

## ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

**Примесное магнитооптическое поглощение с участием резонансных состояний  $D_2^-$ -центров в квантовых ямах**В. Ч. Жуковский<sup>1,a</sup>, В. Д. Кревчик<sup>2,b</sup>, А. Б. Грунин<sup>2</sup>, А. В. Разумов<sup>3,c</sup>, П. В. Кревчик<sup>2</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.  
<sup>2</sup>Пензенский государственный университет, физико-математический факультет,<sup>2</sup>кафедра «Физика»; <sup>3</sup>кафедра «Общая физика и методика обучения физике».

Россия, 440026, Пенза, ул. Красная, д. 40.

E-mail: <sup>a</sup>vlchzh@gmail.com, <sup>b</sup>physics@pnzgu.ru, <sup>c</sup>razumov\_alex@mail.ru

Статья поступила 16.03.2014, подписана в печать 24.05.2014.

Методом потенциала нулевого радиуса исследована зависимость средней энергии связи резонансного  $g$ -состояния  $D_2^-$ -центра от величины внешнего магнитного поля в квантовой яме с параболическим удерживающим потенциалом. Показано, что с ростом обменного взаимодействия меняется характер зависимости средней энергии связи резонансного  $g$ -состояния  $D_2^-$ -центра от величины внешнего магнитного поля. Выдвинуто предположение, что в квантовых ямах GaAs/AlGaAs, легированных мелкими донорами Si, возможно существование резонансных  $D_2^-$ -состояний в условиях обменного взаимодействия. Найдено, что в спектрах примесного магнитооптического поглощения в многоямных квантовых структурах обменное взаимодействие проявляется в наличии осцилляций интерференционной природы.

*Ключевые слова:* квантовая яма, примесные резонансные состояния, спектры примесного магнитооптического поглощения, обменное взаимодействие.

УДК: 535.8; 537.9; 539.33. PACS: 73.21.Fg.

**Введение**

В последние годы наблюдается рост интереса к примесным состояниям (локализованным и резонансным) в полупроводниковых квантовых ямах (КЯ) (обзор дан в [1]), что во многом связано с перспективой создания новых источников стимулированного излучения на примесных переходах [2, 3]. Интерес к  $H^-$ -подобным примесным состояниям в селективно-легированных КЯ обусловлен тем, что в объемных полупроводниках такие состояния могут существовать только в неравновесных условиях, например, при фотовозбуждении [4]. В работе [5] приведены результаты экспериментальных исследований зависимости энергии  $E_D$  связи  $D^-$ -центров в многоямных квантовых структурах (МКС) GaAs/AlGaAs с мелкими донорами Si от величины внешнего магнитного поля  $B$ . Выявлен нелинейный характер данной зависимости  $E_D \sim \sqrt{B}$ . Ранее в [6] нами была предпринята попытка интерпретации полученных в [5] результатов в рамках модели потенциала нулевого радиуса [7] для  $D^-$ -центра в одиночной КЯ. Однако, как показали расчеты, зависимость  $E_D(B)$  оказалось достаточно близкой к линейной. В настоящей работе выдвинуто и теоретически обосновано предположение о возможном вкладе в нелинейную зависимость  $E_D(B)$  обменного взаимодействия между  $D^0$ -центрами с обобществленным электроном, так называемые  $D_2^-$ -центры. Последние могут образовываться вследствие роста концентрации нейтральных примесей, когда расстояние между  $D^0$ -центрами становится достаточно малым и электрон обобществляется. При этом энергетический спектр  $D_2^-$ -центра расщепляется из-за обменного вза-

имодействия. Теоретическое исследование энергетической структуры и оптических свойств  $D_2^-$ -центров с локализованными  $g$ - и  $u$ -состояниями в квантовых проволоках при наличии внешнего магнитного поля проводилось в работах [8, 9]. Было показано, что энергия связи  $g$ - и  $u$ -состояний, а также величина расщепления между термами зависят от пространственной конфигурации молекулярного иона  $D_2^-$  в объеме квантовой проволоки.

Цель настоящей работы — теоретическое исследование влияния обменного взаимодействия на энергетический спектр  $D_2^-$ -центров как с локализованными, так и с резонансными  $g$ - и  $u$ -состояниями в КЯ при наличии внешнего магнитного поля, а также на спектры примесного магнитооптического поглощения в МКС с резонансными  $D_2^-$ -состояниями. Проводится сравнение полученных теоретических результатов с экспериментальными данными по зависимости энергии связи  $D^-$ -состояния от величины внешнего магнитного поля в КЯ GaAs/AlGaAs, легированной мелкими донорами Si.

**1. Влияние обменного взаимодействия на локализованные и резонансные  $g$ -состояния  $D_2^-$ -центра во внешнем магнитном поле**

Рассматривается полупроводниковая КЯ, удерживающий потенциал которой вдоль оси роста моделируется потенциалом одномерного гармонического осциллятора. В приближении эффективной массы в симметричной калибровке векторного потенциала  $\mathbf{A} = 1/2B\rho\mathbf{e}_\varphi$ , где  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  — вектор магнитной индукции;  $\mathbf{e}_\varphi$  — единичный вектор в цилиндрической системе координат,

гамильтониан в выбранной модели имеет вид

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{\omega_B}{2} \hat{M}_z + \frac{m^* \omega_B^2 \rho^2}{8} - \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m^* \omega_0^2 z^2}{2}, \quad (1)$$

где  $\omega_B = |e|B/m^*$  — циклотронная частота;  $m^*$  — эффективная масса электрона;  $|e|$  — абсолютное значение заряда электрона;  $\omega_0$  — характерная частота удерживающего потенциала КЯ;  $\hat{M}_z = -i\hbar \partial/\partial \varphi$  — оператор проекции момента импульса на ось  $z$ .

Собственные значения  $E_{n_1, m, n}$  и соответствующие собственные функции  $\Psi_{n_1, m, n}(\rho, \varphi, z)$  гамильтониана (1) даются выражениями вида

$$E_{n_1, m, n} = \frac{\hbar \omega_B}{2} (2n_1 + |m| + 1) + \frac{\hbar \omega_B}{2} m + \hbar \omega_0 \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (2)$$

$$\Psi_{n_1, m, n}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2^{|m|/2} a_B^{|m|+1} \sqrt{2^{n+1} n! \pi^{3/2} a}} \times \left[ \frac{n_1!}{(n_1 + |m|)!} \right]^{1/2} \rho^{|m|} \exp \left[ - \left( \frac{\rho^2}{4a_B^2} + \frac{z^2}{2a^2} \right) \right] L_{n_1}^{|m|} \times \times \left( \frac{\rho^2}{2a_B^2} \right) H_n \left( \frac{z}{a} \right) \exp(im\varphi), \quad (3)$$

где  $n_1 = 0, 1, 2, \dots$  — радиальное квантовое число, соответствующее уровням Ландау;  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — магнитное квантовое число;  $n = 0, 1, 2, \dots$  — осцилляторное квантовое число;  $a_B = \sqrt{\hbar/(m^* \omega_B)}$  — магнитная длина;  $a = \sqrt{\hbar/(m^* \omega_0)}$  — характерная длина осциллятора;  $L_{n_1}^{|m|}(x)$  — полиномы Лагерра;  $H_n(y)$  — полиномы Эрмита.

Пусть  $D^0$ -центры расположены в точках  $\mathbf{R}_{a1}(\rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1})$  и  $\mathbf{R}_{a2}(\rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2})$ . Здесь  $\mathbf{R}_{ai} = (\rho_{ai}, \varphi_{ai}, z_{ai})$  ( $i = 1, 2$ ) — цилиндрические координаты примесных центров. Двухцентровой потенциал моделируется суперпозицией потенциалов нулевого радиуса мощностью  $\gamma_i = 2\pi\hbar^2/(\alpha_i m^*)$  и в цилиндрической системе координат имеет вид

$$V_\delta(\mathbf{r}; \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2}) = \sum_{i=1}^2 \gamma_i \frac{\delta(\rho - \rho_{ai})}{\rho} \delta(\varphi - \varphi_{ai}) \delta(z - z_{ai}) \times \times \left[ 1 + (\rho - \rho_{ai}) \frac{\partial}{\partial \rho} + (z - z_{ai}) \frac{\partial}{\partial z} \right], \quad (4)$$

где  $\alpha_i$  определяется энергией  $E_i = -\hbar^2 \alpha_i^2/(2m^*)$  электронного локализованного состояния на этих же  $D^0$ -центрах в объемном полупроводнике.

В приближении эффективной массы волновая функция резонансного  $D_2^-$ -состояния  $\Psi_\lambda^{\text{res}}(\rho, \varphi, z; \rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1}, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2}) = \Psi_\lambda^{\text{res}}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2})$  удовлетворяет уравнению Липпмана-Швингера для связанного состояния:

$$\Psi_\lambda^{\text{res}}(\mathbf{r}; \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2}) = \int d\mathbf{r}_1 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; E_\lambda^{(0)}) V_\delta(\mathbf{r}_1; \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2}) \times \times \Psi_\lambda^{\text{res}}(\mathbf{r}_1; \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2}), \quad (5)$$

где  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; E_\lambda^{(0)})$  — одноэлектронная функция Грина, соответствующая источнику в точке  $\mathbf{r}_1$  и энергии  $\text{Re } E_\lambda^{(0)} = \hbar^2 \lambda^2/(2m^*)$  ( $\text{Re } E_\lambda^{(0)} > 0$ ):

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; E_\lambda^{(0)}) = \sum_{n_1, m, n} \frac{\Psi_{n_1, m, n}^*(\mathbf{r}_1) \Psi_{n_1, m, n}(\mathbf{r})}{E_\lambda^{(0)} - E_{n_1, m, n} - i\hbar\Gamma}, \quad (6)$$

где  $\hbar\Gamma$  — лоренцева полуширина энергетических уровней в КЯ.

Подставляя (4) в (5), получим, что волновая функция электрона  $\Psi_\lambda^{\text{res}}(\mathbf{r}; \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2})$  имеет вид линейной комбинации

$$\Psi_\lambda^{\text{res}}(\mathbf{r}; \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2}) = \sum_{i=1}^2 \gamma_i c_i G(\mathbf{r}, \mathbf{R}_{ai}; E_\lambda^{(0)}), \quad (7)$$

где  $c_i = (\hat{T}_i \Psi_\lambda^{\text{res}})(\mathbf{R}_{ai}; \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2})$  — нормировочный множитель;  $\hat{T}_i = \lim_{\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{R}_{ai}} [1 + (\mathbf{r} - \mathbf{R}_{ai}) \nabla]$ .

Применяя последовательно операцию  $\hat{T}_i$  ( $i = 1, 2$ ) к обеим частям выражения (7), получим систему алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} c_1 = \gamma_1 a_{11} c_1 + \gamma_2 a_{12} c_2, \\ c_2 = \gamma_1 a_{21} c_1 + \gamma_2 a_{22} c_2. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь  $a_{ij} = (\hat{T}_i G)(\mathbf{R}_{ai}, \mathbf{R}_{aj}; E_\lambda^{(0)})$ ;  $i, j = 1, 2$ .

Полагая  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  и исключив из данной системы коэффициенты  $c_i$ , получим дисперсионные уравнения для определения средней энергии связи резонансного  $D_2^-$ -состояния  $\bar{E}_\lambda = \hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - \text{Re } E_\lambda^{(0)}$ , а также ширины резонансного уровня  $\Delta E = 2 \text{Im } E_\lambda^{(0)}$ :

$$\gamma a_{11} + \gamma a_{12} = 1 \quad (c_1 = c_2), \quad (9)$$

$$\gamma a_{11} - \gamma a_{12} = 1 \quad (c_1 = -c_2). \quad (10)$$

Коэффициенты  $a_{ij}$ , входящие в (9) и (10), можно представить в виде

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -2^{-3} \pi^{-3/2} a_d^{-3} E_d^{-1} \beta^{-1/2} \times \\ & \times \left[ \int_0^{+\infty} dt \exp \left\{ - \left( -\beta \eta_B^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \left( \frac{i\hbar\Gamma}{E_d} \right) \beta \right) t \right\} \right] \times \\ & \times \left[ 2^{1/2} \beta a_B^{*-2} (1 - e^{-2t})^{-1/2} \delta^{-1}(t) \text{sh}^{-1} \left[ \beta a_B^{*-2} t \right] \right] \times \\ & \times \exp \left[ - \frac{(\rho_{aj}^2 + \rho_{ai}^2) \text{cth}(\beta a_B^{*-2} t)}{4a_B^2} \right] \times \\ & \times \exp \left[ \frac{\rho_{aj} \rho_{ai} \text{ch} \left[ i(\varphi_{ai} - \varphi_{aj}) - \beta a_B^{*-2} t \right]}{2a_B^2 \text{sh} \left[ \beta a_B^{*-2} t \right]} \right] \times \\ & \times \exp \left\{ - \frac{(z_{aj}^2 + z_{ai}^2) \text{cth}(t)}{2a^2} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{z_{aj} z_{ai}}{a^2 \text{sh}(t)} \right\} - \\ & - t^{-3/2} \cdot \exp \left\{ - \frac{\Delta_{ij}^2}{2t} \right\} \Big] + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\sqrt{2\pi} \exp\left\{-\sqrt{2\left(-\beta\eta_B^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i\hbar\Gamma}{E_d}\beta\right)} \cdot \Delta_{i,j}\right\}}{\Delta_{i,j}}, \quad (11)$$

$$a_{ii} = -2^{-3}\pi^{-3/2}a_d^{-3}E_d^{-1}\beta^{-1/2} \times \\ \times \left[ \int_0^{+\infty} dt \exp\left\{-\left(-\beta\eta_B^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i\hbar\Gamma}{E_d}\beta\right)t\right\} \times \right. \\ \times \left[ 2^{1/2}\beta a_B^{*-2} (1 - e^{-2t})^{-1/2} \times \delta^{-1}(t) \cdot \text{sh}^{-1}\left(\beta a_B^{*-2}t\right) \times \right. \\ \times \exp\left[-\frac{z_{ai}^2 \text{th}\left(\frac{t}{2}\right)}{a^2}\right] - t^{-3/2} \left. \right] - \\ - \sqrt{2\pi} \cdot \sqrt{2\left(-\beta\eta_B^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i\hbar\Gamma}{E_d}\beta\right)}, \quad (12)$$

где  $E_d = \hbar^2/(2m^*a_d^2)$ ,  $a_d = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/(m^*|e|^2)$  — эффективные боровские энергия и радиус соответственно,  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная,  $\varepsilon$  — статическая относительная диэлектрическая проницаемость вещества КЯ,  $\beta = L^*/(4\sqrt{U_0^*})$ ,  $L^* = L/a_d$ ;  $L$  — ширина КЯ,  $U_0^* = U_0/E_d$ ,  $U_0 = m^*\omega_0^2 L^2/8$  — амплитуда удерживающего потенциала,  $a_B^* = a_B/a_d$ ,  $\eta_B^2 = E_\lambda^{(0)}/E_d$ ,  $\delta(t) = \exp\{-\beta a_B^{*-2}t\}$ ,  $\Delta_{i,j} = \sqrt{(\rho_{ai} - \rho_{aj})^2/(2a_B^2) + (z_{ai} - z_{aj})^2/a^2}$ .

Для поперечного ( $\mathbf{R}_{a1} = (0, 0, 0)$ ;  $\mathbf{R}_{a2} = (\rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0)$ ) и продольного ( $\mathbf{R}_{a1} = (0, 0, -z_{a2})$ ;  $\mathbf{R}_{a2} = (0, 0, z_{a2})$ ) по отношению к направлению магнитного поля расположения оси  $D_2^-$ -центра уравнения (9) и (10) с учетом (11) и (12) могут быть записаны в виде (13) и (14) соответственно:

$$- \frac{\sqrt{\hbar\omega_0}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{|E_i|}} \left\{ \int_0^\infty dt \exp\left\{-\frac{\hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - E_\lambda^{(0)} + i\hbar\Gamma}{\hbar\omega_0}t\right\} \times \right. \\ \times \left[ \frac{\omega_B}{\sqrt{2\omega_0}} (1 - e^{-2t})^{-1/2} \delta^{-1}(t) \cdot \text{sh}^{-1}\left(\frac{\omega_B}{2\omega_0}t\right) \times \right. \\ \times \left( 1 \pm \exp\left(-\frac{\rho_{a2}^2 \text{cth}\left(\frac{\hbar\omega_B}{2\hbar\omega_0}t\right)}{4a_B^2}\right) \right) - \\ - t^{-3/2} \left( 1 \pm \exp\left\{-\frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2}t\right\} \right) \left. \right] \pm \\ \pm 2\sqrt{\pi} \left[ \frac{\exp\left(-\sqrt{\frac{\hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - E_\lambda^{(0)} + i\hbar\Gamma}{\hbar\omega_0}} \frac{2z_{a2}\sqrt{m^*\omega_0}}{\sqrt{\hbar}}\right)}{\left(\frac{\rho_{a2}}{a_B}\right)} \mp \right. \\ \left. \mp \sqrt{\frac{\hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - E_\lambda^{(0)} + i\hbar\Gamma}{\hbar\omega_0}} \right] \left. \right\} = 1, \quad (13)$$

$$- \frac{\sqrt{\hbar\omega_0}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{|E_i|}} \left\{ \int_0^\infty dt \exp\left\{-\frac{\hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - E_\lambda^{(0)} + i\hbar\Gamma}{\hbar\omega_0}t\right\} \times \right.$$

$$\times \left[ \frac{\omega_B}{\sqrt{2\omega_0}} (1 - e^{-2t})^{-1/2} \delta^{-1}(t) \cdot \text{sh}^{-1}\left(\frac{\omega_B}{2\omega_0}t\right) \times \right. \\ \times \left( \exp\left(-\frac{z_{a2}^2 m^* \omega_0 \text{th}\left(\frac{t}{2}\right)}{\hbar}\right) \pm \exp\left(-\frac{z_{a2}^2 m^* \omega_0 \text{cth}\left(\frac{t}{2}\right)}{\hbar}\right) \right) - \\ - t^{-3/2} \left( 1 \pm \exp\left(-\frac{2z_{a2}^2 m^* \omega_0}{\hbar \times t}\right) \right) \left. \right] + \\ + 2\sqrt{\pi} \left[ \pm \frac{\exp\left(-\sqrt{\frac{\hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - E_\lambda^{(0)} + i\hbar\Gamma}{\hbar\omega_0}} \frac{2z_{a2}\sqrt{m^*\omega_0}}{\sqrt{\hbar}}\right)}{\frac{2z_{a2}\sqrt{m^*\omega_0}}{\sqrt{\hbar}}} - \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{\hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - E_\lambda^{(0)} + i\hbar\Gamma}{\hbar\omega_0}} \right] \left. \right\} = 1, \quad (14)$$

где верхние знаки относятся к симметричным ( $g$ -терм), а нижние знаки — к антисимметричным ( $u$ -терм) состояниям электрона;  $\rho_{a2} = R_{12}$ ;  $2z_{a2} = R_{12}$  — расстояние между  $D^0$ -центрами.

Уравнения (13) соответствуют случаю, когда примесный уровень  $E_\lambda^{(0)}$  расположен между дном потенциала КЯ и уровнем энергии основного состояния  $E_{0,0,0} = \hbar(\omega_B + \omega_0)/2$  электрона в КЯ. Для перехода к случаю, когда примесный уровень расположен ниже дна КЯ ( $E_\lambda^{(0)} < 0$ ), необходимо в уравнениях (13) энергию связи  $D_2^-$ -центра определить выражением  $E_\lambda = E_\lambda^{(0)} + \hbar(\omega_B + \omega_0)/2$ , где  $E_\lambda^{(0)}$  в этом случае является действительной величиной ( $\Delta E = 0$ ,  $\Gamma = 0$ ).

Для учета дисперсии ширины КЯ в МКС в выражениях (11) и (12) необходимо провести замену  $\beta = L^*/(4\sqrt{U_0^*})$  на  $\beta(u) = L^*u/(4\sqrt{U_0^*})$ , где  $u = L/\bar{L}$  — дисперсия ширины КЯ,  $\bar{L}$  — среднее значение ширины КЯ. В этом случае энергию связи  $g$ -состояния (как резонансного, так и локализованного) необходимо усреднить по возможным значениям дисперсии

$$\bar{E}_\lambda = \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} du P(u) E_\lambda(u), \quad (15)$$

где  $u_{\min}$ ,  $u_{\max}$  — минимальное и максимальное значения дисперсии  $u$ ;  $P(u)$  — функция распределения дисперсии ширины КЯ

$$P(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}(\Phi(u_{\max} - u_0) + \Phi(u_0 - u_{\min}))} e^{-(u-u_0)^2}, \quad (16)$$

где  $\Phi(z)$  — интеграл ошибок;  $u_0 = (u_{\min} + u_{\max})/2$ ; в случае резонансного  $g$ -состояния в (16) необходимо выполнить замену  $E_\lambda(u)$  на  $\bar{E}_\lambda(u)$ .

На рис. 1 приведены результаты численного анализа дисперсионных уравнений (13) для локализованных и резонансных  $g$ -состояний  $D_2^-$ -центра с учетом дисперсии ширины КЯ (кривые 1 и 3 соответственно) и уширения энергетических уровней (кривые 2 и 4), величина которого  $\Delta = 4.8$  мэВ взята из эксперимента [5]. Точками на рис. 1 обозначены результаты эксперимента [5] по исследованию зависимости энергии связи электрона на  $D^-$ -центре от величины внешнего магнитного поля в МКС GaAs/AlGaAs с мелкими донорами Si. Видно,

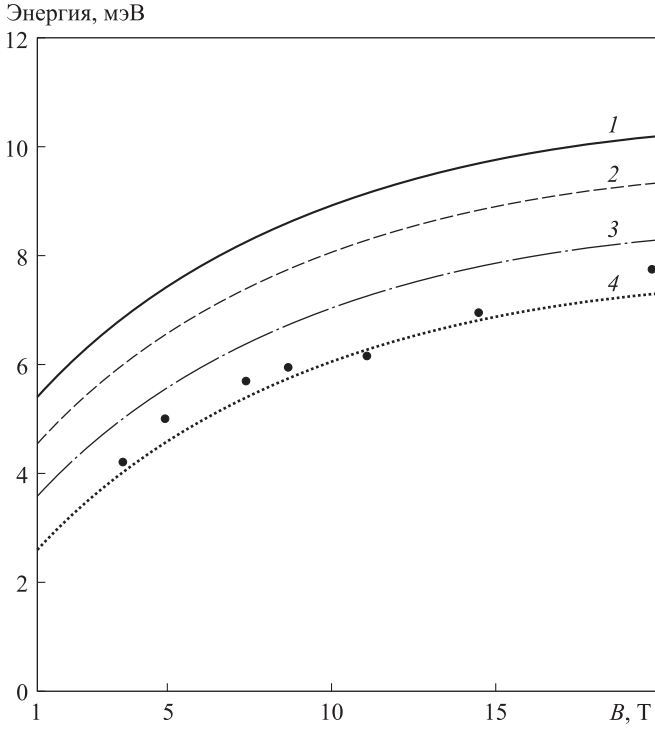


Рис. 1. Зависимость средней энергии связи  $\bar{E}_\lambda$   $D_2^-$ -состояния от величины внешнего магнитного поля в КЯ на основе GaAs/AlGaAs при  $|E_i| = 0.4$  мэВ,  $L = 10$  нм,  $U_0 = 0.2$  эВ,  $R_{12} = 4$  нм: 1 и 3 — локализованные и резонансные примесные состояния с учетом дисперсии ширины КЯ; 2 и 4 — соответствующие состояния с учетом экспериментального значения уширения  $\Delta = 2\hbar\Gamma = 4.8$  мэВ. Точками обозначены результаты эксперимента в селективно легированных структурах GaAs/AlGaAs [5]

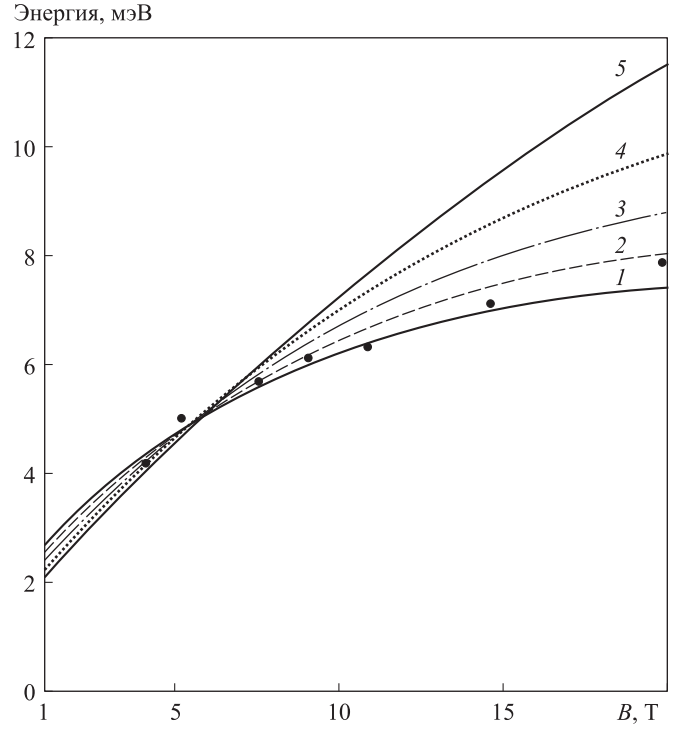


Рис. 2. Зависимость средней энергии связи  $\bar{E}_\lambda$  резонансного  $g$ -состояния  $D_2^-$ -центра от величины внешнего магнитного поля в КЯ GaAs при  $|E_i| = 0.4$  мэВ,  $L = 10$  нм,  $U_0 = 0.2$  эВ для различных расстояний  $R_{12}$  между  $D^0$ -центрами:  $R_{12} = 4$  нм (1), 8 нм (2), 12 нм (4), 16 нм (4), 20 нм (5). Точками обозначены результаты эксперимента в селективно легированных структурах GaAs/AlGaAs [5]

что значения энергии связи примеси Si в большей степени отвечают резонансным  $D_2^-$ -состояниям (ср. кривые 3 и 4 с кривыми 1 и 2). Таким образом, в КЯ GaAs/AlGaAs, легированных мелкими донорами Si, возможно существование резонансных  $D_2^-$ -состояний, образующихся в результате обобществления электрона двумя нейтральными донорами, расположенными друг от друга на расстоянии не более 4 нм. На рис. 2 представлена зависимость энергии связи  $D_2^-$ -состояния от величины внешнего магнитного поля для различных расстояний  $R_{12}$  между  $D^0$ -центрами. Видно, что с ростом обменного взаимодействия (с уменьшением  $R_{12}$ ) меняется характер зависимости средней энергии связи резонансного  $g$ -состояния от величины внешнего магнитного поля  $B$  (ср. кривые 1 и 5 на рис. 2): если расстояние  $R_{12}$  между  $D^0$ -центрами больше эффективного боровского радиуса  $a_d$ , то характер искомой зависимости близок к линейной (см. кривые 4 и 5), что отвечает  $D^-$ -состояниям атомного типа, при  $R_{12} < a_d$  средняя энергия связи резонансного  $g$ -состояния пропорциональна  $\sqrt{B}$  (кривые 1–3 на рис. 2), что отвечает  $D_2^-$ -состояниям в КЯ.

Волновая функция электрона в резонансном  $g$ -состоянии  $D_2^-$ -центра для случая  $\mathbf{R}_{a1} = (0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{R}_{a2} = (\rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0)$  запишется в виде

$$\Psi_\lambda(\rho, \varphi, z; 0, 0, 0, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0) \equiv \Psi_\lambda(\rho, \varphi, z; 0, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0) =$$

$$= -\gamma c_1 \frac{\beta}{2^2 \pi^{3/2} a_B^2 a E_d} \int_0^{+\infty} dt \exp\left\{-\left(\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2}\right)t\right\} \times \\ \times (1 - e^{-2t})^{-1/2} \cdot \delta^{-1}(t) \cdot \text{sh}^{-1}\left(\beta a_B^{*-2} t\right) \\ \times \exp\left[-\frac{\rho^2 \text{cth}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}{4a_B^2}\right] \cdot \exp\left\{-\frac{z^2 \text{cth}(t)}{2a^2}\right\} \times \\ \times \left[1 + \exp\left\{-\frac{\rho_{a2}^2 \text{cth}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}{4a_B^2}\right\}\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{\rho_{a2} \rho \text{ch}\left[i(\varphi - \varphi_{a2}) - \beta a_B^{*-2} t\right]}{2a_B^2 \text{sh}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}\right]. \quad (17)$$

## 2. Спектры примесного магнитооптического поглощения в многоямной квантовой структуре с резонансными $D_2^-$ -состояниями

Рассмотрим процесс фотоионизации  $D_2^-$ -центра, связанный с оптическим переходом электрона из резонансного  $g$ -состояния в гибридно-квантованное состояние КЯ в продольном магнитном поле для случая поперечной по отношению к направлению магнитного поля поляризации света  $\mathbf{e}_{\lambda t}(\cos \psi, \sin \psi, 0)$ , где  $\psi$  — полярный угол единичного вектора поляризации  $\mathbf{e}_{\lambda t}$  в цилиндрической системе координат.

В этом случае эффективный гамильтониан взаимодействия с полем световой волны  $\hat{H}_{\text{int}B}^{(t)}$  в цилиндрической системе координат будет иметь вид

$$\hat{H}_{\text{int}B}^{(t)} = -i\hbar\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^*2\omega}} I_0 \cdot e^{iq_z z} \times \left( \cos(\psi - \varphi) \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{i}{2a_B^2} \rho \sin(\varphi - \psi) \right), \quad (18)$$

где  $\lambda_0 = E_{\text{eff}}/E_0$  — коэффициент локального поля, учитывающий увеличение амплитуды оптического перехода за счет того, что эффективное локальное поле примесного центра  $E_{\text{eff}}$  превышает среднее макроскопическое поле в кристалле  $E_0$ ;  $\alpha^* = |e|^2/(4\pi\epsilon_0\sqrt{\epsilon}\hbar c)$  — постоянная тонкой структуры с учетом диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ ;  $I_0$  — интенсивность света;  $\omega$  — его частота;  $\mathbf{q} = (0, 0, q_z)$  — волновой вектор фотона.

Выражение для матричного элемента  $M_{f,\lambda\perp}^{(t)}$  рассматриваемого оптического перехода можно представить в виде

$$M_{f,\lambda\perp}^{(t)} = -2^{-n/2-1/4} \pi^{-3/4} i \lambda_0 \sqrt{\frac{\alpha^* I_0}{\omega}} \gamma_{c1} \beta^{3/4} a_B^{-2} a_d^{3/2} \times (n!)^{-1/2} (-1)^{n/2} 2^{n+1/2} \Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right) \times \left\{ (n_1+1)^{1/2} \left[ e^{-i\psi} \delta_{m,+1} \frac{1}{-\beta\eta_B^2 + \beta\alpha_B^{*-2}(2n_1+1) + \frac{1}{2} + n} + e^{i\psi} \delta_{m,-1} \frac{1}{-\beta\eta_B^2 + \beta\alpha_B^{*-2}(2n_1+3) + \frac{1}{2} + n} \right] + \left[ \frac{n_1!}{(n_1+|m|)!} \right]^{1/2} \cdot \frac{1}{2\beta\alpha_B^{*-2}} \left( \frac{\sqrt{2}a_B}{\rho a_2} \right) \cdot \exp\left(-\frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2}\right) \times \sum_{p=0}^{n_1} C_{n_1+|m|}^{n_1-p} \frac{(-1)^p}{p!} \cdot \left[ \left( \frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{(|m-1|+1)/2} e^{-i(m-1)\varphi_{a2}} e^{-i\psi} \times \left( p + \frac{|m-1|+1}{2} \right)! \times \sum_{k=0}^{p+(|m-1|+1)/2} C_{p+(|m-1|+1)/2}^{p+(|m-1|+1)/2-k} \cdot \frac{1}{k!} \left( \frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^k \times B\left(\nu + \frac{m+|m-1|+2k}{2}, p + \frac{|m-1|+1-k}{2}\right) + e^{-i(m+1)\varphi_{a2}} e^{i\psi} \cdot \left( \frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{(|m+1|+1)/2} \left( p + \frac{|m-1|+1}{2} \right) \times \sum_{u=0}^{p+(|m-1|+1)/2} C_{p+(|m-1|+1)/2}^{p+(|m-1|+1)/2-u} \cdot \frac{1}{u!} \left( \frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^u \times B\left(\nu + \frac{m+|m+1|+2u}{2} + 2, p + \frac{|m-1|+1-u}{2}\right) - \frac{\rho a_2}{\sqrt{2}a_B} e^{-im\varphi_{a2}} \cdot \left( \frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{(|m+1|)/2} \cdot p! \cdot \sum_{v=0}^p C_{p+|m|}^{p-v} \cdot \frac{1}{v!} \cdot \left( \frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^v \times \left[ e^{i(\varphi_{a2}-\psi)} \cdot B\left(\nu + \frac{m+|m|+1+2v}{2}, p-v\right) + \right.$$

$$\left. + e^{-i(\varphi_{a2}-\psi)} \cdot B\left(\nu + \frac{m+|m|+3+2v}{2}, p-v\right) \right] \Bigg\}, \quad (19)$$

где  $\nu = (-\beta\eta_B^2 + 1/2 + n)/(2\beta\alpha_B^{*-2})$ ;  $B(x, y)$  — бета-функция;  $C_n^k = n!/((n-k)!k!)$ . При этом для осцилляторного квантового числа  $n$  правила отбора таковы, что  $n = 2j$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$

Коэффициент примесного магнитооптического поглощения  $K_B^{(t)}(\omega)$  в МКС имеет вид

$$K_B^{(t)}(\omega) = \frac{2}{\bar{L}_c S \hbar I_0} \sum_m \sum_n \sum_{n_1} |M_{f,\lambda\perp}^{(t)}|^2 \cdot \hbar \Gamma \times \left[ \left( \frac{\hbar\omega_B}{2} (2n_1 + |m| + m + 1) + \hbar\omega_0 \left( n + \frac{1}{2} \right) - \text{Re} E_\lambda^{(0)} - \hbar\omega \right)^2 + (\hbar\Gamma)^2 \right]^{-1}, \quad (20)$$

где  $\bar{L}_c$  — среднее значение периода структуры;  $S$  — площадь КЯ в плоскости, перпендикулярной оси размерного квантования;  $\hbar\omega$  — энергия фотона.

На рис. 3 представлены спектральные зависимости  $K_B^{(t)}(\omega)$ , рассчитанные по формуле (20) для МКС на основе GaAs/AlGaAs для различных средних расстояний между  $D^0$ -центрами. Можно видеть, что для спектральной зависимости  $K_B^{(t)}(\omega)$  характерен квантово-размерный эффект Зеемана с осцилляциями интерференционной природы, которые исчезают с ростом среднего

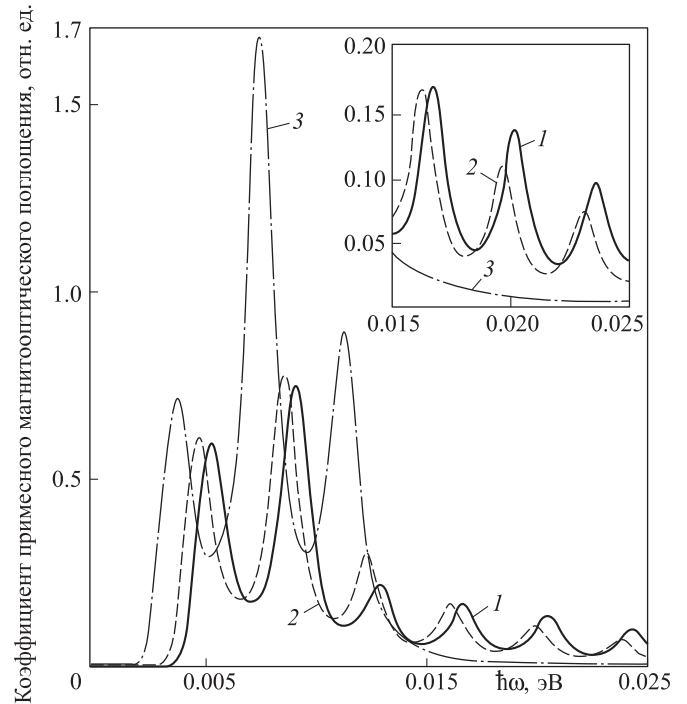


Рис. 3. Спектральная зависимость коэффициента  $K_B^{(t)}(\omega)$  примесного магнитооптического поглощения в МКС ( $\bar{L}_c = 10$  нм,  $S = 1$  см<sup>2</sup>) с  $D_2^-$ -центрами ( $|E_i| = 0.4$  мэВ,  $L = 10$  нм,  $U_0 = 0.2$  эВ) при  $B = 5$  Тл для различных средних расстояний между  $D^0$ -центрами:  $R_{12} = 4$  нм (1), 12 нм (2), 20 нм (3). На вставке в увеличенном масштабе показана правая часть кривых данного рисунка



расстояния между  $D^0$ -центрами (вставка к рис. 3). Необходимо отметить, что из-за наличия вырождения по магнитному и радиальному квантовым числам имеет место совмещение пиков в двух соседних дублетах Зе-емана (например,  $n_1 = 1, m = -1$  или  $n_1 = 0, m = +1$ ). Таким образом, в спектрах примесного магнитооптического поглощения в МКС обменное взаимодействие проявляется в наличии осцилляций интерференционной природы, амплитуда которых достаточно быстро убывает с ростом среднего расстояния между нейтральными донорами. Из рис. 3 видно, что обменное взаимодействие эффективно проявляется на расстояниях  $R_{12} < a_d$  (ср. кривые 1 и 2 с кривой 3).

На рис. 4 приведено сравнение спектральной зависимости коэффициента поглощения, найденной с помощью формулы (20) (кривая 1), со спектром магнитооптического поглощения  $D^-$ -центра (кривая 2), расположенного в середине КЯ GaAs-Ga<sub>0.75</sub>Al<sub>0.25</sub>As, рассчитанным в работе [10], в которой локализованное состояние электрона описывалось вариационными функциями гауссовского типа. Из рис. 4 видно, что в обоих случаях самый интенсивный пик соответствует оптическому переходу электрона на уровень Ландау с номером  $N = 1$ , где  $N = n_1 + (m + |m|)/2$ , что связано с указанным выше вырождением. Для уровней Ландау с номерами  $N \geq 1$  интенсивность пиков в спектрах поглощения (кривая 1 и кривая 2) монотонно уменьшается с ростом  $N$ . Однако относительная высота пиков с номерами  $N = 1$  и  $N \geq 2$  больше для кривой 2, чем для кривой 1. Это, по-видимому, можно объяснить тем, что авторы

работы [9] проводили сравнение рассчитанного теоретически спектра поглощения (кривая 2) с наблюдаемым спектром магнитофотопроводимости (МФП) для образца № 2, легированного на расстоянии 10 Å от поверхности КЯ [5]. В то же время в работе [5] указано, что для образца № 1, легированного в середине КЯ, осцилляции МФП значительно слабее. К тому же сравнение значений энергий фотоионизации  $D^-$ -центров для образца № 1, полученных в работе [5] по измерениям МФП, с энергией уровня Ландау с номером  $N = 0$ , а также диаграмма энергетических уровней электрона, построенная в работе [11] по результатам измерения энергии циклотронного резонанса, указывают на то, что уровень энергии основного состояния  $D^-$ -центра располагается выше дна удерживающего потенциала КЯ. Это дает основание предположить, что экспериментально исследованные в [5] примесные состояния являются резонансными.

### Заклучение

Таким образом, обменное взаимодействие между  $D^0$ -центрами может приводить к образованию резонансных  $D_2^-$ -состояний в КЯ GaAs/AlGaAs, легированных мелкими донорами Si. Показано, что обменное взаимодействие эффективно проявляется на расстояниях  $R_{12} < a_d$ , при этом энергия связи резонансного  $g$ -состояния зависит от внешнего магнитного поля как  $\sim \sqrt{B}$ . Найдено, что в спектрах примесного магнитооптического поглощения в МКС обменное взаимодействие проявляется в наличии осцилляций интерференционной природы, амплитуда которых достаточно быстро убывает с ростом среднего расстояния между нейтральными донорами.

Полученные в настоящей работе результаты наряду с представленными ранее результатами, связанными с улучшением вариационных волновых функций [10], учетом вклада в энергию связи  $D^0$ -центра взаимодействия с колебаниями решетки [12], а также с магнитной плазмой [13], вносят определенный вклад в понимание природы  $2D^-$ -подобных примесных центров.

### Список литературы

1. Алёшкин В.Я., Гавриленко Л.В., Одноблюдов М.А., Яссьевич И.Н. // Физика и техника полупроводников. 2008. **42**. С. 899.
2. Pavlov S.G., Zhukavin R.Kh., Orlova E.E. et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. **84**. P. 5220.
3. Odoblyudov M.A., Yassievich I.N., Kagan M.S. et al. // Phys. Rev. Lett. 1999. **83**. P. 644.
4. Пахомов А.А., Халипов К.В., Яссьевич И.Н. // Физика и техника полупроводников. 1996. **30**. С. 1387.
5. Huant S., Najda S.P., Etienne B. // Phys. Rev. Lett. 1990. **65**, N 12. P. 1486.
6. Кревчик В.Д., Грунин А.Б., Евстифеев Вас.В. // ФТТ. 2006. **40**, № 6. С. 136.
7. Демков Ю.Н., Островский В.Н. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Л., 1975.
8. Кревчик В.Д., Грунин А.Б., Марко А.А. // ФТТ. 2004. **46**, № 11. С. 2099.
9. Жуковский В.Ч., Кревчик В.Д., Марко А.А. и др. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2004. № 5. С. 7 (Moscow University Phys. Bull. 2004. **59**, N 5. P. 8).
10. Fujito M., Natori A., Yasunaga H. // Phys. Rev. B. 1995. **51**, N 7. P. 4637.

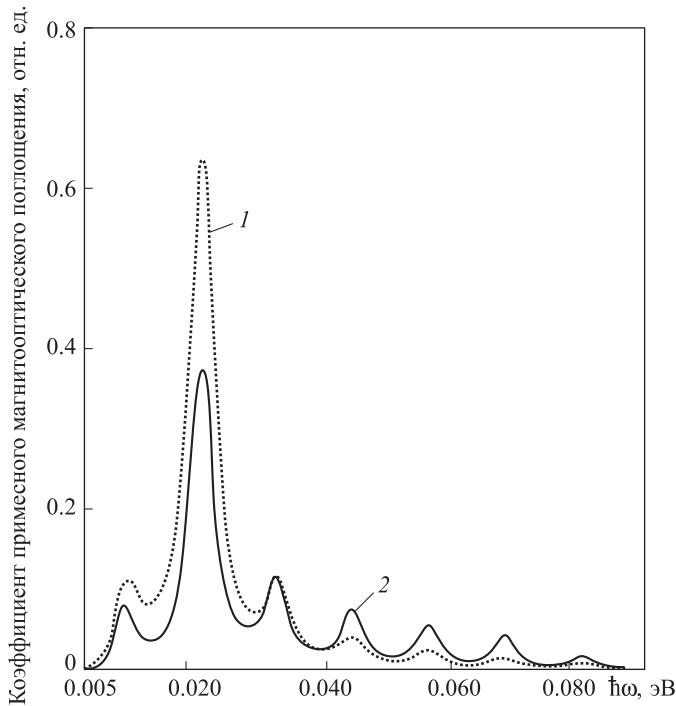


Рис. 4. Спектральная зависимость коэффициента примесного магнитооптического поглощения в МКС ( $\bar{L}_c = 10$  нм,  $S = 1$  см<sup>2</sup>) с  $D_2^-$ -центрами ( $|E_i| = 0.4$  мэВ,  $L = 10$  нм,  $U_0 = 0.2$  эВ) при  $B = 8.06$  Тл,  $R_{12} = 4$  нм (кривая 1). Кривая 2 — соответствующая спектральная зависимость, рассчитанная в работе [10]

11. *Huant S., Mandray A., Zhu J. et al. // Phys. Rev. B. 1993. 48, N 4. P. 2370.* 13. *Клюканов А.А., Гурзу В., Санду И. // ФТТ. 2004. 46, № 9. С. 1695.*
12. *Синявский Э.П., Соковнич С.М. // ФТП. 2000. 34, № 7. С. 844.*

### Impurity magneto-optical absorption with the participation of resonance states of $D_2^-$ centers in quantum wells

V. Ch. Zhukovsky<sup>1,a</sup>, V. D. Krevchik<sup>2,b</sup>, A. B. Grunin<sup>2,b</sup>, A. V. Razumov<sup>3,c</sup>, P. V. Krevchik<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

<sup>2</sup>Physics Department; <sup>3</sup>General Physics Department, Penza State University, Krasnaya str. 40, Penza 440026, Russia.

E-mail: <sup>a</sup>vlchzh@gmail.com, <sup>b</sup>physics@pnzgu.ru, <sup>c</sup>razumov\_alex@mail.ru.

The dependence of the average binding energy of the resonance  $g$ -state of a  $D_2^-$  center on the induction of an external magnetic field in a quantum well with a parabolic confining potential is studied using the zero-range potential method. It has been shown that with an increasing exchange interaction, the character of the dependence of the average binding energy of the resonance  $g$ -state of the  $D_2^-$  center on the induction of the external magnetic field changes. It has been assumed that in GaAs/AlGaAs quantum wells alloyed with small Si donors, resonance  $D_2^-$  states can exist under conditions of exchange interaction. It has been found that in spectra of impurity magneto-optical absorption in multiwall quantum structures, exchange interaction manifests itself as oscillations of interference origin.

*Keywords:* quantum well, impurity resonance states, impurity magneto-optical absorption spectra, exchange interaction.

PACS: 73.21.Fg.

Received 16 March 2014.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2014).

#### Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — доктр физ.-мат. наук, профессор, зам. зав. кафедрой; e-mail: vlchzh@gmail.com.
2. Кревчик Владимир Дмитриевич — доктр физ.-мат. наук, профессор, декан физ.-мат. фак-та Пензенского гос. ун-та; тел.: (8412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.
3. Грунин Александр Борисович — доктр физ.-мат. наук, профессор; тел.: (8412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.
4. Разумов Алексей Викторович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (8412) 56-33-47, e-mail: razumov\_alex@mail.ru.
5. Кревчик Павел Владимирович — аспирант; тел.: (8412) 36-82-66, e-mail: physics@pnzgu.ru.