

РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

К теории электромагнитных взаимодействий релятивистского электронного пучка и плазмы в коаксиальном волноводе во внешнем магнитном полеМ. В. Кузелев^а, Е. А. Хапаева^б*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физической электроники. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: ^аkuzelev@mail.ru, ^бe_khapaeva@mail.ru*

Статья поступила 23.06.2014, подписана в печать 25.07.2014.

Рассмотрены линейные электромагнитные взаимодействия прямолинейных электронных пучков с магнитоактивной плазмой в коаксиальном волноводе. Получены дисперсионные уравнения и определены структуры полей поверхностных плазменных волн в отсутствие электронного пучка. Получены дисперсионные уравнения пучковых волн в отсутствие плазменных волн. Получены дисперсионные уравнения, описывающие взаимодействие плазменных и пучковых волн. Вычислены инкременты неустойчивостей в режимах одночастичного и коллективного эффектов Черенкова и аномального эффекта Доплера.

Ключевые слова: магнитное поле, коаксиальный волновод, трубчатая плазма, трубчатый электронный пучок, поверхностные плазменные волны, поверхностные волны электронного пучка, эффект Черенкова, эффект Доплера.

УДК: 533.9.01. PACS: 52.35.-g.

Введение

Первые релятивистские плазменные СВЧ-источники электромагнитного излучения, основанные на явлении черенковской пучковой неустойчивости в плазме, были созданы в 1980-х гг. [1–3], положив начало развитию нового научного направления физики плазмы и СВЧ-электроники — релятивистской плазменной СВЧ-электроники [4]. Вплоть до настоящего времени идут активные теоретические и экспериментальные исследования плазменных СВЧ-усилителей и генераторов, основанных на черенковском возбуждении поверхностных плазменных волн [5–7] в металлических волноводах с тонкой трубчатой плазмой, пронизываемых тонким трубчатым электронным пучком. Основные преимущества данных плазменных приборов заключаются в возможности перестройки частоты генерируемого в плазме электромагнитного излучения посредством изменения плотности плазмы, в возможности использования больших токов электронных пучков, в широкополосности излучателей. Традиционно во всех действующих плазменных СВЧ-излучателях используются плазменные волноводы с односвязным поперечным сечением.

В недавних теоретических работах [8, 9] было показано, что использование в приборах релятивистской плазменной СВЧ-электроники волноводов с внутренним металлическим цилиндром (коаксиальные волноводы) может привести к увеличению используемых токов пучка (из-за увеличения предельного вакуумного тока) и к увеличению КПД плазменных СВЧ-приборов. Кроме того, в коаксиальных плазменных волноводах появляются новые типы волн, что открывает дополнительные возможности для совершенствования плазменных СВЧ-приборов. В настоящей работе обсуждаются особенности взаимодействия трубчатого релятивистского

электронного пучка с трубчатой плазмой в коаксиальном металлическом волноводе в присутствии конечного продольного внешнего магнитного поля.

Рассмотрим коаксиальный цилиндрический волновод с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 , в котором находятся тонкая трубчатая плазма со средним радиусом r_p , толщиной δ_p , причем $\delta_p \ll r_p < R_2$, и тонкий трубчатый электронный пучок со средним радиусом r_b , толщиной δ_b : $\delta_b \ll r_b < R_2$. Вся система помещена в однородное магнитное поле, направленное вдоль оси волновода (ось z). Считаем плазму и пучок однородными вдоль оси волновода, холодными, полностью замагниченными и нейтрализованными по заряду и току. В экспериментах [4–7] использовались релятивистские электронные пучки с энергиями электронов 0.5–1 МэВ ($\gamma = 2–3$ — релятивистский фактор электронов пучка), током пучка 2–10 кА и плазма, имеющая плотность $n_p = (0–2) \cdot 10^{14}$ см⁻³. Именно пучки и плазму с такими характеристиками будем исследовать в настоящей работе.

Для приложений в плазменной СВЧ-электронике наибольший интерес представляют электромагнитные взаимодействия замедленных поверхностных волн коаксиального плазменного волновода с поверхностными волнами электронного пучка, рассмотрением которых в настоящей работе мы и ограничимся. В плазменных волноводах существуют два типа поверхностных замедленных волн: низкочастотная и высокочастотная плазменные волны, которые отличаются знаками зарядов на границах трубчатой плазмы. В работах [10, 11] показано, что в случае тонких трубчатых плазмы и пучка при описании поверхностных волн может быть использован метод эффективных граничных условий, позволяющий не записывать в явном виде решений уравнений поля в областях волновода, занятых плазмой и пучком. Для низкочастотных поверхностных волн

эффективные граничные условия имеют вид [10, 11]

$$\{E_z(r_\alpha)\} = 0, \quad \left\{ \frac{dE_z}{dr}(r_\alpha) \right\} = \delta_\alpha \chi_0^2 \delta \varepsilon_{\parallel \alpha} E_z(r_\alpha), \quad (1)$$

где ω — частота, k_z — продольное волновое число, $\{X(x)\} = X(x+0) - X(x-0)$, $\chi_0^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2$, α — сорт частиц: $\alpha = p$ — плазма, $\alpha = b$ — пучок,

$$\delta \varepsilon_{\parallel p} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \delta \varepsilon_{\parallel b} = -\frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} \quad (2)$$

— вклады плазмы и пучка в продольную диэлектрическую проницаемость [12, 13], ω_α — ленгмюровские частоты частиц сорта α , u — скорость электронов пучка, $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$, а $E_z(r)$ — продольная компонента напряженности электрического поля в волноводе (решения уравнений поля ищутся в виде $E_z(r) \exp(-i\omega t + ik_z z)$). Для высокочастотных поверхностных волн эффективные граничные условия записываются следующим образом [10, 11]:

$$\left\{ \frac{dE_z}{dr}(r_\alpha) \right\} = 0, \quad \{E_z(r_\alpha)\} = \delta_\alpha \frac{\chi_\alpha^2}{\chi_0^2 \varepsilon_{\perp \alpha}} \frac{dE_z}{dr}(r_\alpha), \quad (3)$$

где

$$\varepsilon_{\perp \alpha} = 1 + \delta \varepsilon_{\perp \alpha}, \quad \delta \varepsilon_{\perp p} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \Omega_e^2}, \quad (4)$$

$$\delta \varepsilon_{\perp b} = -\frac{\omega_b^2 (\omega - k_z u)^2 \gamma^{-1}}{((\omega - k_z u)^2 - \Omega_e^2 \gamma^{-2}) \omega^2}$$

— вклады плазмы и пучка в поперечную диэлектрическую проницаемость [12, 13], Ω_e — электронная циклотронная частота, $\chi_\alpha^2 = k_z^2 - \varepsilon_{\perp \alpha} \omega^2/c^2$.

Вне областей, занятых пучком и плазмой, напряженность электрического поля удовлетворяет уравнению (в настоящей работе рассматриваются только азимутально симметричные волны E -типа)

$$\Delta_{\perp} E_z - \chi_0^2 E_z = 0, \quad (5)$$

где Δ_{\perp} — поперечная часть оператора Лапласа. На границах волновода $r = R_{1,2}$ обращаются в нуль тангенциальные составляющие напряженности электрического поля

$$E_z(R_1) = E_z(R_2) = 0. \quad (6)$$

Соотношения (1)–(6) являются основными для дальнейшего исследования проблемы пучково-плазменного взаимодействия, поставленной в настоящей работе.

1. Поверхностные плазменные волны коаксиального волновода

Выясним основные свойства поверхностных волн коаксиального плазменного волновода при отсутствии в нем электронного пучка. Это именно те волны, которые могут излучаться (возбуждаться) в волноводе электронным пучком. Записывая решение уравнения (5) в виде комбинации функций Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка

$$E_z(r) = \begin{cases} AI_0(\chi_0 r) + BK_0(\chi_0 r), & R_1 < r < r_p, \\ CI_0(\chi_0 r) + DK_0(\chi_0 r), & r_p < r < R_2, \end{cases} \quad (7)$$

подставляя его в граничные условия (1) (при $\alpha = p$), (6) и исключая постоянные A, B, C, D , получим

следующее дисперсионное уравнение низкочастотной поверхностной волны коаксиального волновода:

$$1 - \delta_p r_p \chi_0^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} G_p = 0, \quad (8)$$

где G_p — геометрический фактор плазмы

$$G_p = I_0^2(\chi_0 r_p) \frac{M(r_p, R_2) M(R_1, r_p)}{M(R_1, R_2)}. \quad (9)$$

В (9) для сокращения записи использовано обозначение

$$M(r, R) = \frac{K_0(\chi_0 r)}{I_0(\chi_0 r)} - \frac{K_0(\chi_0 R)}{I_0(\chi_0 R)}. \quad (10)$$

Из уравнения (8) в длинноволновом приближении $k_z R \ll 1$ следует выражение для квадрата частоты низкочастотной плазменной волны

$$\omega^2 = \frac{k_z^2 c^2}{1 + k_{\perp p}^2 c^2 / \omega_p^2}, \quad (11)$$

где $k_{\perp p}^2 = 1/r_p \delta_p G_p$ — поперечное волновое число низкочастотной плазменной волны. Строго говоря, выражение (11) не является окончательным выражением для частоты, поскольку величина G_p сама зависит от ω . В дальнейшем для исключения этой зависимости мы будем использовать условие резонансного возбуждения волны (11) пучком.

Дисперсионное уравнение (11) описывает не весь спектр, а только длинноволновую часть спектра, чтобы получить полный спектр, включая коротковолновую часть, следует, как показано в [4], сделать в уравнении (8) замену

$$\omega_p^2 \rightarrow \omega_p^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \right). \quad (12)$$

В этом случае спектр плазменных волн будет выглядеть следующим образом:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left(k_{\perp p}^2 c^2 + k_z^2 c^2 + \omega_p^2 - \sqrt{(k_{\perp p}^2 c^2 + k_z^2 c^2 + \omega_p^2)^2 - 4k_z^2 c^2 \omega_p^2} \right). \quad (13)$$

Структура поля низкочастотной поверхностной волны определяется формулами

$$E_z(r) = \begin{cases} M(r, R_1) I_0(\chi_0 r), & R_1 < r < r_p, \\ \frac{M(r_p, R_1) M(R_2, r)}{M(R_2, r_p)} I_0(\chi_0 r), & r_p < r < R_2, \end{cases}, \quad (14)$$

а компонента поля E_r вычисляется по формуле $E_r = (-ik_z/\chi^2)(dE_z/dr)$. В длинноволновом пределе $k_z R_2 \ll 1$ выражения для поля выглядят следующим образом:

$$E_z = \begin{cases} \frac{\ln(R_1/r)}{\ln(R_1/r_p)}, & R_1 < r < r_p, \\ \frac{\ln(r/R_2)}{\ln(r_p/R_2)}, & r_p < r < R_2, \end{cases} \quad (15)$$

$$E_r = \begin{cases} -\frac{1}{r} \frac{1}{\ln(R_1/r_p)}, & R_1 < r < r_p, \\ \frac{1}{r} \frac{1}{\ln(r_p/R_2)}, & r_p < r < R_2. \end{cases}$$

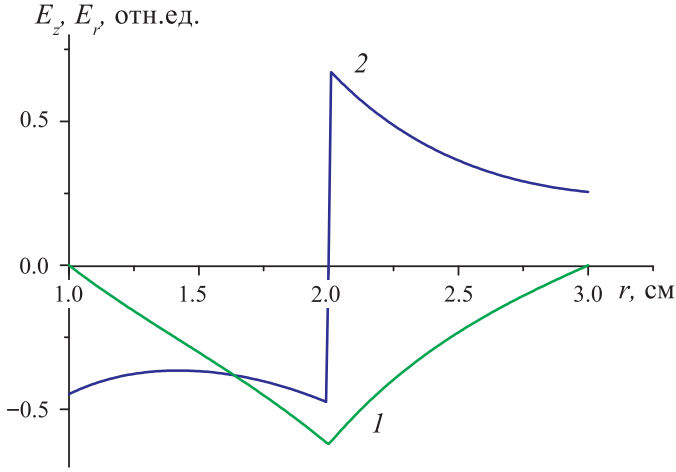


Рис. 1. Структура поля низкочастотной волны. Кривая 1 — компонента поля E_z , кривая 2 — E_r

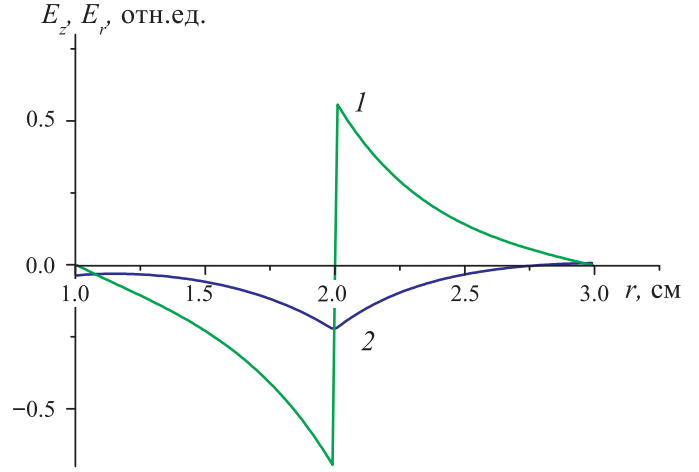


Рис. 2. Структура поля высокочастотной волны. Кривая 1 — компонента поля E_z , кривая 2 — E_r

Компоненты поля E_z и E_r представлены на рис. 1. Компонента E_r претерпевает скачок в области плазмы, а компонента E_z , наоборот, скачка не претерпевает. Таким образом, тонкая плазма при возбуждении низкочастотной плазменной волны волновода ведет себя аналогично простому слою [14–16].

Перейдем к рассмотрению высокочастотной плазменной волны. Подставляя решение (7) в граничные условия (3) (при $\alpha = p$) совместно с условиями на границах металлического волновода (6) и исключая постоянные A, B, C, D , получим следующее дисперсионное уравнение для частоты высокочастотной поверхностной плазменной волны коаксиального волновода:

$$1 + \delta_p r_p \frac{\chi_p^2}{\varepsilon_{\perp p}} G_E(r_p) = 0, \quad (16)$$

где $G_E(r_p)$ — геометрический фактор высокочастотной плазменной волны, который определяется формулой

$$G_E(r_p) = I_1^2(\chi_0 r_p) \frac{M'(r_p, R_2) M'(r_p, R_1)}{M(R_1, R_2)}. \quad (17)$$

Здесь введено обозначение

$$M'(r, R) = \frac{K_1(\chi_0 r)}{I_1(\chi_0 r)} + \frac{K_0(\chi_0 R)}{I_0(\chi_0 R)}. \quad (18)$$

Из уравнения (16), учитывая малость толщины плазмы, получаем следующее значение квадрата частоты высокочастотной плазменной волны:

$$\omega^2 = \Omega_h^2 - \omega_p^2 \frac{k_z^2}{k_{\perp p_1}^2}, \quad (19)$$

где $k_{\perp p_1}^2 = 1/r_p \delta_p G_E(r_p)$ — поперечное волновое число высокочастотной плазменной волны, а $\Omega_h = \sqrt{\omega_p^2 + \Omega_e^2}$ — верхняя гибридная частота.

Структура поля высокочастотной волны выражается формулой

$$E_z(r) = \begin{cases} M(r, R_1) I_0(\chi_0 r), & R_1 < r < r_p, \\ \frac{M'(r_p, R_1) M(r, R_2)}{M'(r_p, R_2)} I_0(\chi_0 r), & r_p < r < R_2. \end{cases} \quad (20)$$

На рис. 2 представлена структура компонент поля высокочастотной волны, вычисленная при помощи формулы (20). В случае высокочастотной волны в области плазмы компонента E_z меняется сильно (на расстоянии δ_p имеет скачок), компонента E_r в свою очередь меняется слабо, т. е. остается практически непрерывной. Таким образом, тонкая плазма при возбуждении высокочастотной плазменной волны волновода ведет себя аналогично двойному слою [14–16], т. е. на противоположных границах плазменной трубки локализуются противоположные электрические заряды.

2. Поверхностные пучковые волны коаксиального волновода

Обратимся теперь к пучковым поверхностным волнам коаксиального волновода при отсутствии в нем плазмы. Для получения дисперсионного уравнения для низкочастотной ленгмюровской пучковой волны подставим решение (5) в граничные условия (1) при $\alpha = b$. Аналогично, исключая постоянные A, B, C, D , найдем дисперсионное уравнение для частоты низкочастотной поверхностной волны коаксиального волновода с тонким трубчатым пучком:

$$1 - \delta_b r_b \chi_0^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} G_b = 0. \quad (21)$$

В (21) введено обозначение для геометрического фактора электронного пучка

$$G_b = I_0^2(\chi_0 r_b) \frac{M(R_1, r_b) M(r_b, R_2)}{M(R_1, R_2)}. \quad (22)$$

Стоит отметить, что уравнение (21) было получено и подробно исследовано ранее [9]. Также в работе [9] были получены формулы, позволяющие определить предельный вакуумный ток и предельный пирсовский ток пучка в зависимости от рассматриваемых радиусов волновода.

Выражение для частоты низкочастотной пучковой волны имеет вид

$$\omega = k_z u \pm \omega_b \gamma^{-5/2} k_z / k_{\perp b}, \quad (23)$$

где $k_{\perp b}^2 = 1/r_b \delta_b G_b$ — поперечное волновое число низкочастотной пучковой волны.

Для нахождения дисперсионного уравнения высокочастотной пучковой волны подставим решение (5)

в граничные условия (3) при $\alpha = b$, в результате получим

$$1 + \delta_b r_b \frac{\chi_b^2}{\varepsilon_{\perp b}} G_E(r_b) = 0, \quad (24)$$

где

$$G_E(r_b) = I_1^2(\chi_0 r_b) \frac{M'(r_b, R_1) M'(r_b, R_2)}{M(R_1, R_2)}. \quad (25)$$

Выражение для спектра высокочастотной поверхностной пучковой волны имеет вид

$$\omega = k_z u - \Omega_e \gamma^{-1} - \frac{\Omega_e \omega_b^2 \gamma^{-2}}{2(1 + k_z^2/k_{\perp b_1}^2)(k_z u - \Omega_e \gamma^{-1})^2}, \quad (26)$$

где $k_{\perp b_1}^2 = 1/r_b \delta_b G_E(r_b)$ — поперечное волновое число высокочастотной пучковой волны.

3. Взаимодействие поверхностных плазменных волн коаксиального волновода с поверхностными волнами электронного пучка

Наконец перейдем к основному предмету исследования настоящей работы — резонансному взаимодействию поверхностных волн коаксиального плазменного волновода с поверхностными волнами электронного пучка. Условия резонансов определяются совместным решением одного из уравнений (8) или (16), и одного из уравнений (21) или (24). Если плотность электронного пучка мала, то уравнения (21) и (24) можно заменить одночастичными условиями черенковского и циклотронного резонансов [4, 11]

$$\omega = k_z u, \quad \omega = k_z u \pm \frac{\Omega_e}{\gamma}. \quad (27)$$

Получается, что имеется 6 точек резонансного взаимодействия плазменных волн с электронным пучком, что схематически представлено на рис. 3. В точках 1, 2 пересекаются дисперсионные кривые высокочастотной и низкочастотной плазменных волн с прямой $\omega = k_z u$ (черенковский резонанс); в точках 3, 4 пересекаются дисперсионные кривые низкочастотной и высокочастотной плазменных волн с прямой $\omega = k_z u + \Omega_e/\gamma$ (аномальный доплеровский резонанс); в точках 5, 6 пересекаются дисперсионные кривые низкочастотной и высокочастотной плазменных волн с прямой $\omega = k_z u - \Omega_e/\gamma$ (нормальный доплеровский резонанс).

Для получения дисперсионных уравнений, описывающих взаимодействия пучка и плазмы, следует взять решение уравнения поля в вакуумных областях

$$\psi(r) = \begin{cases} AI_0(\chi_0 r) + BK_0(\chi_0 r), & R_1 < r < r_b, \\ CI_0(\chi_0 r) + DK_0(\chi_0 r), & r_b < r < r_p, \\ EI_0(\chi_0 r) + FK_0(\chi_0 r), & r_p < r < R_2 \end{cases} \quad (28)$$

и подставить его в эффективные граничные условия (1) или (3).

Для получения дисперсионного уравнения, описывающего неустойчивость вблизи точки 1 (рис. 3), подставим решение (28) в граничные условия на металлических поверхностях волновода (6) и в граничные условия (1) при $\alpha = b$ для пучка и $\alpha = p$ для плазмы.

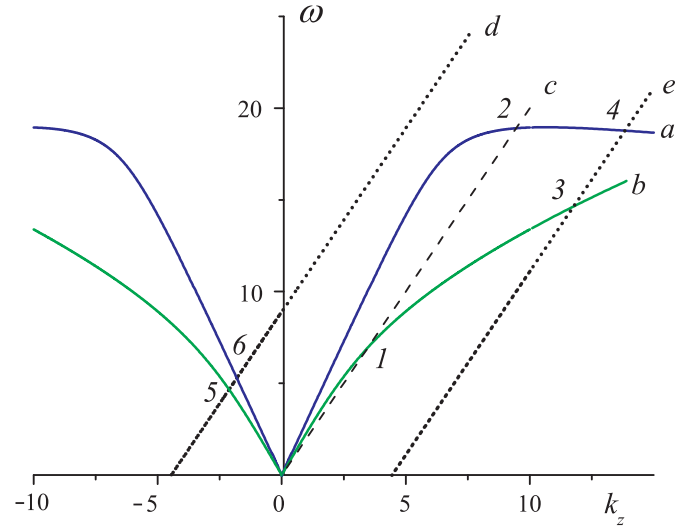


Рис. 3. Схема дисперсионных кривых низкочастотной (кривая a) и высокочастотной (кривая b) поверхностных плазменных волн: c — линия черенковского резонанса $\omega = k_z u$; d, e — линии доплеровских резонансов $\omega = k_z u \pm \Omega_e \gamma$

Исключив неизвестные A, B, C, D, E, F , получим искоемое дисперсионное уравнение

$$\left(1 - \delta_p r_p \chi_0^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} G_p\right) \left(1 - \delta_b r_b \chi_0^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} G_b\right) + \delta_p r_p \chi_0^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} G_p \delta_b r_b \chi_0^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} G_b \Theta_1. \quad (29)$$

В (29) параметры G_p, G_b определены формулами (9), (22) и введено обозначение Θ_1 для коэффициента связи плазменных и пучковых волн

$$\Theta_1 = \frac{M(R_1, r_b) M(r_p, R_2)}{M(r_b, R_2) M(R_1, r_p)}. \quad (30)$$

Для получения дисперсионного уравнения, описывающего неустойчивость вблизи точки 2 используем для плазменной волны условия (3) и для пучковой волны условия (1), дополняя их условиями на металлических стенках волновода (6). Дисперсионное уравнение в этом случае имеет вид

$$\left(1 + \delta_p r_p \frac{\chi_p^2}{\varepsilon_{\perp p}} G_E(r_p)\right) \left(1 - \delta_b r_b \chi_0^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} G_b\right) = \delta_p r_p \frac{\chi_p^2}{\varepsilon_{\perp p}} G_E(r_p) \delta_b r_b \chi_0^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} G_b \Theta_2. \quad (31)$$

В уравнении (31) параметр $G_E(r_p)$ определен формулой (17), выражение для коэффициента связи Θ_2 имеет вид

$$\Theta_2 = \frac{M'(r_p, R_2) M(R_1, r_b)}{M'(r_p, R_1) M(r_b, R_2)}. \quad (32)$$

Для получения дисперсионного уравнения, описывающего неустойчивость вблизи точек 3 и 5 потребуется условие (3) для пучковой волны и условие (1) для плазменной волны, дополненные условиями на металлических стенках волновода (6). Уравнение оказывается следующим:

$$\left(1 - \delta_p r_p \chi_0^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} G_p\right) \left(1 + \delta_b r_b \frac{\chi_b^2}{\varepsilon_{\perp b}} G_E(r_b)\right) = \delta_p r_p \chi_0^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} G_p \delta_b r_b \frac{\chi_b^2}{\varepsilon_{\perp b}} G_E(r_b) \Theta_3. \quad (33)$$

В (33) $G_E(r_b)$ определяется по формуле (25), коэффициент связи Θ_3 выглядят следующим образом:

$$\Theta_3 = \frac{M(r_p, R_2)M'(r_b, R_1)}{M(R_1, r_p)M'(r_b, R_2)}. \quad (34)$$

Уравнение, описывающее неустойчивости вблизи точек 4 и 6, находится при помощи условий сшивки (3) как для пучковых волн, так и для плазменной волны, дополненных условиями сшивки на металлических поверхностях волновода (6). Уравнение имеет вид

$$\left(1 + \delta_p r_p \frac{\chi_p^2}{\varepsilon_{\perp p}} G_E(r_p)\right) \left(1 + \delta_b r_b \frac{\chi_b^2}{\varepsilon_{\perp b}} G_E(r_b)\right) = \delta_p r_p \frac{\chi_p^2}{\varepsilon_{\perp p}} G_E(r_p) \delta_b r_b \frac{\chi_b^2}{\varepsilon_{\perp b}} G_E(r_b) \Theta_4. \quad (35)$$

$$\Theta_4 = \frac{M'(r_b, R_1)M'(r_p, R_2)}{M'(r_p, R_1)M'(r_b, R_2)}. \quad (36)$$

Перейдем к анализу полученных дисперсионных уравнений. Начнем с дисперсионного уравнения для неустойчивости в точке 1. Для удобства приведем уравнение (29) к виду

$$[\omega^2 - \omega^2(k_z)] [(\omega - k_z u)^2 - \omega^2 \alpha^2] = \omega^4 \left(1 + \frac{k_{\perp p}^2 c^2}{\omega_p^2}\right)^{-1} \alpha^2 \Theta_1. \quad (37)$$

В (37) функция $\omega^2(k_z)$ определяется из уравнения (13) (в длинноволновом пределе $\omega^2(k_z)$ дается формулой (11)) и введен параметр плотности пучка

$$\alpha^2 = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-5}}{k_{\perp b}^2 u^2}. \quad (38)$$

Решение уравнения (37) вблизи точки 1 будем искать в виде

$$\omega = \omega_0 + \delta = k_0 u \pm \omega_0 \alpha + \delta, \quad (39)$$

где ω_0, k_0 – координаты точки 1 на плоскости (ω, k_z) (их можно определить численно), а δ – комплексный инкремент. Подставляя (39) в дисперсионное уравнение (37), получим уравнение третьей степени для δ :

$$2\omega_0 \delta (\delta^2 \pm 2\omega_0 \delta \alpha) = \omega_0^4 \alpha^2 \left(1 + \frac{k_{\perp p}^2 c^2}{\omega_p^2}\right)^{-1} \Theta_1. \quad (40)$$

Решение уравнения (40) зависит от соотношения между комплексным инкрементом δ и частотой пучковой ленгмюровской волны, т.е. от $\omega_0 \alpha$. При $|\delta| \gg \omega_0 \alpha$ развивается неустойчивость в режиме одночастичного эффекта Черенкова и уравнение (40) преобразуется в кубическое уравнение относительно δ , из которого находим значение инкремента (см. таблицу). При обратном соотношении в системе имеет место коллективный эффект Черенкова и уравнение (40) преобразуется в квадратное уравнение относительно δ (инкремент приведен в таблице), причем неустойчивость развивается только при резонансе плазменной и медленной пучковой волн (знак минус в соотношении (39) и уравнении (40)). Таким же способом из уравнения вида (37) получаются и значения инкрементов для точки 2, только в этом случае $\omega(k_z)$ определяется формулой (19).

	Условие резонанса	Инкремент
1	$\omega = k_0 u \pm \omega_0 \alpha, \quad \delta \gg \omega_0 \alpha$ Одночастичный эффект Черенкова на низкочастотной волне	$\delta = \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) \omega_0 \alpha^{1/3} \left(1 + \frac{k_{\perp p}^2 c^2}{\omega_p^2}\right)^{-1/3} \Theta_1^{1/3}$
1	$\omega = k_0 u \pm \omega_0 \alpha, \quad \delta \ll \omega_0 \alpha$ Коллективный эффект Черенкова на низкочастотной волне	$\delta = -i \frac{1}{2} \omega_0 \alpha^{1/2} \left(1 + \frac{k_{\perp p}^2 c^2}{\omega_p^2}\right)^{-1/2} \Theta_1^{1/2}$
2	$\omega = k_0 u \pm \omega_0 \alpha, \quad \delta \gg \omega_0 \alpha$ Одночастичный эффект Черенкова на высокочастотной волне	$\delta = \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) \left(\omega_0 \omega_p^2 \alpha^2 \frac{k_0^2}{k_{\perp p_1}^2} \Theta_2\right)^{1/3}$
2	$\omega = k_0 u \pm \omega_0 \alpha, \quad \delta \ll \omega_0 \alpha$ Коллективный эффект Черенкова на высокочастотной волне	$\delta = i \frac{1}{2} \omega_p \alpha^{1/2} \frac{k_0}{k_{\perp p_1}} \Theta_2^{1/2}$
3	$\omega = k_0 u - \Omega_e \gamma^{-1}$ Аномальный эффект Доплера на низкочастотной волне	$\delta = i \frac{1}{2} \omega_p \frac{(\omega_0^2/c^2 - k_0^2)^{1/2}}{k_{\perp b_1}} \frac{\omega_b \gamma^{-1} \sqrt{\Omega_e}}{\omega_0} \left(1 + \frac{k_z^2}{k_{\perp b_1}^2}\right)^{-1/2} \sqrt{\Theta_3}$
4	$\omega = k_0 u - \Omega_e \gamma^{-1}$ Аномальный эффект Доплера на высокочастотной волне	$\delta = i \frac{1}{2} \omega_p \frac{k_0}{k_{\perp p_1}} \frac{\omega_b \gamma^{-1} \sqrt{\Omega_e}}{k_{\perp b_1} c^2 \sqrt{\omega_0}} \left(1 + \frac{k_0^2}{k_{\perp b_1}^2}\right)^{-1/2} \sqrt{\Theta_4}$
5	$\omega = k_0 u + \Omega_e \gamma^{-1}$ Нормальный эффект Доплера на низкочастотной волне	$\delta = \frac{1}{2} \omega_p \frac{(\omega_0^2/c^2 - k_0^2)^{1/2}}{k_{\perp b_1}} \frac{\omega_b \gamma^{-1} \sqrt{\Omega_e}}{\omega_0} \left(1 + \frac{k_0^2}{k_{\perp b_1}^2}\right)^{-1/2} \sqrt{\Theta_3}$
6	$\omega = k_0 u + \Omega_e \gamma^{-1}$ Нормальный эффект Доплера на высокочастотной волне	$\delta = \frac{1}{2} \omega_p \frac{k_0}{k_{\perp p_1}} \frac{\omega_b \gamma^{-1} \sqrt{\Omega_e}}{k_{\perp b_1} c^2 \sqrt{\omega_0}} \left(1 + \frac{k_0^2}{k_{\perp b_1}^2}\right)^{-1/2} \sqrt{\Theta_4}$

Для точек 3, 5 и 4, 6, описывающих нормальный и аномальный доплеровский резонанс, решение ищется в виде

$$\omega = \omega_0 + \delta = k_0 u \pm \Omega_e \gamma^{-1} + \delta. \quad (41)$$

Для точек 3 и 5 в качестве ω_0 выбрана величина, определяемая формулой

$$\omega_0^2 = (k_{\perp p}^2 c^2 + k_0^2 c^2 + \omega_p^2) - \frac{k_0^2 \omega_p^2 c^2}{\omega^2}. \quad (42)$$

Используя решение (41), получим квадратное уравнение для нахождения инкрементов δ . Значения инкрементов представлены в таблице.

Таким образом, видно, что в рассматриваемой пучково-плазменной системе развиваются резонансные взаимодействия между различными пучковыми и плазменными волнами. Полученных результатов достаточно, чтобы в дальнейшем можно было сравнить и установить, в какой из точек неустойчивость развивается сильнее.

Заключение

Получены дисперсионные уравнения высокочастотных поверхностных волн (16), (24) и низкочастотных поверхностных волн (8), (21) пучка и плазмы, найдена структура поля этих волн.

В статье представлена подробная классификация процессов взаимодействия волн пучка и плазмы. Получены дисперсионные уравнения, описывающие взаимодействия поверхностных волн коаксиального плазменного волновода с поверхностными волнами электронного пучка.

В результате анализа дисперсионных уравнений (29), (31), (33) и (35) получены выражения для инкрементов неустойчивостей в режимах эффекта Черенкова

и эффекта Доплера для коаксиальной пучково-плазменной системы.

Список литературы

1. Кузелев М.В., Мухаметзянов Ф.Х., Рабинович М.С. и др. // Доклады АН СССР. 1982. **267**. С. 829.
2. Кузелев М.В., Мухаметзянов Ф.Х., Рабинович М.С. и др. // ЖЭТФ. 1982. **83**. С. 1358.
3. Кузелев М.В., Мухаметзянов Ф.Х., Рабинович М.С. и др. // ИПФ АН СССР. 1983. Вып. 3. С. 160.
4. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М., 2002.
5. Иванов И.Е., Стрелков П.С., Шумейко Д.В. // Радиотехника и электроника. **54**, №9. С. 1091.
6. Стрелков П.С., Иванов И.Е., Шумейко Д.В. // Физика плазмы. **38**, №6. С. 536.
7. Богданкевич И.Л., Лоза О.Т., Павлов Д.А. // Физика плазмы. 2009. **35**, №3. С. 183.
8. Карташов И.Н., Кузелев М.В., Хапаева Е.А. // Радиотехника и электроника. 2010. **55**, №12. С.1488.
9. Кузелев М.В., Хапаева Е.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2011. №3. С. 35 (Kuzelev M.V., Kharayeva E.A. // Moscow University Phys. Bull. 2011. **66**, N 3. P. 242).
10. Кузелев М.В. // Физика плазмы. 2002. **28**. С. 501.
11. Карташов И.Н., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. // Физика плазмы. 2009. **35**. №2. С. 194.
12. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М., 1978.
13. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. В 4 т. // Под ред. В.Е. Фортова. М., 2000.
14. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М., 2004.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., 2004.
16. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 4. Ч. 2. М., 1974.

On the theory of electromagnetic interactions of a relativistic electron beam and plasma in a coaxial waveguide in an external magnetic field

M. V. Kuzelev^a, E. A. Kharayeva^b

Department of Physical Electronics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^akuzelev@mail.ru, ^be_kharayeva@mail.ru.

Linear electromagnetic interactions of rectilinear electron beams with magnetoactive plasma in a coaxial waveguide are considered. Dispersion equations are derived and field structures of surface plasma waves in the absence of the electron beam are determined. Dispersion equations of beam waves in the absence of plasma waves are derived. Dispersion equations that describe the interaction of plasma and beam waves are derived. Instability increments in regimes of single-particle and collective Cherenkov effects and irregular Doppler effect are calculated.

Keywords: magnetic field, coaxial waveguide, annular plasma, annular electron beam, surface plasma waves, surface beam waves, Cherenkov effect, Doppler effect.

PACS: 52.35.-g.

Received 23 June 2014.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2014).

Сведения об авторах

1. Кузелев Михаил Викторович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-25-47; e-mail: kuzelev@mail.ru.
2. Хапаева Екатерина Андреевна — аспирант; e-mail: e_kharayeva@mail.ru.