

# Проявление оболочечных эффектов в коллективных характеристиках атомных ядер

Н. Г. Гончарова<sup>a</sup>, А. П. Долгодворов<sup>b</sup>, С. И. Сергеева

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей ядерной физики; Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына (НИИЯФ МГУ). Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: <sup>a</sup> n.g.goncharova@gmail.com, <sup>b</sup> dolgodvorov@physics.msu.ru

Статья поступила 13.12.2013, подписана в печать 16.01.2014.

Жесткости ядерных коллективных колебаний были рассчитаны для 44 четно-четных атомных ядер и сопоставлены с зарядовыми радиусами. Обнаружены корреляции максимумов жесткостей и минимальных значений параметров  $r_0$ . Корреляции были интерпретированы как результат большого поверхностного натяжения в ядрах с замкнутыми нейтронными оболочками и связанного с ним повышения давления на ядерную материю.

*Ключевые слова:* жесткости атомных ядер, зарядовые радиусы, оболочечная структура.

УДК: 539.142.2,3. PACS: 21.60.-n.

## Введение

Влияние оболочечной структуры на коллективные характеристики атомных ядер изучается уже не менее полусотни лет. Наиболее показательным проявлением этого влияния являются энергии низших возбужденных состояний с  $J^P = 2^+$  в четно-четных ядрах. В ядрах с замкнутыми оболочками эти энергии, как правило, значительно выше, чем в остальных четно-четных ядрах.

Гамильтониан коллективных квадрупольных колебаний ядерной материи может быть представлен в виде (см., напр., [1])

$$\hat{H}_{\text{coll. vib.}} = \frac{1}{2D} \sum_m |\hat{b}_m|^2 + \frac{C}{2} \sum_m |\hat{a}_m|^2. \quad (1)$$

Операторы  $\hat{a}_m, \hat{b}_m$  являются операторами обобщенной координаты квадрупольных колебаний и сопряженного этой координате обобщенного импульса. Энергия возбуждения ядра квадрупольным фотоном связана с характеристикой так называемой «жесткости» ядра  $C$ . Среднее значение квадрата обобщенной координаты в состоянии с одним квадрупольным фоном определяет средне — квадратичную деформацию ядра:

$$\beta^2 = \left\langle J = 2 \left| \sum_m |\hat{a}_m|^2 \right| J = 2 \right\rangle. \quad (2)$$

Жесткости ядер относительно колебаний данной мультипольности зависят от момента возбуждения и внутренней структуры ядра. В дальнейшем будут обсуждаться жесткости  $C$ , соответствующие только квадрупольным колебаниям ядер. Для большинства четно-четных ядер именно квадрупольные возбуждения доминируют в спектрах низких энергий. Жесткость  $C$  для низших по энергии ядерных состояний определяется как

$$C = \frac{5\hbar\omega}{2\beta^2}. \quad (3)$$

Величина среднеквадратичной деформации в (3) может быть приближенно определена из сравнения

экспериментальной вероятности  $E2$ -перехода с оценкой вероятности в одночастичной модели оболочек:

$$W(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)_{\text{coll. vib.}} = W_{\text{sp}} \cdot \frac{5Z^2}{4\pi} \beta^2. \quad (4)$$

Результаты расчетов значений среднеквадратичных деформаций  $\beta^2$  даны в [2] на основе экспериментальных исследований приведенных вероятностей переходов  $0^+ \rightarrow 2^+$  всех стабильных и части радиоактивных четно-четных ядер. Хотя эти результаты являются модельно зависимыми, разброс в оценках среднеквадратичных деформаций в разных моделях не превышает 20%.

Теоретические исследования связи оболочечной структуры ядер и их жесткостей относительно коллективных колебаний различной мультипольности проводились в 1950-е гг. на основе созданной тогда обобщенной модели атомных ядер. В частности, в работе [3] в рамках обобщенной модели был проведен расчет значений жесткости относительно квадрупольных колебаний для четно-четных ядер. В этой работе параметры внешних оболочек ядер были заданы с помощью одночастичной модели, причем использовалась схема уровней [4].

Целью настоящей работы являлось получение величин жесткостей четно-четных ядер на основе приведенных в [2] среднеквадратичных деформаций и исследование корреляций между оболочечной структурой четно-четных ядер и такими коллективными характеристиками ядер, как жесткость и зарядовый радиус.

## 1. Жесткости и зарядовые радиусы четно-четных ядер с $A \leq 50$

На рис. 1–6 приведены результаты расчетов жесткостей четно-четных ядер совместно со значениями величин  $r_0 = R_{\text{ch}} \cdot A^{-1/3}$  [5, 6] для зарядовых радиусов ядер. Показана только часть результатов сравнения жесткостей изотопов одного элемента и параметров  $r_0$  как функций числа нейтронов  $N$  и числа нуклонов  $A$  для исследованных четно-четных ядер.

Наиболее интересным результатом этого сравнения является корреляция высоких значений жесткостей и

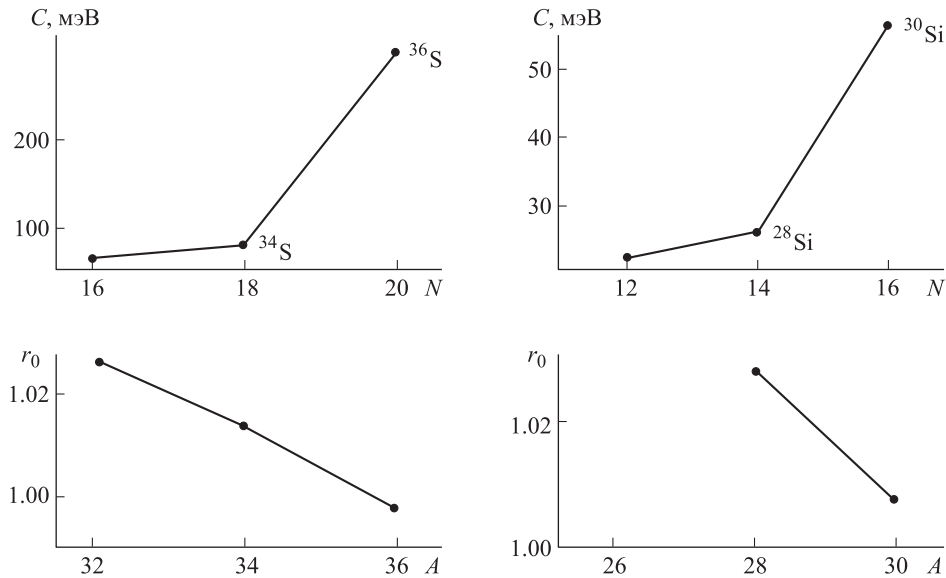


Рис. 1. Жесткости  $C$  и параметры  $r_0$  изотопов S (а) и изотопов Si (б)

минимумов в значениях параметров  $r_0$ . Поскольку нуклонная плотность ядер обратно пропорциональна третьей степени этого параметра, то уменьшение его значений соответствует сжатию протонной составляющей ядерной материи.

Все исследованные ядра с максимальными для данного изотопа значениями жесткости являются ядрами с замкнутыми нейтронными оболочками или подоболочками. Для изотопов углерода максимум  $C$  и минимум  $r_0$  достигаются при числе нейтронов, соответствующем «магическому» числу  $N = 8$ , т.е. для изотопа  $^{14}\text{C}$ . Для изотопов серы (рис. 1, а) максимум жесткости и минимум параметра  $r_0$  соответствуют полностью заполненной по нейтронам  $sd$ -оболочке, т.е. «магическому» числу  $N = 20$ . Однако для изотопов кремния (рис. 1, б) максимум  $C$  и минимум  $r_0$  соответствуют  $N = 16$  — так называемому «новому магическому» числу.

Свойства ядер с данным числом заполнения были изучены в работе [7, 8], где из исследования других характеристик было показано, что свойства ядер с  $N = 16$  близки к магическим.

Корреляция максимальных значений жесткостей и минимальных значений параметра  $r_0$  является проявлением поверхностных сил в ядре. Из анализа модели заряженной жидкой капли [8, 9] следует, что жесткость ядер относительно квадрупольных колебаний связана с величиной поверхностного натяжения  $\sigma$  в ядре с данным значением  $Z$  и радиусом  $R_0$ :

$$C = \left\{ 4R_0^2\sigma - \frac{3}{10\pi} \frac{e^2 Z^2}{R_0} \right\}. \quad (5)$$

Увеличение поверхностного натяжения и вместе с тем увеличение давления на ядро вопреки слабой сжимаемости ядерной материи приводит к минимальным значениям параметра  $r_0 = R_{\text{ch}} \cdot A^{-1/3}$ . В ядре  $^{30}\text{Si}$  эффект роста жесткости и уменьшения параметра  $r_0$  проявляется наиболее сильно, так как последовательно с малым энергетическим интервалом заполняются две нейтронные оболочки  $|1d_{5/2}\rangle_n^6 |2s_{1/2}\rangle_n^2$ .

Эффект корреляции максимальных значений жесткости  $C$  и минимумов зарядовых радиусов  $r_0$  хорошо заметен и на изотопах серы. Полностью заполненная нейтронная оболочка у  $^{36}\text{S}$  ( $N=20$ ) приводит к росту жесткости  $C$  (рис. 1, а) и к увеличению связанного с жесткостью поверхностного натяжения ядерной материи. Рост поверхностного натяжения, в свою очередь, проявляется в сжатии протонной компоненты. Эффект сжатия протонной компоненты ядерной материи при высоких значениях жесткости и коэффициента поверхностного натяжения является одним из примеров применимости к ядрам модели заряженной жидкой капли [9].

Для изотопов кальция (рис. 2) максимумы жесткостей достигаются для  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{48}\text{Ca}$ . Числа заполнения по нейтронам соответствуют магическим числам 20 и 28. Оба ядра имеют замкнутые нейтронные под-оболочки. Сопоставление рассчитанных значений  $C$  и параметра  $r_0 = R_{\text{ch}} \cdot A^{-1/3}$  показывает, что максимальное сжатие протонной компоненты наблюдается у ядра  $^{48}\text{Ca}$ , в котором две внешние нейтронные оболочки  $(1d_{3/2})_n^4 (1f_{7/2})_n^8$  заполнены полностью и содержат 12 нейтронов. Также следует отметить, что значение жесткости ядра  $^{48}\text{Ca}$  выше  $^{40}\text{Ca}$  и достигает максимума

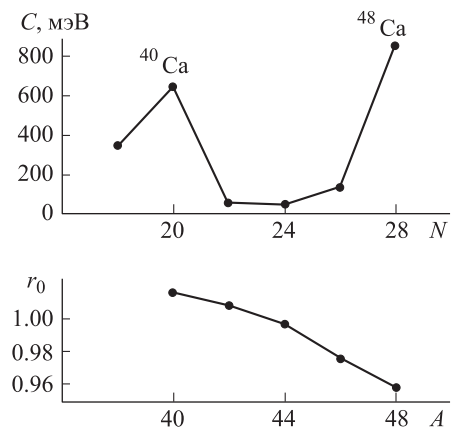


Рис. 2. Жесткости  $C$  и параметры  $r_0$  изотопов Ca

для ядер с  $A < 50$ ;  $C(^{48}\text{Ca}) \approx 800$  МэВ. Соотношение жесткостей изотопов кальция, полученное на основе экспериментальных данных о среднеквадратичных деформациях, не совпадает с результатами расчетов работы [3], где применение заданной в расчете схемы для квантовых чисел и энергий уровней привело к выводу, что  $C(^{40}\text{Ca}) > C(^{48}\text{Ca})$ .

Важным результатом сравнения распределения жесткостей  $C$  и параметров  $r_0 = R_{\text{ch}} \cdot A^{-1/3}$  является корреляция максимумов первой и минимумов второй величины. Рост жесткости ядра и связанного с ней коэффициента поверхностного натяжения вызывает рост давления  $\Delta p$  на сферу радиуса  $R$ , что отражает «классическая» формула Лапласа

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}. \quad (6)$$

Увеличение поверхностного натяжения и связанное с ним увеличение давления на ядро, несмотря на слабую сжимаемость ядерной материи, приводит к минимальным значениям параметра  $r_0 = R_{\text{ch}} \cdot A^{-1/3}$  для зарядовых радиусов, т. е. к сжатию протонной компоненты ядерной материи. Эффект зависимости зарядовых радиусов ядер от оболочечной структуры обсуждался ранее в работе [11], где данные эксперимента по определению зарядовых радиусов изотопов аргона сопоставляются с результатами таких же измерений для изотопов кальция, калия, титана и хрома. Для всех перечисленных ядер с  $Z$  от 18 до 24 локальные минимумы средних квадратов зарядовых радиусов достигаются при  $N = 28$ . Минимум при  $N = 28$  параметра  $r_0 = R_{\text{ch}} \cdot A^{-1/3}$  в его зависимости от чисел заполнения проявляется для всех исследованных ядер  $sd$ -оболочки.

## 2. Жесткости и зарядовые радиусы четно-четных атомных ядер с $A \geq 50$

Эффект корреляции максимальных значений жесткостей и минимумов зарядовых радиусов виден и на

ядрах с  $A > 50$ . В ядре  $^{86}\text{Kr}$  (рис. 3, а) корреляция максимума жесткости и минимума параметра  $r_0$  проявляется наиболее явным образом, так как последовательно с малым энергетическим параметром  $\approx 0.03$  МэВ заполняются две нейтронные оболочки  $(2p_{1/2})^2(1g_{9/2})^{10}$  с суммарным числом заполнения 12.

Структура нейтронных оболочек ядра  $^{88}\text{Sr}$ , в рамках оболочечной модели, совпадает со структурой нейтронных оболочек  $^{86}\text{Kr}$ . Распределение жесткостей и зарядовых радиусов для ядер  $^{88}\text{Sr}$  и  $^{86}\text{Kr}$  подобны (рис. 3, а, б).

Среди всех четно-четных ядер наиболее ярко эффект корреляции максимальных значений жесткостей и минимумов зарядовых радиусов проявляется для изотопов циркония (рис. 4, а). Ядро  $^{90}\text{Zr}$  обладает всеми свойствами «классического» дважды магического ядра, число заполнения по протонам равно 40; число заполнения по нейтронам равно 50. Высокое значение жесткости  $^{90}\text{Zr}$  приводит к сжатию протонной компоненты. Но не только изотоп  $^{90}\text{Zr}$  проявляет магические свойства. Из построенного распределения (рис. 4, а) следует, что пик жесткости и относительный минимум параметра  $r_0 = R_{\text{ch}} \cdot A^{-1/3}$  наблюдается и в том случае, когда число заполнения по нейтронам соответствует 56. (Ядро  $^{90}\text{Zr}$  имеет на внешних подоболочках 10 нейтронов, ядро  $^{96}\text{Zr}$  — 16 нейтронов в конфигурации  $(1g_{9/2})^{10}(2d_{5/2})^6$ .)

Магические свойства ядра циркония с  $N = 56$  рассматривались ранее в [12], где было проведено исследование низших по энергии состояний изотопов этого элемента. Свойства ядер с замкнутыми нейтронными оболочками с  $N = 50$  и  $N = 56$  были рассмотрены также в работе [13].

На рис. 4, б показаны распределения жесткостей и параметров  $r_0$  для зарядовых радиусов также для изотопов молибдена. Видно, что в случае ядра с  $Z = 42$  максимум жесткости и минимум зарядового радиуса соответствует нейтронному числу  $N = 50$ , т. е. заполненной нейтронной подоболочке с 10 нейтронами. Заполне-

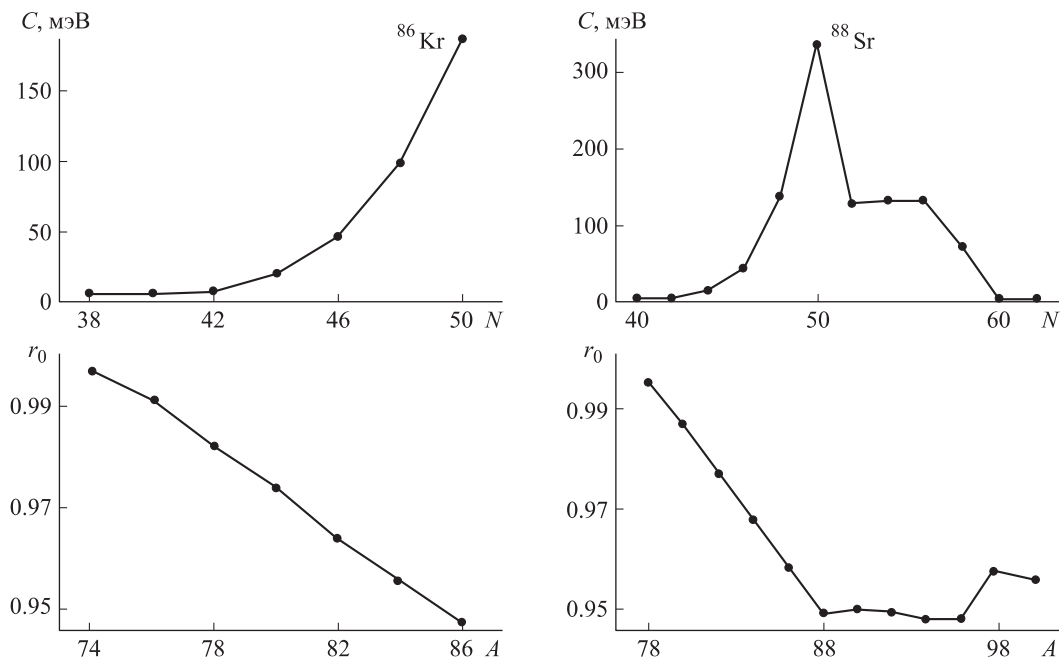


Рис. 3. Жесткости  $C$  и параметры  $r_0$  изотопов Kr (а) и изотопов Sr (б)

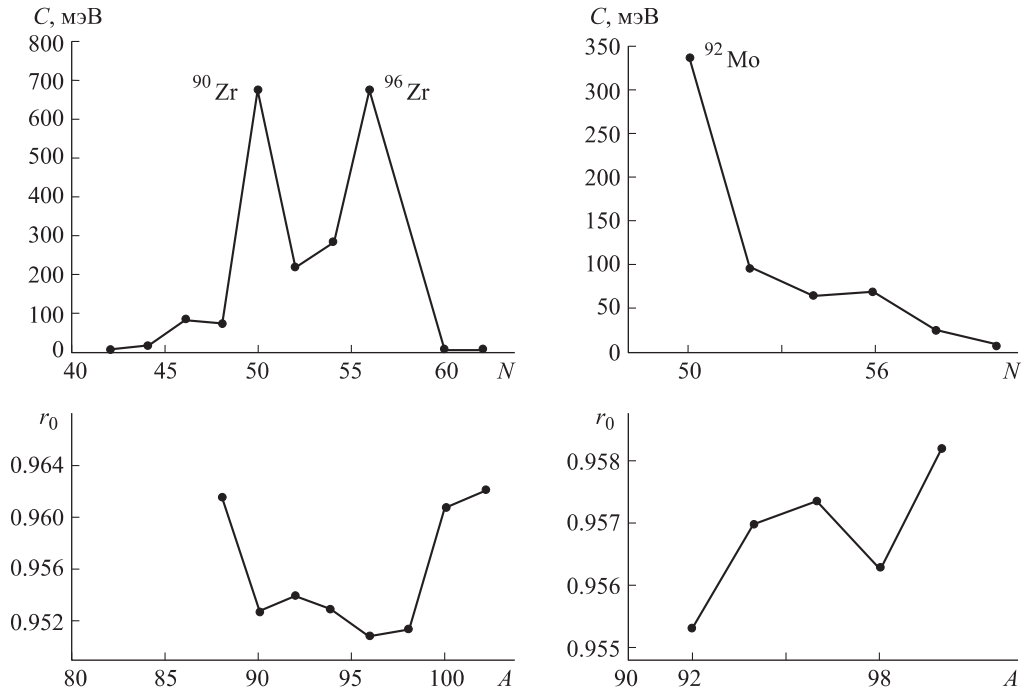


Рис. 4. Жесткости  $C$  и параметры  $r_0$  изотопов Zr (а) и изотопов Mo (б)

ние нейтронной подоболочки  $2d_{5/2}$  шестью нейтронами ( $N = 56$ ) приводит к появлению небольшого максимума в жесткости и соответственно минимума в значениях  $r_0 = R_{ch} \cdot A^{-1/3}$ .

Выявленные корреляции максимумов жесткостей и минимумов зарядовых радиусов являются, как и в случаях ядер с  $A < 50$ , следствием эффекта поверхностного натяжения. Изотоп с максимальной жесткостью имеет наибольшее значение поверхностного натяжения, что приводит к увеличению давления на ядро и к уменьшению параметра  $r_0 = R_{ch} \cdot A^{-1/3}$  для зарядового радиуса ядра. Сравнение приведенных выше распределений жесткостей и зарядовых радиусов указывает на то, что наиболее резким образом этот эффект проявляется в ядрах с магическими числами протонов.

### 3. Жесткости и зарядовые радиусы четно-четных атомных ядер с $A \geq 100$

Для всех средних и тяжелых ядер, форма которых в основном состоянии близка к сферической, обнаруживается корреляция максимумов жесткости и минимумов зарядовых радиусов. Были рассмотрены четно-четные изотопы ксенона, бария, церия, неодима, самария. Во всех перечисленных ядрах положение максимума жесткости соответствует магическому числу нейтронов  $N = 82$ . На рис. 5 показано распределение этих величин для изотопов церия; зависимости положений максимумов жесткости и минимумов параметра  $r_0 = R_{ch} \cdot A^{-1/3}$  для других изотопов (Xe, Ba, Nd, Sm) подобны показанному. Успешный расчет зарядовых радиусов ядер этой группы был проведен в работе [14] на основе решения уравнений Хартри–Фока–Боголюбова.

Отмеченная для всех сферических ядер корреляция жесткости и зарядового радиуса насколько нарушается для изотопов свинца (рис. 6), для которых максимум

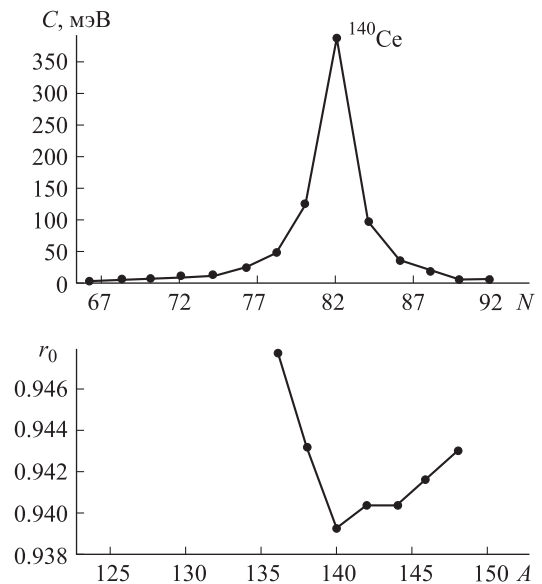


Рис. 5. Жесткости  $C$  и параметры  $r_0$  изотопов Ce

жесткости относительно квадрупольных колебаний достигается для изотопа  $^{210}\text{Pb}$ , в то время как минимум параметра  $r_0 = R_{ch} \cdot A^{-1/3}$  соответствует нейтронному магическому числу  $N = 126$ .

Все рассмотренные выше примеры корреляций жесткости и зарядовых радиусов соответствовали ядрам, близким в основном состоянии к сферическим. Именно для них формула (5) описывает жесткость относительно квадрупольных колебаний поверхности. Однако сравнение экспериментально полученных вероятностей переходов  $0^+ \rightarrow 2^+$  с теоретическими оценками позволяет формальным образом оценить среднеквадратичные деформации, характеризующие колебания, и для ядер, деформированных в основных состояниях. Расчет на основе этих данных величин (5) и сравнение их

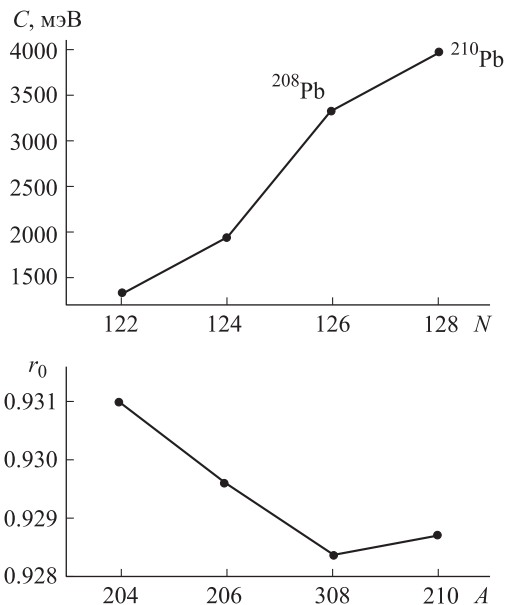


Рис. 6. Жесткости  $C$  и параметры  $r_0$  изотопов Pb

с зарядовыми радиусами также показывает эффекты корреляций, которые можно связать с формированием замкнутых деформированных нейтронных оболочек.

**Заклучение**

1. Для 44 четно-четных ядер проведен расчет жесткостей относительно коллективных квадрупольных колебаний.
2. Показано, что максимумы жесткостей соответствуют замкнутым нейтронным оболочкам либо подоболочкам, причем числа заполнения могут соответ-

ствовать как традиционным магическим числам, так и «новым магам».

3. Проведено сопоставление значений жесткостей и зарядовых радиусов ядер. Выявлены корреляции максимумов жесткостей и минимумов значений параметров  $r_0 = R_{ch} \cdot A^{-1/3}$  для зарядовых радиусов ядер. Показано, что рост жесткости приводит к увеличению поверхностного натяжения ядерной материи и как следствие к сжатию протонной компоненты ядерной материи.

Авторы благодарны профессору Б.С. Ишханову за интерес к работе и ценные замечания.

**Список литературы**

1. Айзенберг И., Грайнер В. Модели ядер. М., 1975.
2. Raman S., Nestor C.W., Tikkanen P. // At. Data & Nucl. Data Tabl. 2001. **78**. P. 1.
3. Marumori T., Suekane S., Yamamoto A. // Prog. Theor. Phys. 1956. **16**, N 4. P. 320.
4. Klinkenberg P. // Rev. Mod. Phys. 1952. **24**. P. 63.
5. <http://cdfc.sinp.msu.ru/services/radchart/radmain>.
6. Angeli I., Marinova K.P. // At. Data & Nucl. Data Tabl. 2013. **99**. P. 69.
7. Беспалова О.В., Бобошин И.Н., Ишханов Б.С. и др. // Ядерная физика. 2003. **66**. С. 673
8. Беспалова О.В., Бобошин И.Н., Ишханов Б.С. и др. // Ядерная физика. 2005. **68**. С. 216.
9. Weizsäcker C.F. von // Z. Phys. 1935. **96**. P. 431.
10. Давыдов А.С. Теория атомного ядра. М., 1958.
11. Blaum K., Geithner W., Lassen J. et al. // Nucl. Phys. A. 2008 **799**. P. 30.
12. Беспалова О.В., Бобошин И.Н., Варламов В.В. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2006. **70**. С. 661.
13. Kanungo R. // Physics Letters B. 2007. **649**. P. 31.
14. Libert J., Roussiere B., Sauvage J. // Nucl. Phys. A. 2007. **786**. P. 47.

**Manifestation of shell effects in the collective properties of atomic nuclei**

**N. G. Goncharova<sup>a</sup>, A. P. Dolgodvorov, S. I. Sergeeva**

*Department of General Nuclear Physics, Faculty of Physics; D. V. Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*  
 E-mail: <sup>a</sup> n.g.goncharova@gmail.com.

The rigidities of collective nuclear oscillations were calculated for 44 even–even atomic nuclei and compared to the charge radii. Correlations between the rigidity maxima and the minimal values of the  $r_0$  parameter were revealed. These correlations were attributed to the high surface tension in nuclei with filled neutron shells and the associated increase in pressure on nuclear matter.

*Keywords:* atomic nuclei rigidities, charge radii, shell structure.

PACS: 21.60.–n.

Received 13 December 2013.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2014).

**Сведения об авторах**

1. Гончарова Наталья Георгиевна — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-56-36; e-mail: n.g.goncharova@gmail.com.
2. Долгодворов Алексей Павлович — аспирант; e-mail: dolgodvorov@physics.msu.ru
3. Сергеева Светлана Игоревна — студент; тел.: (495) 939-56-36; e-mail: si.sergeeva@physics.msu.ru.