ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Термальные монополи в $SU(2)$ калибровочной теории на решетке

В. Г. Борняков[1,2,a], А. Г. Кононенко[3,b]

[1] *Институт физики высоких энергий РАН. Россия, 142280, Московская обл., г. Протвино, пл. Науки, д. 1.*
[2] *Институт теоретической и экспериментальной физики РАН. Россия, 117218, Москва, ул. Б. Черемушкинская, д. 25.*
[3] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*
E-mail: [a] vitaly.bornyakov@ihep.ru, [b] agkono@gmail.com

Статья поступила 08.01.2014, подписана в печать 06.03.2014.

Изучаются цвето-магнитные термальные монополи в решеточной $SU(2)$ глюодинамике с улучшенным действием Симанзика. Вычисляются плотность монополей, монопольный химический потенциал, кластерная восприимчивость и кластерная намагниченность. Полученные результаты сравниваются с результатами других работ.

Ключевые слова: решеточные калибровочные теории, переход конфайнмент–деконфайнмент, абелевы цвето-магнитные монополи, конденсация Бозе–Эйнштейна, максимальная абелева калибровка, грибовские копии.
УДК: 539.12.01. PACS: 11.15.Ha, 12.38.Aw, 12.38.Gc.

Введение

В недавних работах по столкновению тяжелых ионов было обнаружено, что кварк-глюонная материя представляет собой сильновзаимодействующую среду [1]. В работах [2] и [3] была высказана гипотеза, что необычные свойства кварк-глюонной материи, в частности очень малое значение отношения вязкости к плотности энтропии, может быть объяснено через цвето-магнитные монополи. Первые работы по исследованию роли данных степеней свободы в кварк-глюонной среде с использованием решеточных методов были опубликованы в статьях [5–11].

В предыдущей статье [12] нами была выполнена проверка универсальности свойств термальных монополей, т. е. независимость от выбора решеточного действия. В исследованиях абелевых цвето-магнитных токов при нулевой температуре [13] было установлено, что плотность инфракрасной компоненты магнитного тока отличается для различных действий решетки с разницей приблизительно на 30%. Это означает, что ультрафиолетовые флуктуации вносят вклад в инфракрасную плотность и должны быть удалены. Частичное удаление было достигнуто благодаря использованию улучшенного действия. В работе [12] мы использовали улучшенное решеточное действие Симанзика и сравнили наши результаты для плотности и других величин с результатами, полученными с вильсоновским действием [7–9, 11]. Мы нашли, что для термальных монополей универсальность выполняется, если исключить из рассмотрения короткодействующие(ультрафиолетовые) диполи.

В настоящей работе мы продолжаем наше изучение свойств термальных монополей с улучшенным решеточным действием в SU(2) калибровочной теории, уделяя особое внимание изменению свойств термальных монополей в окрестности фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент. Количественно точное определение таких параметров, как плотность монополей, магнитная константа связи и других, необходимо, в частности, для проверки гипотезы [2], что магнитные монополи слабо взаимодействуют (по сравнению с электрически заряженными флуктуациями) сразу выше фазового перехода, но становятся сильно взаимодействующими при высоких температурах. В настоящей работе мы используем ту же процедуру фиксации калибровки, что и в работах [10–12], чтобы исключить систематические эффекты, обусловленные грибовскими копиями.

1. Детали моделирования

Решеточное действие, используемое в настоящей работе, выглядит следующим образом:

$$S = \beta_{\text{impr}} S_{\text{pl}} - \frac{\beta_{\text{impr}}}{20u_0^2}\sum_{\text{rt}} S_{\text{rt}}, \tag{1}$$

где $\beta_{\text{impr}} = 4/g^2$ — обратная константа связи, u_0 — параметр дополнительного члена, а S_{pl} и S_{rt} — плакетный и прямоугольный 1×2 петлевые слагаемые в действии соответственно:

$$S_{\text{pl, rt}} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}(1 - U_{\text{pl, rt}}), \quad u_0 = \sqrt[4]{\frac{1}{2}\langle \mathrm{Tr}(U_{\text{pl}})\rangle}. \tag{2}$$

Наши расчеты были выполнены на асимметричной решетке объема $V = L_t \times L_s^3$ с периодическими граничными условиями, где $L_t = 6$, $L_s = 48$ — число узлов соответственно во временном и пространственном направлениях. Температура T задается соотношением

$$T = \frac{1}{aL_t}, \tag{3}$$

где a — шаг решетки. Для определения значения u_0 мы использовали результаты работы [13] либо непосредственно, либо делали интерполяцию до необходимого значения.

Максимальная абелева калибровка (МАК) фиксируется отысканием максимума калибровочного функционала [14, 15]

$$F_U(g) = \frac{1}{4V}\sum_{x,\mu}\frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\left(U^g_{x,\mu}\sigma_3 U^{g,\dagger}_{x,\mu}\sigma_3\right) \qquad (4)$$

относительно калибровочных преобразований решеточного калибровочного поля $U_{x,\mu}$

$$U_{x,\mu} \to U^g_{x,\mu} = g_x U_{x,\mu} g^{\dagger}_{x+\mu}. \qquad (5)$$

После фиксации калибровки для получения монопольных токов выполняется абелева проекция, в результате которой из неабелевой переменной $U_{x,\mu}$ извлекается абелева фаза $\theta_\mu(x)$, а затем конструируется абелев плакет $\theta_{\mu\nu}(x)$ по формуле

$$\theta_{\mu\nu} \equiv \theta_\mu(n)+\theta_\nu(n+\widehat{\mu})-\theta_\mu(n+\widehat{\nu})-\theta_\nu(n) = \overline{\theta}_{\mu\nu}+2\pi m_{\mu\nu}, \qquad (6)$$

где $\overline{\theta}_{\mu\nu} \in (-\pi,\pi]$ — компактифицированная часть абелевой плакетной фазы. Наконец, абелевы монопольные токи получаются с использованием конструкции [16]:

$$j_\mu(x) = \frac{1}{2\pi}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\widehat{\partial}_\nu\overline{\theta}_{\alpha\beta}(x). \qquad (7)$$

Монопольные токи определяются на линках $\{x,\mu\}^*$ дуальной решетки и принимают целые значения $j_\mu(x) = 0, \pm1, \pm2$. В силу выполнения закона сохранения $\widehat{\partial_\mu} j_\mu(x) = 0$ монопольные токи образуют замкнутые петли, объединенные в кластеры. Часть кластеров (при нулевой температуре — все) замыкаются внутри объема, но есть кластеры, которые замыкаются через границу решетки во временно́м направлении. Степень намотанности N_{wr} данного кластера определяется соотношением

$$N_{\mathrm{wr}} = \frac{1}{L_t}\sum_{j_4(x)\,\in\,\mathrm{cluster}} j_4(x). \qquad (8)$$

Впервые такие кластеры изучались в работах [4, 17].

Для фиксации МАК мы используем алгоритм симулированного медленного охлаждения, который оказался очень эффективным для этой калибровки [18]. Для дальнейшего уменьшения эффекта грибовских копий мы создали десять грибовских копий для каждой конфигурации решеточного калибровочного поля, начиная каждый раз с процедуры фиксации калибровки из случайно выбранной калибровочной копии начальной монтекарловской конфигурации.

В табл. 1 представлена информация об ансамбле калибровочных полей и параметрах, используемых в настоящей работе.

Таблица 1

Значения β_{imp}, параметра u_0, температуры и число конфигураций, использованных в настоящей статье
(T_c — значение температуры в точке фазового перехода)

β_{imp}	u_0	T/T_c	N_{meas}
3.480	0.91681	1.50	200
3.400	0.91402	1.31	372
3.340	0.91176	1.20	260
3.313	0.91056	1.13	228
3.300	0.91015	1.10	203
3.285	0.90954	1.07	306
3.265	0.90867	1.03	416
3.230	0.90714	0.97	238
3.215	0.90646	0.94	300
3.200	0.90578	0.91	201
3.100	0.90069	0.76	100

2. Конденсация монополей

В этом разделе рассматриваются термальные монополи с различными значениями числа намоток N_{wr}. В работе [9] было предложено использовать данные траектории для оценки бозе-конденсации термальных монополей, когда температура понижается до критической. Основную идею данного подхода можно сформулировать следующим образом.

В интеграле по путям, который описывает систему N тождественных частиц, траектория каждой частицы должна быть замкнутой во временно́м направлении благодаря периодическим граничным условиям, но с точностью до перестановки N частиц. Это означает, что ансамбль N тождественных частиц не обязательно состоит из N отдельных замкнутых траекторий, а может состоять из $M<N$ траекторий, при условии что часть из них замыкается через временное направление более чем один раз. Таким образом, для произвольной конфигурации, описывающей N тождественных частиц с $M<N$ траекториями, будет справедливо следующее соотношение:

$$\sum_{k=1}^{k_{\max}} N_k k = N, \qquad \sum_{k=1}^{k_{\max}} N_k = M, \qquad (9)$$

где N_k = число траекторий с k намотками.

Данное свойство ансамбля тождественных частиц можно использовать для оценки эффектов квантовой статистики. Если система близка к больцмановскому приближению, то вклады траекторий с намоткой больше чем 1 подавлены. С другой стороны, появление траекторий со все большим количеством намоток говорит о том, что квантовые эффекты становятся более значительными, что должно быть справедливо при температурах, близких к температуре бозе-конденсации.

Описание данных свойств ансамбля тождественных частиц на решетке выглядит следующим образом.

Плотность термальных монополей определяется соотношением

$$\rho = \frac{\left\langle \sum\limits_{\mathrm{clusters}} |N_{\mathrm{wr}}| \right\rangle}{L_s^3 a^3}. \qquad (10)$$

Известно, что для идеального бозе-газа [9, 20] плотность траекторий с числом намоток k можно записать следующим образом:

$$\rho_k = \frac{e^{-\widehat{\mu}k}}{\lambda^3 k^{5/2}}, \qquad (11)$$

где $\widehat{\mu} \equiv -\mu/T$, μ — химический потенциал, λ — дебройлевская термальная длина волны. Температура конденсации определяется равенством нулю химического потенциала.

При анализе монопольной плотности ρ_k вблизи T_c мы обнаружили, что ее значения для $k=1,2$ рез-

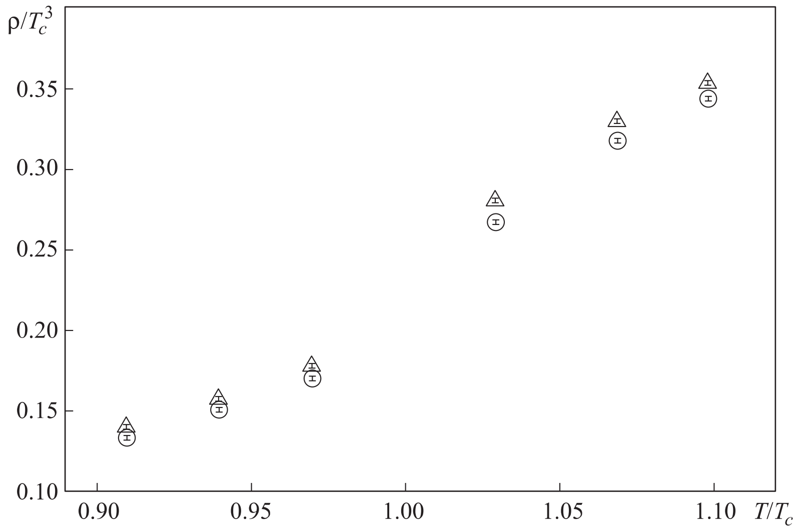

Рис. 1. Зависимость полной монопольной плотности ρ/T_c^3 (треугольники) и плотности кластеров с одной намоткой ρ_1/T_c^3 (кружки) от температуры

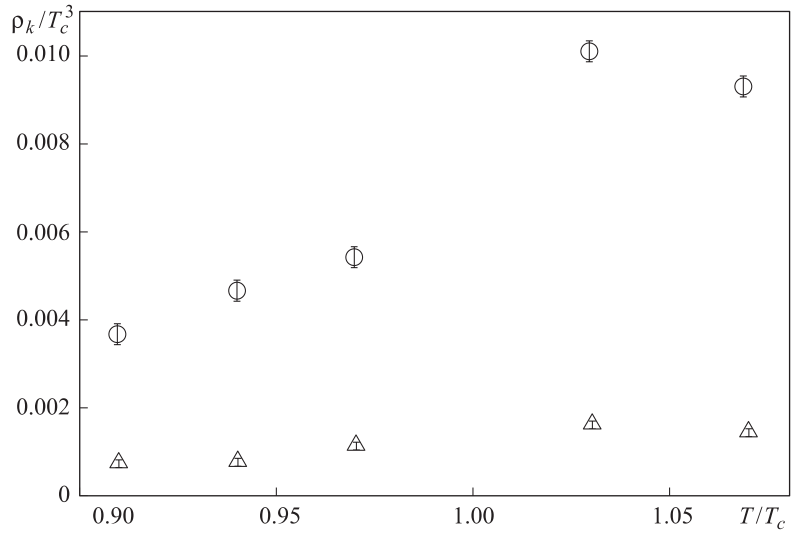

Рис. 2. Зависимость плотности монополей ρ_2/T_c^3 (кружки) и ρ_3/T_c^3 (треугольники) от температруы

ко возрастают при переходе из фазы конфайнмента ($T < T_c$) в фазу деконфайнмента ($T > T_c$). Это поведение видно из данных, представленных на рис. 1 и 2. Данное явление обнаружено впервые. Таким образом, плотности ρ_1 и ρ_2, а также полная плотность ρ, также показанная на рис. 1, являются индикаторами перехода конфайнмент–деконфайнмент.

На рис. 2 показана также плотность ρ_3, для которой возрастание гораздо менее ярко выражено. Можно предположить, что с возрастанием k обнаруженный эффект быстро ослабевает.

Для учета взаимодействия между монополями в работе [9] было предложено модифицировать уравнение (11) до

$$\frac{\rho_k}{T^3} = \frac{Ae^{-\widehat{\mu}k}}{k^{\alpha}}, \tag{12}$$

со свободным параметром α. Конденсация монополей происходит, когда эффективный химический потенциал обращается в нуль.

Мы аппроксимировали наши данные для ρ_k/T^3 уравнением (12) в области температур, близких к T_c. Для параметра α задавались четыре значения. На рис. 3 представлена зависимость ρ_k/T^3 от k вместе с фитами для случая $\alpha = 2.5$. Результаты аппроксимаций для всех значений α представлены в табл. 2. Для нашей статистики параметр α возможно было рассматривать как свободный параметр только при фитировании данных в фазе конфайнмента, при этом если полагать, что $\mu = 0$, то значения параметра α получались в пределах от 2.1 до 2.5.

Зависимость химического потенциала от температуры для $\alpha = 2.5$ приведена на рис. 4. Можно видеть, что при уменьшении температуры от $1.2T_c$ до $1.03T_c$ химический потенциал уменьшается, достигая значения приблизительно 0.7, что качественно согласуется с теоретическими предсказаниями при бозе-конденсации. Для температур ниже T_c значения химического потенциала согласуются с нулевым значением в пределах статистических погрешностей, как и ожидается. Вычисление химического потенциала в фазе конфайнмента было выполнено впервые.

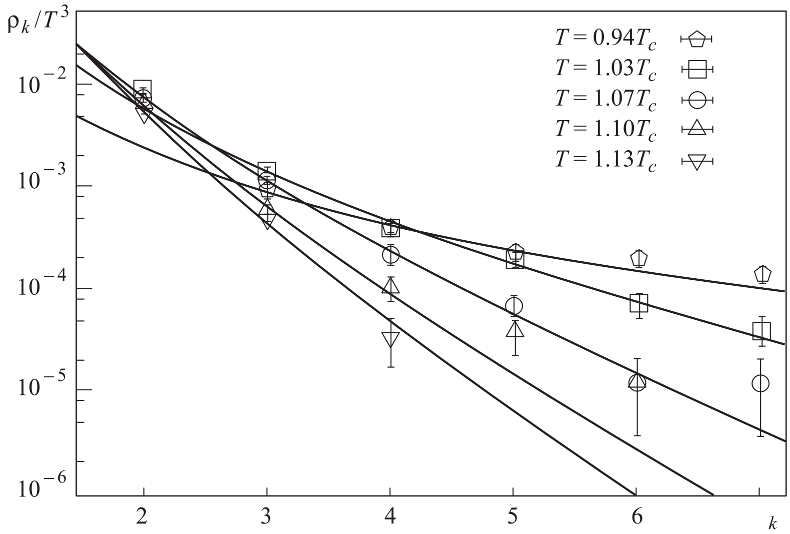

Рис. 3. Зависимость монопольной плотности ρ_k/T^3 от числа намоток монопольной траектории k. Линии на рисунке показывают фиты для $\alpha = 2.5$

Таблица 2

Значения параметров эффективного химического потенциала $\widehat{\mu}$, полученные аппроксимированием зависимости ρ_k/T^3 для четырех значений параметра α с соответствующей ошибкой и χ^2/n_{df}

	$\alpha = 0$		$\alpha = 2$		$\alpha = 2.5$		$\alpha = 3$	
T	$\widehat{\mu}$	χ^2/n_{df}	$\widehat{\mu}$	χ^2/n_{df}	$\widehat{\mu}$	χ^2/n_{df}	$\widehat{\mu}$	χ^2/n_{df}
$0.91T_c$	0.55(6)	0.93	0.09(3)	0.44	−0.02(3)	0.42	−0.14(3)	0.44
$0.94T_c$	0.34(3)	2.03	0.05(2)	1.07	−0.02(2)	1.30	−0.08(2)	1.71
$0.97T_c$	0.43(5)	2.49	0.09(2)	0.96	0.01(2)	0.94	0.56(4)	1.09
$1.03T_c$	1.04(9)	2.88	0.53(6)	1.31	0.41(5)	1.01	0.29(4)	0.77
$1.07T_c$	1.79(7)	1.42	1.04(4)	0.55	0.86(4)	0.45	1.03(08)	0.44
$1.10T_c$	2.2(1)	2.27	1.4(1)	1.84	1.2(1)	0.45	1.28(2)	1.61
$1.13T_c$	2.42(7)	0.40	1.65(3)	1.33	1.47(1)	1.73	1.94	2.04
$1.20T_c$	3.15		2.34		2.14			

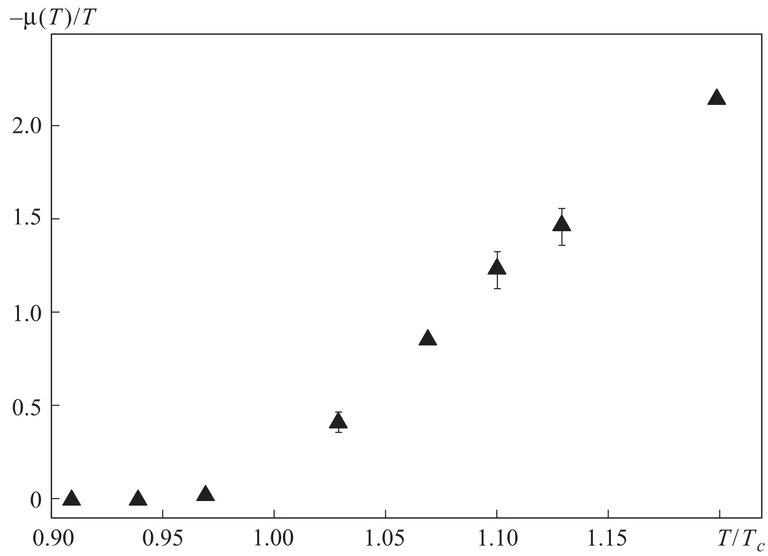

Рис. 4. Зависимость кластерного химического потенциала $-\mu/T$ от температуры

3. Кластерная перколяция

В этом разделе рассматривается кластерный перколяционный переход. Как было упомянуто в разделе 1, монопольные токи образуют кластеры. Картина распределения кластеров по объему решетки зависит от температуры. В работе [4] было впервые показано, что в фазе конфайнмента всегда есть один большой (перколирующий) кластер, включающий значительную часть монопольных токов. Выше температуры перехода в фазу деконфайнмента такой кластер исчезает.

В нашей работе мы повторяем вычисления, выполненные в [4], но делаем это с намного более высокой точностью, т. е. с намного меньшими статистическими (наша статистика намного больше, чем в [4]) и систематическими погрешностями (увеличен объем решетки, уменьшен шаг решетки, улучшена фиксация калибровки, используется улучшенное действие). Наша цель состоит в том, чтобы, используя намного более высокую точность численных расчетов, подтвердить вывод, сделанный в [4], о совпадении перколяционного перехода монопольных токов и фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент.

Существуют различные определения перколирующего кластера [19]. В настоящей работе мы считали, что кластер является перколирующим, если он охватывает весь объем решетки, но при этом может иметь и пустоты. Появление перколирующего кластера в теории перколяции является фазовым переходом, который характеризуется критической температурой T_c.

Используя решеточные методы, можно определить значение температуры, при которой происходит перколяционный переход, вычисляя две величины, характеризующие распределение кластеров по объему решетки: кластерную вoприимчивость $\chi_{\rm cl}$ и кластерную намагниченность $P_{\rm cl}$ (названия даны этим величинам по аналогии со спиновыми системами [20]). Кластерная восприимчивость определяется следующим соотношением:

$$\chi_{\rm cl} = \frac{\sum\limits_{N=4}^{N_{\max}} (g(N)N^2) - N_{\max}^2}{N_{\rm tot}}, \qquad (13)$$

где $N_{\rm tot}$ — полное число узлов во всех кластерах для данной конфигурации, $N_{\max}$ — число узлов в наибольшем по размеру кластере, $g(N)$ — вес кластера размера N. Суммирование ведется по кластерам всех размеров с наименьшего $N=4$ до наибольшего $N_{\max}$. Из (13), видно что $\chi_{\rm cl}$ является средним размером кластера без учета самого большого. Первое вычисление $\chi_{\rm cl}$ было выполнено в работе [4] на малых решетках.

График зависимости $\chi_{\rm cl}$ от температуры представлен на рис. 5. На рисунке можно видеть, что при $T = 1.5T_c$ решетку заполняют кластеры со средним размером 17 узлов на кластер. По мере понижения температуры до T_c средний размер кластера быстро растет, достигая значения 112 узлов на кластер при $1.03T_c$. В точке перколяционного перехода $\chi_{\rm cl}$ имеет максимум, значение которого стремится к бесконечности в пределе бесконечного объема. Ниже T_c средний размер неперколирующего кластера резко уменьшается и при температуре $0.76T_c$ вновь становится примерно 16 узлов на кластер.

Кластерная намагниченность определяется соотношением

$$P_{\rm cl} = \frac{N_{\max}}{N_{\rm tot}}, \qquad (14)$$

где $N_{\max}$ и $N_{\rm tot}$ имеют тот же смысл, что и в выражении (13). Зависимость $P_{\rm cl}$ от T представлена на рис. 6. Можно видеть, что при температурах чуть выше T_c в самом большом из кластеров сосредоточено менее 10% всех сайтов конфигурации. При переходе через T_c при понижении температуры $P_{\rm cl}$ быстро растет, достигая значения более 55% при $T = 0.76T_c$. Таким образом, $P_{\rm cl}$ демонстрирует поведение, характерное для параметра порядка.

Данные на рис. 5 и 6 подтверждают известный факт, что перколяционный переход монопольных кластеров совпадает с фазовым переходом. Поскольку наши вычисления выполнены на решетках большого размера и для достаточно малого шага решетки (вблизи фазового перехода размер решетки составляет примерно 5.2 Фм, а шаг решетки $a \approx 0.11$ Фм), то наши результаты указывают на то, что вывод о совпадении этих переходов

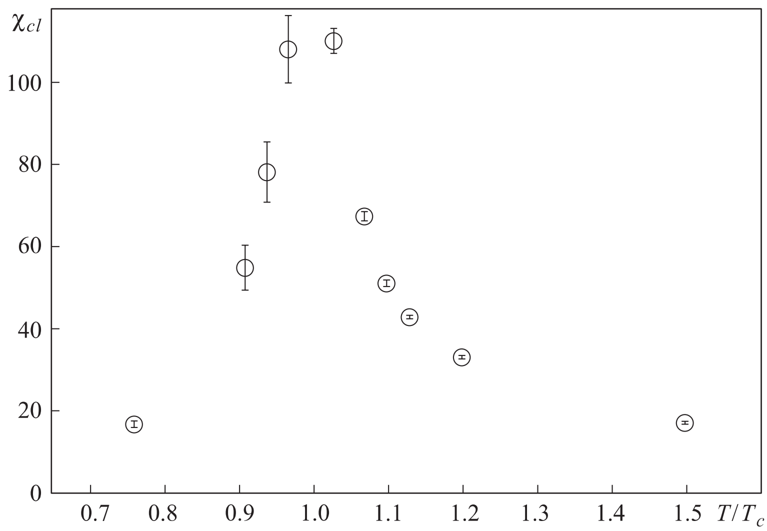

Рис. 5. Зависимость кластерной восприимчивости $\chi_{\rm cl}$ от температуры

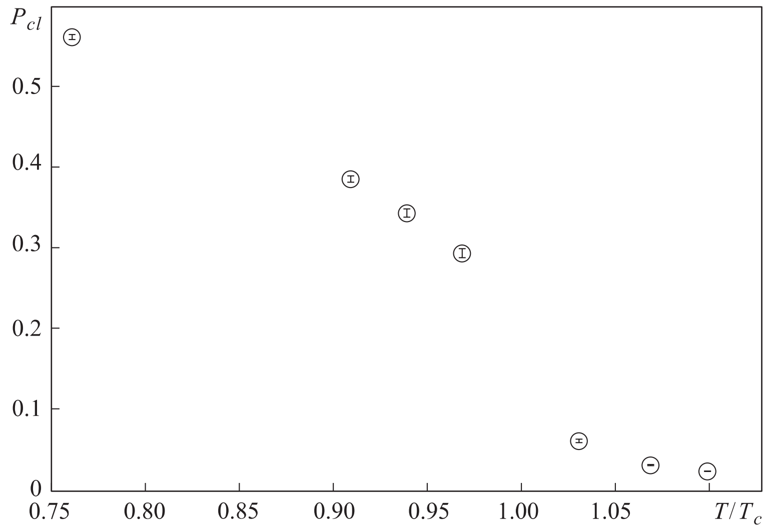

Рис. 6. Зависимость кластерной намагниченности P_{cl} от температуры

остается справедливым в пределе бесконечного объема и в пределе снятия обрезания (нулевого шага решетки).

Стоит отметить, что мы не выполняли вычисления при $T = T_c$, чтобы избежать эффектов конечного объема, а также эффектов скоррелированности наших решеточных конфигураций, которые в точке перехода максимальны. При вычислении χ_{cl} и P_{cl} для температур, близких к T_c, наблюдались следующие эффекты конечного размера решетки. При $T < T_c$ помимо максимального кластера, размер которого был значительно больше, чем размеры оставшихся кластеров, наблюдались 1–2 кластера на конфигурацию, размер которых составлял приблизительно $1/3-1/5$ от размера перколирующиего кластера. В этих случаях особенностью этих кластеров (включая максимальный) являлось то, что они имели ненулевую намотку по пространственному направлению и являлись границей одной и той же поверхности, образованной Дираковскими плакетами (плакетами с ненулевыми $m_{\mu\nu}$). Данные кластеры мы рассматривали как куски перколирующего и включали узлы данных кластеров в число узлов, принадлежащих перколирующему кластеру. Подобные эффекты конечного объема были ранее обнаружены в случае $T = 0$ в работе [13].

Полученные нами результаты указывают на то, что обнаруженное резкое возрастание плотности термальных монополей при $T \approx T_c$ является следствием распада перколирующего кластера. Интересный вопрос о связи явления бозе-конденсации термальных монополей и явления перколяции магнитных токов требует дальнейших исследований.

Заключение

Используя улучшенное решеточное действие (1) и адекватную процедуру фиксации калибровки, мы выполнили изучение свойств термальных цвето-магнитных монополей, а также перколяционного перехода цвето-магнитных токов. Результаты исследования подтверждают тот факт, что термальные магнитные монополи являются инфракрасными флуктуациями, а не артефактами фиксации калибровки. Мы впервые показали следующее: 1) плотность термальных монополей быстро возрастает при возрастании температуры вблизи T_c и, значит, может служить величиной, указывающей на переход конфайнмент–деконфайнмент; мы также показали, что это резкое возрастание плотности происходит за счет возрастания плотности термальных монополей с $k = 1$; 2) химический потенциал для термальных монополей равен нулю в фазе конфайнмента в соответствии с ожиданиями; 3) наши данные (см. рис. 5 и 6) указывают на то, что перколяционный переход монопольных кластеров совпадает с фазовым переходом деконфайнмента в пределе бесконечного объема и в пределе снятия обрезания (нулевого шага решетки). В настоящее время мы выполняем исследования в $SU(3)$-глюодинамике и КХД.

Список литературы

1. *Adams J.* et al. (STAR Collaboration) // Nucl. Phys. 2005. **A757**. P. 102.
2. *Liao J., Shuryak E.* // Phys. Rev. C. 2007. **75**. 054907.
3. *Chernodub M.N., Zakharov V.I.* // Phys. Rev. Lett. 2007. **98**. 082002.
4. *Bornyakov V.G., Mitrjushkin V.K., Muller-Preussker M.* // Phys. Lett. B. 1992. **284**. P. 99.
5. *Shuryak E.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2009. **62**. P. 48.
6. *Ratti C., Shuryak E.* // Phys. Rev. D. 2009. **80**. 034004.
7. *D'Alessandro A., D'Elia M.* // Nucl. Phys. 2008. **B799**. P. 241.
8. *Liao J., Shuryak E.* // Phys. Rev. Lett. 2008. **101**. 162302.
9. *D'Alessandro A., D'Elia M., Shuryak E.V.* // Phys. Rev. D. 2010. **81**. 094501.
10. *Bornyakov V., Braguta V.* // Phys. Rev. D. 2011. **84**. 074502.
11. *Bornyakov V., Braguta V.* // Phys. Rev. D. 2012. **85**. 014502.
12. *Bornyakov V.G., Kononenko A.G.* // Phys. Rev. D. 2012. **86**. 074508.
13. *Bornyakov V., Ilgenfritz E.-M., Mueller-Preussker M.* // Phys. Rev. D. 2005. **72**. 054511.
14. *Kronfeld A.S., Laursen M., Schierholz G., Wiese U.* // Phys. Lett. B. 1987. **198**. P. 516.
15. *'t Hooft G.* // Nucl. Phys. 1981. **B190**. P. 455.
16. *De Grand A., Toussaint D.* // Phys. Rev. D. 1980. **22**. P. 2478.

17. *Ejiri S.* // Phys. Lett. B. 1996. **376**. P. 163.
18. *Bali G.S., Bornyakov V., Muller-Preussker M., Schilling K.* // Phys. Rev. D. 1996. **54**. P. 2863.
19. *Damm G., Kerler W.* // Phys. Lett. B. 1997. **397**. P. 216.
20. *Schakel A.M.J.* // Phys. Rev. E. 2001. **63**. 026115.

Thermal monopoles in the SU(2) gauge theory on a lattice

V. G. Bornyakov[1,2,a], **A. G. Kononenko**[3,b]

[1] *Institute for experimental and theoretical physics, Russian Academy of Sciences, Moscow 117218, Russia.*
[2] *High Energy Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Protvino, Moscow Region 142280, Russia.*
[3] *Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
E-mail: [a] *vitaly.bornyakov@ihep.ru,* [b] *agkono@gmail.com.*

Color-magnetic thermal monopoles in $SU(2)$ lattice gluodynamics with improved Simanzik action were studied. The density of the monopoles, the monopole chemical potential, the cluster susceptibility, and the cluster magnetization were studied. These results were compared with results that were reported elsewhere.

Keywords: lattice gauge theories, confinement–deconfinement transition, Abelian color-magnetic monopoles Bose–Einstein condensation, maximal Abelian gauge, Gribov copies.
PACS: 11.15.Ha, 12.38.Aw, 12.38.Gc.
Received 8 January 2014.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 4(2014).

Сведения об авторах

1. Борняков Виталий Геннадьевич — доктор физ.-мат. наук; тел.: (4967) 71-35-75, e-mail: vitaly.bornyakov@ihep.ru.
2. Кононенко Антон Геннадьевич — стажер; тел.: (495) 939-16-47, e-mail: agkono@gmail.com.