверхпроводящей фазе. Оказалось, что, действительно, тому находятся достаточно веские экспериментальные подтверждения.

В частности, в работах [1, 2] указывается, что в сверхпроводящих системах типа $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ при концентрации примеси $x \geqslant 0.02$ происходит исчезновение антиферромагнитного дальнего порядка, и следующее за ним постепенное рождение сверхпроводящего состояния сопровождается сильными спиновыми флуктуациями. Причем спиновые возбуждения при $T \geqslant T_N$ высокоэнергетичны, и скорость спиновых возбуждений ($\approx 10^6$ см/с) оказалась на порядок выше скорости звука в этом веществе.

Следует подчеркнуть, что спиновые флуктуации существуют во всех сверхпроводниках, но если в обычных низкотемпературных сверхпроводниках они, как правило, малы и, следовательно, не могут оказывать существенного влияния на притяжение электронов, то в высокотемпературных сверхпроводниках, как было только что отмечено, их значение резко возрастает.

В настоящей работе мы пользуемся формализмом, ранее предложенным в работах [3-5], т. е. исходный гамильтониан представляем в виде трех подсистем: спиновой, фононной и подсистемы, отвечающей их взаимодействию (спин-фононной подсистемы):

$$H = H_s + H_{ph} + H_{\text{s-ph}}. \tag{1}$$

Гамильтониан спиновой системы может быть представлен в виде

$$H_{\text{s}} = \int d\boldsymbol{x} \left\{ \frac{m^2}{2\chi} + \frac{1}{2}\alpha_{\text{s}} A^2 - J_0 s \Omega^2 \right\}, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\Omega}$ — это намагниченность, соответствующая парамагнитной спиновой степени свободы («поле» системы), $\boldsymbol{m}$ — парамагнитный момент (аналог импульса спиновой системы), $\chi = 1/J_0 s$ — эффективная парамагнитная восприимчивость (аналог массы спиновой системы).

Оператор A_k^α равен $A_k^\alpha = \partial\Omega^\alpha/\partial x_k$, $\alpha_{\text{s}} = J_0 \langle r_c \rangle^2$, $J_0 = \int \boldsymbol{dx} J(\boldsymbol{x})$, $J(\boldsymbol{x})$ — потенциал обменного взаимодействия, $\langle r_c \rangle$ — радиус корреляции. Флуктуирующие поля разложим на медленные и быстрые компоненты $\Omega = \Omega_0 + \delta\Omega$ и $A_\nu = A_\nu^0 + \delta A_\nu$. С учетом всего вышесказанного получаем

$$H_{\text{s+ph+su}} = \int d\boldsymbol{x} \left(\frac{m_z^2}{2\chi} + \frac{1}{2}\Delta A_{\nu z} - J_0(\delta\Omega)^2 + \frac{p_\nu^2}{2\rho} + \frac{1}{2}\lambda U_{i\nu}^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{p_{\nu\nu'}}{\rho} m_z \delta_{\nu\nu'} \Delta A_{\nu z} + \frac{\chi}{2\rho^2} p_{\nu'} p_{\nu''} \delta_{\nu\nu'} \delta_{\nu\nu''} \Delta A_{\nu z}^2 \right). \tag{3}$$

Перейдем теперь к представлению вторичного квантования для спиновых операторов:

$$\delta\widehat{\Omega}_z = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} \sqrt{\frac{\hbar}{2\chi\omega_{\text{sk}}}} (\widehat{a}_{kz} + \widehat{a}_{-kz}^+), \tag{4}$$

$$\widehat{m}_z = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} i \sqrt{\frac{\hbar\chi\omega_{\text{sk}}}{2}} (\widehat{a}_{kz} - \widehat{a}_{-kz}^+), \tag{5}$$

$$\Delta\widehat{A}_{\nu z} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} ik_\nu \sqrt{\frac{\hbar}{2\chi\omega_{\text{sk}}}} (\widehat{a}_{kz} + \widehat{a}_{-kz}^+). \tag{6}$$

Для фононов операторы вводятся стандартно:

$$\widehat{u}_{i\nu} = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} ike_\nu \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_{\nu ck}}} (\widehat{b}_{k\nu} + \widehat{b}_{-k\nu}^+), \tag{7}$$

$$\widehat{p}_\nu = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k e^{ikx} ie_\nu \sqrt{\frac{\hbar M\omega_{\nu ck}}{2}} (\widehat{b}_{k\nu} + \widehat{b}_{-k\nu}^+). \tag{8}$$

В результате мы получаем следующий вид гамильтониана:

$$\widehat{H} = E_{\text{s}} + E_\nu + E_3 + \sum_{\boldsymbol{k},\nu=1,2} \omega_{\nu c\boldsymbol{k}} \widehat{b}_{\boldsymbol{k}\nu}^+ \widehat{b}_{\boldsymbol{k}\nu} +$$
$$+ \sum_k \Big(\omega_{\text{s}\boldsymbol{k}} \widehat{a}_{\boldsymbol{k}z}^+ \widehat{a}_{\boldsymbol{k}z} + \omega_{c\boldsymbol{k}3} \widehat{b}_{\boldsymbol{k}3}^+ \widehat{b}_{\boldsymbol{k}3} -$$

$$-\widetilde{z}\sqrt{\omega_{\mathrm{s}\boldsymbol{k}}\omega_{c\boldsymbol{k}3}}\Big(\widehat{b}_{\boldsymbol{k}z}\widehat{a}_{\boldsymbol{k}z}-\widehat{b}_{\boldsymbol{k}3}\widehat{a}^{+}_{\boldsymbol{k}z}-\widehat{b}^{+}_{\boldsymbol{k}3}\widehat{a}_{-\boldsymbol{k}z}+\widehat{b}^{+}_{-\boldsymbol{k}3}\widehat{a}^{+}_{\boldsymbol{k}z}\Big)\Big), \quad (9)$$

где $E_{\mathrm{s}}+E_{\nu}$ и E_3 — энергии нулевых колебаний в соответствующих подсистемах, $\omega_{ck\nu}=\sqrt{\lambda/S}k$, $\omega_{\mathrm{sk}}=\sqrt{J_0/\chi}\sqrt{(k/k_c)^2-1}$ и $\omega_{ck3}=ck\sqrt{1+\xi^2}$. Здесь $\xi=\sqrt{3}g\hbar k_c/\sqrt{J_0 sM}$ — константа связи спиновой и фононной подсистем, $g=V/J_0$, V — электрон-ионный потенциал, $k_c=2\pi/\langle r_c\rangle$, s — спин электрона, M — масса ионов, составляющих кристаллическую решетку. Также $\widetilde{z}=(z/2)\sqrt{\omega_{\mathrm{sk}}\omega_{ck3}}$ и $z=\xi/\sqrt{1+\xi^2}$.

Применив «u-v» каноническое преобразование Боголюбова [6], получим гамильтониан в следующем виде:

$$\widehat{H}=\sum_{\boldsymbol{k},\nu=1,2}\omega_{\nu c\boldsymbol{k}}\widehat{b}^{+}_{\boldsymbol{k}\nu}\widehat{b}_{\boldsymbol{k}\nu}+\sum_{\boldsymbol{k},\nu=1,2}\varepsilon_{\mathrm{s}\boldsymbol{k}}\widehat{c}^{+}_{\boldsymbol{k}z}\widehat{c}_{\boldsymbol{k}z}+\sum_{\boldsymbol{k},\nu=1,2}\varepsilon_{3\boldsymbol{k}}\widehat{d}^{+}_{3\boldsymbol{k}}\widehat{d}_{3\boldsymbol{k}}. \quad (10)$$

Согласно работам [5, 7], исходный гамильтониан можно записать таким образом:

$$H^{\mathrm{eff}}_{\mathrm{s+su}}=J_0 s\int d\boldsymbol{x}\Bigg(\frac{1}{2}\tau^0(\delta\Omega)^2+\frac{1}{2k_c^2}(\nabla_\nu\delta\Omega)^2+\frac{1}{8}\Gamma_2(\delta\Omega)^4+$$
$$+\frac{1}{2}\frac{T_c^2}{J_0 s}\tau^0|\Delta|^2+\frac{1}{2k_\xi^2}|\nabla_\nu\Delta|^2+\frac{1}{8}\Gamma_\delta|\Delta|^4+\frac{1}{4}\Gamma_{\delta2}|\Delta|^2(\delta\Omega)^2\Bigg), \quad (11)$$

где

$$\Gamma_2=\frac{4}{(\lambda_{\mathrm{e-ph}}-\mu^*)}\,\frac{\partial k_y}{\partial ln(1+\widehat{\zeta}_0^2)}\,\frac{\widehat{\zeta}_0^2}{1+\widehat{\zeta}_0^2},\quad \Gamma_\delta=\frac{1}{3\pi}\,\frac{T_c^2}{J_0 s},$$
$$\Gamma_{\delta2}=\frac{2T_c^2}{J_0 s}\,\frac{1}{(\lambda_{\mathrm{e-ph}}-\mu^*)}\,\frac{\partial k_y}{\partial ln(1+\widehat{\zeta}_0^2)}\frac{\widehat{\zeta}_0^2}{1+\widehat{\zeta}_0^2}.$$

Поясним, что $\tau^0=\frac{T_c^0}{T}-1$, $\lambda_{\mathrm{e-ph}}$ — константа электрон-фононного взаимодействия, μ^* — эффективный параметр кулоновского отталкивания электронов, k_y — коэффициент усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия и $\widehat{\zeta}_0$ — равновесное значение параметра спин-фононной связи.

В предыдущей работе авторов [8] методом ренормализационной группы и ε-разложения была получена следующая система уравнений для амплитуд и температуры вышеуказанного гамильтониана:

$$\begin{cases}\dfrac{dy_\delta}{dz}=\dfrac{8y_\delta(1-y_\delta)+(n_2-n_\delta y_\delta)(y_\delta-y_{\delta2}^2)}{n_2+8+n_\delta y_{\delta2}^2},\\[2mm] \dfrac{dy_{\delta2}}{dz}=y_{\delta2}\dfrac{6-(n_\delta+2)y_\delta-y_{\delta2}(4-n_\delta y_{\delta2})}{n_2+8+n_\delta y_{\delta2}^2},\\[2mm] \dfrac{d\mu_\delta}{du}=\dfrac{(n_2+2)\mu_\delta-n_2y_{\delta2}-\mu_\delta[(n_\delta+2)y_\delta-n_\delta\mu_\delta y_{\delta2}]}{n_2+2+n_\delta\mu_\delta y_{\delta2}},\end{cases} \quad (12)$$

где была произведена следующая замена:

$$y_\delta=\frac{\Gamma_\delta}{\Gamma_2},\quad y_{\delta2}=\frac{\Gamma_{\delta2}}{\Gamma_2},\quad \mu_\delta=\frac{\tau_\delta}{\tau_2},\quad z=-ln\Gamma_2,\quad u=-ln\tau_2.$$

Очевидно, что все характеристики стационарных точек данной системы будут определяться размерностями флуктуирующих полей $\delta\Omega$ и Δ, n_2 и n_δ. При учете флуктуаций только амплитуды сверхпроводящего параметра порядка Δ: $n_\delta=1$; если же еще учитывать и флуктуации фазы, то $n_\delta=2$. В зависимости от учета количества компонент волны спиновой плотности (1 или 2) $n_2=1$ или $n_2=2$.

Понятно, что в данном случае ключевая информация о типе фазовых переходов содержится в уравнениях для амплитуд (первые два уравнения этой системы). То есть далее необходимо найти стационарные точки и исследовать на устойчивость поведение фазовых траекторий вблизи найденных точек.

Исходная система уравнений имеют четыре стационарные точки при $n_2=n_\delta=1$: $(0;0)$, $(1;0)$, $(1;1)$, $(1;3)$. Из рис. 1 видно, что точка $(1;1)$ оказывается устойчивой стационарной точкой (что соответствует фазовому переходу первого рода), а все остальные стационарные точки неустойчивы.

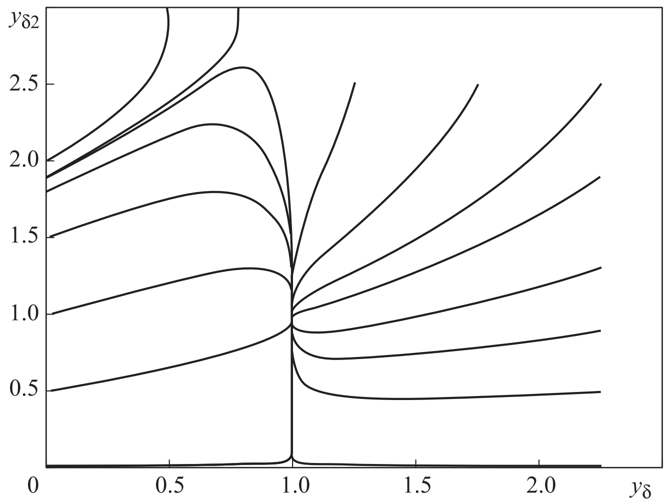

Рис. 1. Фазовый портрет системы (14) при $n_2=n_\delta=1$

При учете флуктуаций фазы сверхпроводящего параметра порядка ($n_\delta=2$, $n_2=1$) оказывается, что стационарных точек у системы три: $(0;0)$, $(1;1)$, $(0.9;0)$. Причем $(1;1)$ устойчива, а остальные стационарные точки вновь неустойчивы, что видно из рис. 2. Таким образом, с физической точки зрения характер фазового перехода в данном случае полностью аналогичен предыдущему.

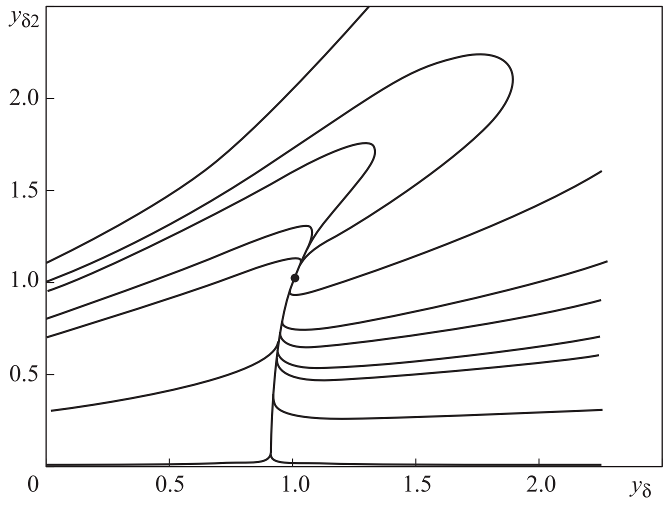

Рис. 2. Фазовый портрет системы (14) при $n_2=1$, $n_\delta=2$

Усложнив предыдущий случай учетом второй компоненты волны спиновой плотности ($n_2 = n_\delta = 2$), мы получим три стационарные точки: $(0; 0)$, $(1; 0)$, $(1; 1)$. Заметим, что в отличие от первого случая ($n_2 = n_\delta = 1$), количество стационарных точек уменьшилось, более того, точка $(1; 1)$ оказалась двукратно вырожденной (т. е. слабоустойчивой), что иллюстрирует рис. 3.

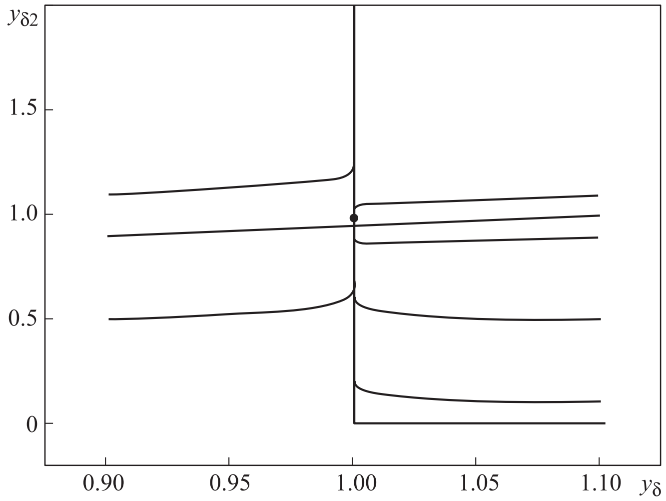

Рис. 3. Фазовый портрет системы (14) при $n_2 = n_\delta = 2$

Таким образом, анализ фазовых портретов, полученных на основе решения системы дифференциальных уравнений для ренормализационной группы, дает возможность утверждать, что в системе, описываемой гамильтонианом, учитывающим спин-фононное взаимодействие и спиновые флуктуации обменной природы, сохраняется возможность фазового перехода второго рода в фазу сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнитного упорядочения.

Список литературы

1. *Endoh Y., Yamada K., Gable D.* et al. // Phys. Rev. B. 1988. P. 7443.
2. *Shirane G., Endoh Y., Burgenear R.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1987. **59**. P. 1613.
3. *Savchenko M.A., Stefanovich A.V.* Fluctuational Superconductivity of Magnetic Systems. Springer-Verlag, 1990.
4. *Карчев О.Г., Савченко А.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2011. № 1. С. 3.
5. *Sadovnikov B.I., Savchenko A.M.* // Physica A. 1999. **271**. P. 411.
6. *Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В.* Новый метод в теории сверхпроводимости. М., 1958.
7. *Sadovnikova M.B., Savchenko A.M., Scarpetta G.* // Phisics Letters A. 2000. **274**. P. 236.
8. *Дергачев М.А., Савченко А.М., Садовников Б.И.* // Матем. заметки. 2013. **93**. P. 3.

The Effect of spin fluctuations on phase transitions in magnetic systems

M. A. Dergachev[a], **A. M. Savchenko**[b], **B. I. Sadovnikov**

Department of Quantum Statistics and Field Theory, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: [a] *ma.dergachev@physics.msu.ru,* [b] *a.m.savchenko@gmail.com.*

In this paper we study the problem of admitting an exact solution of the effect of spin fluctuations on phase transition when modeling a multiferroic superconducting system in a strong magnetic field. New results are obtained for phase portraits of the system of equations for amplitudes of spin density and temperature waves. The possibility is justified for the transition of the system to a phase in which superconductivity and antiferromagnetic ordering coexist, particularly via slowly fluctuating spin-density waves.

Keywords: spin fluctuations, renormalization group, phase transitions.
PACS: 71.10.–w.
Received 20 November 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2014).

Сведения об авторах

1. Дергачёв Максим Алексеевич — аспирант; тел.: (495) 939-12-90, e-mail: ma.dergachev@physics.msu.ru.
2. Савченко Александр Максимович — докт. физ.-мат. наук, профессор, доцент; тел.: (495) 939-12-90, e-mail: a.m.savchenko@gmail.com.
3. Садовников Борис Иосифович — докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (495) 939-12-90, e-mail: sadovnikov@phys.msu.ru