

РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

Интерферометр Саньяка как гравитационно-волновой детектор третьего поколенияН. В. Ворончев^{1,a}, Ш. Л. Данилишин^{2,b}, Ф. Я. Халили¹¹ *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра колебаний. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*² *School of Physics, University of Western Australia. Australia, Crawley 6009, 35 Stirling Hwy. E-mail: ^a n.voronchev@physics.msu.ru, ^b shtefan.danilishin@uwa.edu.au*

Статья поступила 11.08.2014, подписана в печать 10.09.2014.

Планируется, что следующее поколение лазерных интерферометрических гравитационно-волновых детекторов в широкой полосе частот превзойдет по амплитудной чувствительности детекторы второго поколения почти в 10 раз. Поскольку чувствительность будет ограничена квантовым шумом почти на всех частотах выше ~ 10 Гц, крайне актуальной оказывается разработка новых схем детекторов, способных обеспечить требуемый пониженный уровень квантовых флуктуаций. Измеритель скорости на базе интерферометра Саньяка, исследуемый в настоящей работе, является одной из таких схем и, возможно, наиболее перспективной из всех. Мы приводим здесь полный сравнительный анализ квантового шума интерферометров Саньяка и Майкельсона с рециркуляцией сигнала и с частотно-зависимым сжатием входящего квантового состояния света и демонстрируем существенное преимущество первого, как в плане чувствительности, так и с точки зрения большей простоты экспериментального воплощения. В частности, мы показываем, что схема Саньяка по уровню квантовых шумов способна превзойти даже ксилофонную конфигурацию двух детекторов Майкельсона, а также является менее требовательной к величине оптических потерь в фильтрующем резонаторе при использовании частотно-зависимого сжатия.

Ключевые слова: детекторы гравитационных волн, квантовые измерения.

УДК: 681.787. PACS: 04.80.Cc, 03.65.Ta, 95.30.Sf, 95.85.Sz.

Введение

Проблема обнаружения гравитационных волн требует чрезвычайно точных измерений. Ожидаемые амплитуды гравитационных волн $h \sim 10^{-21} - 10^{-22}$ от предполагаемых астрофизических источников для наземных детекторов соответствуют относительному смещению пробных масс всего лишь на $\delta L \propto Lh \sim 10^{-17} - 10^{-18}$ м, где $L \sim 4$ км — длина плеч интерферометра [1, 2]. Слабость сигнальных смещений требует принимать во внимание многочисленные источники шумов различной природы, которые принято разделять на два класса. В первый входят технические шумы, которые включают в себя тепловые шумы в зеркалах и их подвесах, сейсмические шумы и т.п. Их подавление в современных детекторах осуществляется уже настолько успешно, что чувствительность приборов нового поколения в широкой полосе частот будет ограничиваться вторым классом шумов — квантовым, который состоит из измерительного шума и шума обратного влияния. Его природа кроется в квантовых флуктуациях амплитуды и фазы света, которые в силу принципа неопределенности Гейзенберга не могут быть устранены одновременно. Это приводит к возникновению предела точности измерения смещений, известному как стандартный квантовый предел (СКП) [3, 4], который в общем случае зависит от динамики пробных тел. В гравитационных детекторах, где собственные частоты подвесов зеркал (~ 1 Гц) оказываются много ниже частот измеряемого

сигнала, пробные тела можно с высокой точностью считать свободными, а СКП на частоте сигнала Ω для такой свободной массы m имеет вид

$$S_{\text{SQL}}^h(\Omega) = h_{\text{SQL}}^2(\Omega) = 8\hbar/(m\Omega^2 L^2).$$

Преодоление этого предела является одной из ключевых задач квантовой теории измерений в ее применении к детектированию гравитационных волн.

В настоящей работе мы рассматриваем интерферометр Саньяка [5] как перспективную схему для будущих поколений детекторов гравитационного излучения и как реальную альтернативу доминирующему в настоящее время интерферометру Майкельсона. Ключевое отличие этих двух схем состоит в том, что интерферометр Майкельсона позволяет определять смещение пробных тел, тогда как схема Саньяка реализует измерение их скорости [6]. Происходит это так (рис. 1, а): два световых луча, покидающие делитель пучка (BS), последовательно отражаются от обоих плеч, прежде чем выйти через темный порт интерферометра. При этом каждый из лучей получает сдвиг фаз, пропорциональный разности смещений зеркал плеч, разделенных временем τ , требующимся свету для распространения от одного плеча до другого (с учетом времени зоны резонаторов в плечах). Результат сложения двух лучей на выходе детектора будет иметь фазовый сдвиг, пропорциональный средней скорости зеркал \bar{v} за время τ .

Преимущество измерителя скорости состоит в том, что обратное флуктуационное влияние света при дву-

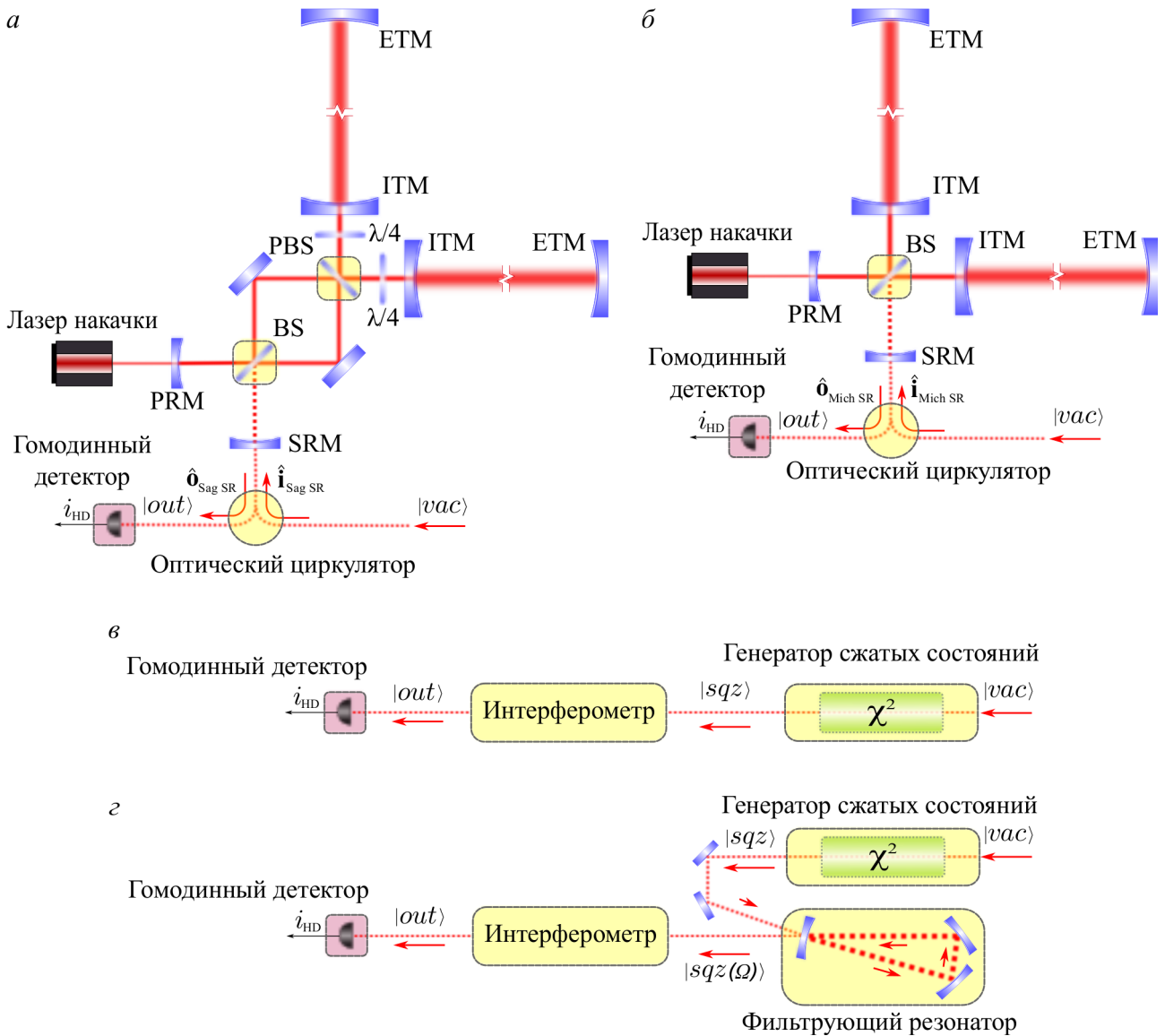


Рис. 1. Схематическое изображение рассматриваемых детекторов: а — поляризационный интерферометр Саньяка с двойной рециркуляцией; б — интерферометр Майкельсона с двойной рециркуляцией; в — схема с входным частотно-независимым сжатием; г — схема с частотно-зависимым сжатием

кратном отражении частично компенсируется за счет фазового сдвига, определяемого задержкой τ . При этом спектр шума обратного влияния оказывается меньше, чем у измерителя смещения в $\Omega\tau < 1$ раз, где Ω — частота гравитационной волны [6–8].

Наиболее привлекательной среди предложенных реализаций интерферометра Саньяка является поляризационная схема (рис. 1, а), требующая минимальных изменений в инфраструктуре детекторов Майкельсона (рис. 1, б) [9]. Будем считать, что обе схемы используют рециркуляцию мощности и сигнала, которая достигается за счет добавления двух дополнительных зеркал (PRM и SRM) в светлый и темный порты соответственно. Это позволяет снизить мощность лазерной накачки и увеличить отклик путем дополнительного накопления сигнала. Кроме того, мы рассмотрим случаи, когда через темный порт детектор инжектируется сжатое квантовое состояние света — как с постоянным углом сжатия, так и частотно-зависимым [10, 11] (рис. 1, в, г).

Мы будем полагать, что получение частотной зависимости может быть осуществлено с помощью фильтрующих резонаторов, предложенных в [2].

Настоящая работа состоит из двух разделов, заключения и приложений. В разделе 1 и приложениях приведены основные расчетные формулы, обозначены пути их получения. В разделе 2 обсуждается процедура численной оптимизации и ее результаты.

1. Квантовый шум интерферометра

Преобразование квантовых флуктуаций света в интерферометре может быть записано в рамках двухфотонного формализма [2, 7, 12] как линейное матричное преобразование вида

$$\hat{o} = \mathbb{T}\hat{i} + \sum_i N_i \hat{n}_i + th/h_{SQL},$$

где $\hat{i} = [\hat{i}_c(\Omega) \ \hat{i}_s(\Omega)]^T$ — вектор спектральных компонент безразмерных квадратур электромагнитной вол-

ны на входе (индексы s, c обозначают соответственно так называемые «синусную» и «косинусную» квадратуры), а $\hat{\mathbf{o}}$ — на выходе. Матрица преобразования $\mathbb{T} = \mathbb{T}^{\text{sh}} + \mathbb{T}^{\text{b.a.}}$ состоит из двух частей: оптической, показывающей как трансформируется свет в интерферометре при неподвижных зеркалах, и оптомеханической, отвечающей за обратное влияние света на движение зеркал, сказывающееся в свою очередь на фазе выходящего света $\hat{\mathbf{o}}$. Отклик интерферометра на сигнал h определяется столбцом \mathbf{t} . Столбцы $\hat{\mathbf{n}}_i$ и соответствующие им матрицы преобразования $\mathbb{N}_i^{\text{sh}} + \mathbb{N}_i^{\text{b.a.}}$ описывают дополнительные вакуумные поля, согласно флуктуационно-диссипационной теореме (ФДТ) входящие в интерферометр как следствие оптических потерь.

Считая, что в выходном порту интерферометра может быть измерена произвольная комбинация квадратур электромагнитной волны вида

$$\hat{\mathbf{o}}_c(\Omega) = \hat{\mathbf{o}}_c(\Omega) \cos \phi_{\text{LO}} + \hat{\mathbf{o}}_s(\Omega) \sin \phi_{\text{LO}} \equiv \mathbf{H}^T \hat{\mathbf{o}},$$

где

$$\mathbf{H}^T \equiv \begin{bmatrix} \cos \phi_{\text{LO}} & \sin \phi_{\text{LO}} \end{bmatrix},$$

что достижимо при использовании гомодинного детектора с фазой опорного генератора ϕ_{LO} (см., например, раздел 2.3 в [7]), спектральная плотность квантового шума в единицах вариации метрики h может быть выражена полностью через введенные выше матрицы преобразования и функцию отклика

$$S^h = h_{\text{SQL}}^2 \frac{\mathbf{H}^T \mathbb{T} \mathbb{T}^\dagger \mathbf{H} + \sum_i \mathbf{H}^T \mathbb{N}_i \mathbb{N}_i^\dagger \mathbf{H} + \epsilon_d^2}{|\mathbf{H}^T \mathbf{t}|^2}.$$

Здесь все входные световые поля предполагаются некоррелированными и находящимися в вакуумном состоянии. Неидеальность фотодетектирования учтена слагаемым $\epsilon_d = \eta_d^{-1} - 1$, где $\eta_d < 1$ — квантовая эффективность гомодинного детектора.

1.1. Квантовый шум интерферометров Майкельсона и Саньяка

В рамках матричного подхода можно получить (приложение А) хорошо известные выражения для соотношения квантовых полей на входе и выходе интерферометра Майкельсона (см. рис. 1, б), эквивалентного резонатору Фабри–Перо [7, 13, 14]:

$$\hat{\mathbf{o}}_{\text{Mich SR}} = \mathbb{T}_{\text{Mich SR}} \hat{\mathbf{i}}_{\text{SR}} + \mathbb{N}_{\text{Mich SR}} \hat{\mathbf{n}}_a + \mathbf{t}_{\text{Mich SR}} h/h_{\text{SQL}}, \quad (1)$$

а также поляризационного интерферометра Саньяка с учетом утечек η_s и η_p поляризационного делителя пучка (PBS; см. рис. 1, а)

$$\hat{\mathbf{o}}_{\text{Sag SR}, P} = \mathbb{T}_{\text{Sag SR}}^{PP} \hat{\mathbf{i}}_{\text{SR}, P} + \mathbb{T}_{\text{Sag SR}}^{P\bar{P}} \hat{\mathbf{i}}_{\text{SR}, \bar{P}} + \mathbb{N}_{\text{Sag SR}}^{PP} \hat{\mathbf{n}}_{a, P} + \mathbb{N}_{\text{Sag SR}}^{P\bar{P}} \hat{\mathbf{n}}_{a, \bar{P}} + \mathbf{t}_{\text{Sag SR}} h/h_{\text{SQL}}, \quad (2)$$

где $\hat{\mathbf{n}}_a = (\hat{\mathbf{n}}_{\text{arm}}^{\text{N}} - \hat{\mathbf{n}}_{\text{arm}}^{\text{E}})/\sqrt{2}$ — добавляющийся согласно ФДТ вакуумный шум за счет оптических потерь в плечах детектора, а $P = p, s$ и \bar{P} обозначают любые противоположные поляризации.

В частном случае резонансной ($\phi_{\text{SR}} = 0$) или антирезонансной ($\phi_{\text{SR}} = \pi/2$) настройки резонатора рециркуляции сигнала матрицы преобразования $\mathbb{T}_{\text{Mich SR}}$ и $\mathbb{T}_{\text{Sag SR}}^{PP}$, а также функции отклика без учета

потерь имеют особенно простой и наглядный вид

$$\mathbb{T} = e^{2i\beta} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\mathcal{K} & 1 \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{t} \propto e^{i\beta} \sqrt{\mathcal{K}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \text{ Здесь величина } \mathcal{K},$$

называемая коэффициентом оптомеханической (ОМ) связи, характеризует силу взаимодействия света и механической моды интерферометра на разных частотах сигнала Ω . Анализ поведения \mathcal{K} для двух рассматриваемых схем, имеющих вид

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\text{Mich SR}}^{0; \pi/2} &= \frac{(1 - \rho_{\text{SR}}^2) \mathcal{K}_{\text{arm}}^{\theta/2}}{|1 \mp \rho_{\text{SR}} e^{2i\beta_{\text{arm}}}|^2}, \\ \mathcal{K}_{\text{Sag SR}}^{0; \pi/2} &= \frac{4(1 - \rho_{\text{SR}}^2) \mathcal{K}_{\text{arm}}^{\theta/4} \sin^2 \beta_{\text{arm}}}{|1 \pm \rho_{\text{SR}} e^{4i\beta_{\text{arm}}}|^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

позволяет наглядно продемонстрировать преимущество интерферометра Саньяка в виде значительно меньшего шума обратного флуктуационного влияния. Здесь ρ_{SR} — амплитудный коэффициент отражения зеркала рециркуляции, $\theta = \frac{8\omega_p \mathcal{I}_c^{\text{arm}}}{MLc}$ — приведенная мощность при циркулирующей в каждом плече полной мощности $\mathcal{I}_c^{\text{arm}}$, а $\mathcal{K}_{\text{arm}}^J$ — фактор ОМ связи для одной моды плеча

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\text{arm}}^J &= \frac{2\tau_{\text{arm}} J / \Omega^2 \cdot (1 - R_{\text{ITM}}^2)}{1 - 2\sqrt{R_{\text{ITM}}} \cos 2\Omega\tau_{\text{arm}} + R_{\text{ITM}}}, \\ \beta_{\text{arm}} &= \arctan \left(\frac{1 + \sqrt{R_{\text{ITM}}}}{1 - \sqrt{R_{\text{ITM}}}} \tan \Omega\tau_{\text{arm}} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Нетрудно показать, что $\mathcal{K}_{\text{Sag SR}}^{0; \pi/2}(\Omega \rightarrow 0) \rightarrow \mathcal{K}_{\text{Sag SR}}^{0; \pi/2}(0)$, тогда как $\mathcal{K}_{\text{Mich SR}}^{0; \pi/2}(\Omega \rightarrow 0) \propto \Omega^{-2} \rightarrow \infty$. Это означает, что обратное флуктуационное влияние в интерферометре Саньяка постоянно на низких частотах, тогда как у Майкельсона оно растет неограниченно. В результате квантовая чувствительность интерферометра Саньяка существенно превосходит чувствительность интерферометра Майкельсона на частотах $\lesssim 100$ Гц, что также иллюстрируют соответствующие графики степени пондеромоторного сжатия r_{pond} на рис. 2, которая является мерой шума обратного флуктуационного влияния (приложение Б).

1.2. Квантовый шум при инжектировании сжатого вакуума

Инжектирование сжатого вакуума в темный порт (см. рис. 1, в) для повышения чувствительности детекторов гравитационных волн было впервые предложено в работах [10, 11] и недавно реализовано в работающих детекторах GEO-600 [15] и LIGO [16].

В работе [2] показано, что использование частотно-независимого сжатия не позволяет в полной мере реализовать потенциал повышения чувствительности из-за сильного влияния пондеромоторного сжатия на низких частотах. В той же работе был предложен метод исправления неоптимальной фазы сжатого света на низких частотах посредством применения частотно-селективного отражения сжатого света от специальных фильтрующих резонаторов (FC) — метод, получивший название частотно-зависимого входного сжатия (см. рис. 1, г).

К сожалению, практическая реализация метода для интерферометра Майкельсона наталкивается на необходимость создания узкополосного — с полушириной

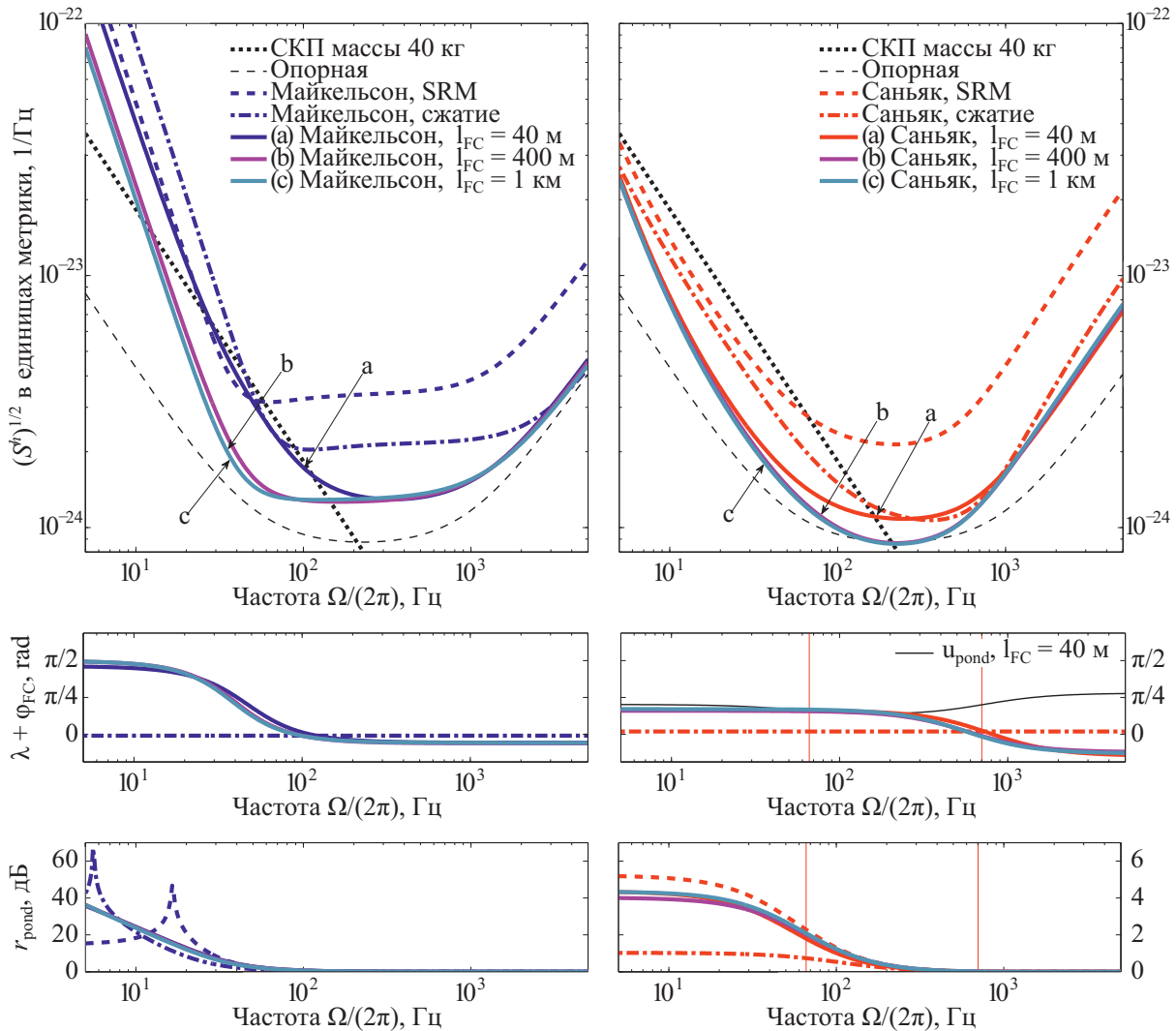


Рис. 2. Результаты оптимизации для детекторов масштаба LIGO: слева — схема Майкельсона, справа — схема Саньяка; сверху вниз представлены спектральные плотности квантового шума (первый ряд), ФЧХ входного сжатия (второй ряд), степень пондеромоторного сжатия r_{pond} (третий ряд)

полосы около 30 Гц — фильтрующего резонатора. Причина этого заключается в том, что шум обратного влияния доминирует именно на частотах, не превышающих двух-трех десятков герц, а низкочастотная область, где фильтрующий резонатор способен эффективно корректировать фазу сжатия, ограничивается его шириной полосы (подробнее см. раздел 2). При учете же оптических потерь оказывается, что достижимый полезный эффект весьма скромнен по сравнению с материальными затратами на создание подобного высокооборотного и как следствие дорогостоящего резонатора.

Однако наш анализ показал, что для заметного снижения квантового шума в интерферометре Саньяка, в отличие от схемы Майкельсона, требуются значительно более скромные характеристики фильтрующего резонатора (см. раздел 2). Выгодное отличие измерителя скорости обусловлено существенно более низким уровнем шума обратного влияния и в общем более слабым пондеромоторным сжатием, что обсуждалось выше.

Для описания эффекта частотно-зависимого входного сжатия соотношения «вход–выход» для квантового

шума должны быть модифицированы следующим образом:

$$\hat{\mathbf{o}}_{\text{FC}} = \sqrt{\eta_{\text{sqz}}} \mathbb{T}_{\text{FC}} \cdot \left(\mathbb{S}[r, \lambda] \hat{\mathbf{i}}_{\text{vac}} + \sqrt{\epsilon_{\text{sqz}}} \hat{\mathbf{n}}_{\text{s}} \right) + \mathbb{N}_{\text{FC}} \hat{\mathbf{n}}_{\text{FC}}, \quad (5)$$

где

$$\epsilon_{\text{sqz}} \equiv \eta_{\text{sqz}}^{-1} - 1,$$

$\mathbb{S}[r, \lambda]$ — матрица преобразования операторов вакуумного поля в операторы поля в сжатом состоянии со степенью сжатия r и углом сжатия λ , коэффициент η_{sqz} учитывает потери в генераторе сжатых состояний, $\hat{\mathbf{n}}_{\text{s}}$ обозначает возникающий в результате этих потерь дополнительный вакуумный шум, а $\hat{\mathbf{n}}_{\text{FC}}$ соответствует шуму за счет потерь в фильтрующем резонаторе. При этом спектральная плотность квантового шума будет равна

$$S^h = h_{\text{SQL}}^2 \frac{1}{|\mathbf{H}^T \mathbf{t}|^2} \times \left\{ \mathbf{H}^T \mathbb{T} \left[\eta_{\text{sqz}} \mathbb{T}_{\text{FC}} (\mathbb{S}[2r, \lambda] + \epsilon_{\text{sqz}} \mathbb{I}) \mathbb{T}_{\text{FC}}^\dagger + \mathbb{N}_{\text{FC}} \mathbb{N}_{\text{FC}}^\dagger \right] \mathbb{T}^\dagger \mathbf{H} + \mathbf{H}^T \sum_i \mathbb{N}_i \mathbb{N}_i^\dagger \mathbf{H} + \epsilon_d^2 \right\}.$$

Матрицы T_{FC} и N_{FC} аналогичны матрицам для плеч T_{arm} и N_{arm} (приложение А) при фиксации зеркал. Однако в силу выполнения $\Omega l_{FC}/c \ll 1$, где l_{FC} — длина фильтрующего резонатора, для матриц T_{FC} и N_{FC} мы использовали выражения с узкополосным приближением [7]. В этом случае резонатор описывается отстройкой δ_f собственной частоты от частоты накачки и полуширокой полосы $\gamma_f = \gamma_{f1} + \gamma_{f2}$, где первое слагаемое определяется пропусканием входного зеркала, а $\gamma_{f2} = cA_{FC}/(4l_{FC})$ возникает за счет оптических потерь A_{FC} , приведенных к пропусканию концевое зеркала.

Таким образом, мы получили общее выражение для спектральной плотности квантового шума произвольного интерферометра с потерями, рециркуляцией мощности и сигнала, а также с инжектированием частотно-зависимого сжатого вакуума в темный порт. Далее мы используем это выражения для нахождения оптимальной конфигурации интерферометров Саньяка и Майкельсона для двух проектов детекторов 3-го поколения: Einstein Telescope (ET) [17] и LIGO Voyager [18].

2. Численная оптимизация

Для нахождения оптимальных параметров интерферометра для каждого из упомянутых проектов определим функцию стоимости C , экстремум которой в пространстве параметров \mathbf{p} (список оптимизируемых величин, составляющих вектор \mathbf{p} , приведен для каждой из конфигураций в таблице) позволяет найти конфигурацию с максимальным подавлением суммы квантового шума и опорной кривой в широкой полосе частот:

$$C(\mathbf{p}) = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \log [S^h(2\pi f; \mathbf{p}) + S_{\text{ref}}^h(2\pi f)] df. \quad (6)$$

Здесь S_{ref}^h — опорная кривая, в качестве которой традиционно рассматривается технический шум детектора.

Однако в случае проектов ET и LIGO Voyager, находящихся на стадии начального проектирования, любая модель технического шума содержат высокую степень неопределенности. Кроме того, ожидается, что он станет столь низким, что решающую роль будет играть квантовый шум. Поэтому в качестве опорной кривой мы использовали принципиальный предел уровня квантовых флуктуаций, достижимый при заданных потерях, циркулирующей в плечах мощности и степени сжатия инжектированного в темный порт света.

Потери накладывают ограничение на эффективность методов понижения квантового шума, использующих квантовые корреляции [8], как, например, применение сжатого света. Причина этого в том, что начальная корреляция деградирует, так как к инжектируемому в темный порт свету в интерферометре подмешиваются вакуумные флуктуации, связанные по ФДТ с соответствующими потерями. Эти флуктуации не только уменьшают степень сжатия, но и создают добавочное обратное флуктуационное влияние, что сильнее всего сказывается на низких частотах. Спектральная плотность этих флуктуаций имеет вид

$$S_{\text{ref},1}^h(\Omega) = \frac{\hbar_{\text{SQL}}^2}{2} \epsilon_d e^{-r_{\text{eff}}},$$

где

$$e^{-r_{\text{eff}}} \equiv \sqrt{\eta_{\text{sqz}}(e^{-2r} + \epsilon_{\text{sqz}})}$$

определяет эффективную степень сжатия при наличии потерь [7]. Потери в генераторе сжатых состояний, характеризующиеся коэффициентом η_{sqz} , оказывают наиболее существенное влияние на квантовый шум и поэтому выбраны в качестве верхней оценки общей величины потерь.

Оптимальные значения основных параметров детекторов различных конфигураций

			$\mathcal{I}_c^{\text{arm}}$, МВт	R_{ITM} ,	ρ_{SR} ,	ϕ_{SR} , рад	ϕ_{LO} , рад	r , дБ	λ , рад	γ_{f1} , Гц	δ_f , Гц
LIGO	Майкельсон	с SRM	1.0	0.85	0.53	1.44	1.74	—	—	—	—
		со сжатием	1.0	0.85	0.70	1.56	1.62	8	-0.03	—	—
		$l_{FC} = 40$ м	1.0	0.85	0.46	1.57	1.39	10	-0.18	32	34
		$l_{FC} = 400$ м	1.0	0.85	0.49	1.57	1.38	10	-0.19	26	31
		$l_{FC} = 1$ км	1.0	0.85	0.51	1.57	1.39	10	-0.18	25	30
	Саньяк	с SRM	1.0	0.94	0.31	1.95	1.04	—	—	—	—
		со сжатием	1.0	0.90	0.25	1.67	1.43	10	0.06	—	—
		$l_{FC} = 40$ м	1.0	0.93	0.36	1.85	1.13	10	-0.46	687	362
		$l_{FC} = 400$ м	1.0	0.93	0.28	1.90	1.19	10	-0.38	518	245
		$l_{FC} = 1$ км	1.0	0.94	0.29	1.91	1.16	10	-0.41	498	255
ET	Майкельсон	$l_{FC} = 80$ м, без SRM	0.5	0.74	—	—	1.52	15	-0.05	13	12
		$l_{FC} = 80$ м	3.0	0.95	0.93	1.57	1.39	13	-0.18	14	15
		$l_{FC} = 1$ км	3.0	0.95	0.92	1.57	1.50	20	-0.07	13	14
		$l_{FC} = 10$ км	3.0	0.96	0.97	1.57	1.42	20	-0.15	9	10
	Саньяк	$l_{FC} = 80$ м, без SRM	3.0	0.90	—	—	1.38	17	-0.19	89	23
		$l_{FC} = 80$ м	2.6	0.88	0.36	1.73	1.40	17	-0.17	543	162
		$l_{FC} = 1$ км	2.8	0.89	0.18	1.84	1.50	19	-0.07	309	85
		$l_{FC} = 10$ км	2.4	0.88	0.29	1.71	1.44	20	-0.13	500	104

В области высоких частот доминируют квантовые флуктуации фазы, т. е. измерительный шум, спектральная плотность которого, с учетом потерь, имеет вид

$$S_{\text{ref},h}^h = \frac{h_{\text{SQL}}^2 e^{-2r_{\text{eff}}} + \epsilon_d^2}{4 \mathcal{K}_{\text{Mich}}},$$

где мы учли идентичное поведение измерительного шума для обеих схем интерферометров. Эффективную полуширину полосы для определения $\mathcal{K}_{\text{Mich}}$ выбираем равной 1 кГц. Таким образом, $S_{\text{ref}}^h = S_{\text{ref},1}^h + S_{\text{ref},h}^h$.

При проведении оптимизации мы учли ряд технологических ограничений варьируемых параметров. Так, мощность на делителе пучка не должна превышать 80 кВт, а мощность в плечах — 1 МВт для LIGO (при длине 4 км) и 3 МВт для ET (при длине 10 км). Ограничения на величину сжатия составляли 10 дБ и 20 дБ соответственно. Потери в плечах и фильтрующем резонаторе составляли $T_{\text{ETM}} = A_{\text{FC}} = 40 \cdot 10^{-6}$. Квантовая эффективность фотодетектора $\eta_d = 0.99$, а квантовая эффективность генератора сжатого света $\eta_{\text{sqz}} = 0.95$. В поляризионном интерферометре величины утечек PBS принимали равными $\eta_s = \eta_p = 0.001$. Рабочий диапазон частот для детектора типа LIGO составлял $\{f_{\text{min}}, f_{\text{max}}\} = \{5 \text{ Гц}, 5 \text{ кГц}\}$, а для ET — $\{1 \text{ Гц}, 10 \text{ кГц}\}$. Все вышеперечисленные ограничения основаны на оценках развития экспериментальных технологий в гравитационных детекторах, приведенных в [17, 18].

3. Результаты и их обсуждение

На рис. 2 представлены спектральные плотности оптимально настроенных детекторов типа LIGO, а также соответствующие им кривые пондеромоторного сжатия квантового состояния внутри интерферометра и фазы сжатия на входе. На рис. 3 изображены оптимальные кривые спектральных плотностей для детекторов типа ET. В таблице приведены соответствующие оптимальные значения параметров интерферометра.

Результаты численной оптимизации показывают, что для обеих конфигураций детекторов — Майкельсона и Саньяка — в случае частотно-независимого сжатия выгодно уменьшать неопределенность «синусной» квадратуры состояния света на входе (штрихпунктирные линии на рис. 2). Уменьшающийся при этом измерительный шум неизбежно сопровождается ростом шума обратного влияния, что наиболее заметно в интерферометре Майкельсона из-за более сильного пондеромоторного сжатия в нем.

Добавление фильтрующего резонатора позволяет получить более оптимальную фазу сжатия света на входе (см. рис. 2) и снизить одновременно обе составляющие квантового шума внутри полосы частот $\Omega \lesssim \Omega_f$, ограничиваемой значением его полюса $\Omega_f = \sqrt{\gamma_{f1}^2 + \delta_f^2}$. Для интерферометра Майкельсона наиболее выгодное положение полюса фильтрующего резонатора соответствует интервалу между оптомеханическим Ω_m и оптическим $\Omega_o > \Omega_m$ полюсами интерферометра [7, 19]. Поскольку пондеромоторное сжатие достигает своего максимум на частоте Ω_m (см. рис. 2), то полюс Ω_f приходится располагать в области низких частот.

В случае интерферометра Саньяка ситуация отличается: схема лишена оптомеханического полюса, но обладает двумя оптическими $\Omega_{o,1} < \Omega_{o,2}$ [20], которые являются точками перегиба для кривых существенно более слабого, чем в интерферометре Майкельсона, пондеромоторного сжатия (см. рис. 2). Поскольку углы пондеромоторного поворота практически постоянны по обе стороны от старшего оптического полюса интерферометра, то оптимальная настройка фильтрующего резонатора соответствует случаю $\Omega_f \approx \Omega_{o,2}$, что означает на полтора порядка большую ширину полосы γ_f , нежели в случае схемы Майкельсона (см. таблицу).

Принципиальным является вопрос влияния длины фильтрующего резонатора l_{FC} и его оптических потерь A_{FC} на квантовый шум. В первом приближении эти величины между собой не связаны, а чувствитель-

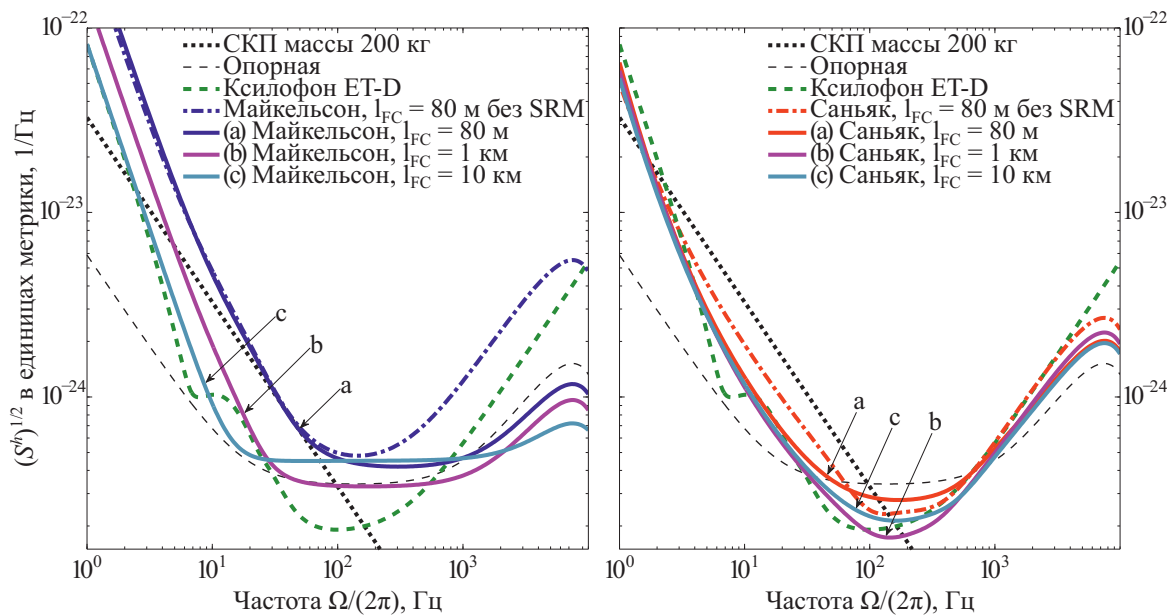


Рис. 3. Результаты оптимизации для детекторов масштаба ET: слева представлены спектральные плотности для схемы Майкельсона, справа — для схемы Саньяка

ность детектора зависит от их отношения A_{FC}/l_{FC} , которое определяет γ_{f2} . В работах [7, 21] было показано, что добавляющийся в соответствии с ФДТ вакуумный шум потерь фильтрующего резонатора будет мало заметен на фоне других квантовых шумов — в первую очередь шума потерь в гомодинном детекторе — при условии $\gamma_{f2}/\gamma_f \lesssim \epsilon_d^2$. Действительно, результаты численной оптимизации находятся в хорошем соответствии с этим утверждением. Таким образом, оказывается, что уровень квантового шума в детекторе Саньяка в значительно меньшей степени зависит от оптических потерь в фильтрующем резонаторе, чем в случае интерферометра Майкельсона с аналогичными характеристиками. Так, графики спектральных плотностей измерителя скорости, соответствующие различным динам l_{FC} при постоянной величине A_{FC} , практически не отличаются по сравнению со случаем интерферометра Майкельсона (см. рис. 2, 3).

Немного подробнее остановимся на проекте ЕТ. В нем предполагается использование двух интерферометров Майкельсона (раздельно для низких и высоких частот) при суммарной оптической мощности 3.5 МВт, трех фильтрующих резонаторов и слабо отстроенной, но сильной рециркуляции сигнала ($\rho_{SR} \sim 0.92$). Однако сравнение его шума (штриховые толстые кривые на рис. 3) и полученных нами спектральных плотностей показывает, что единственный интерферометр Саньяка с относительно коротким резонатором и слабым коэффициентом отражения SRM демонстрирует весьма близкую чувствительность. Более того, степень рециркуляции сигнала существенно слабее сказывается на чувствительности, чем в схеме Майкельсона (см. рис. 3; [9]), а улучшение показателей утечек поляризационного делителя пучка (которые нами выбраны умеренно оптимистичными) позволит еще больше снизить квантовый шум практически по всей полосе частот.

Заключение

В настоящей работе проведена численная оптимизация параметров, описывающих детекторы Майкельсона и Саньяка с учетом всех основных источников квантовых шумов. Полученные результаты подтверждают высказанное нами предположение о более слабых требованиях к потерям в фильтрующем резонаторе для измерителя скорости, что существенно упрощает создание фильтрующего резонатора, в разы снижая его стоимость и трудоемкость работ. Это позволяет рассматривать схему Саньяка как перспективную топологию гравитационных детекторов третьего поколения. Также следует отметить, что новым важным результатом является вывод о том, что единственный интерферометр Саньяка способен сравниться и даже превзойти ксилофонную конфигурацию двух интерферометров Майкельсона.

Приложение А

Приведем полученные нами основные выражения, связывающие квантовые флуктуации на входе и выходе рассматриваемых систем. Хорошо известно, что в матричном подходе для резонатора Фабри-Перо справедливо следующее

соотношение неопределенностей на входе и выходе:

$$\hat{\mathbf{o}}_{\text{arm}} = \mathbb{T}_{\text{arm}} \hat{\mathbf{t}}_{\text{arm}} + \mathbb{N}_{\text{arm}} \hat{\mathbf{n}}_{\text{arm}} + \mathbb{T}_{\text{arm}}^{\text{sec b.a.}} \hat{\mathbf{t}}_{\text{arm}}^{\text{sec}} + \mathbb{N}_{\text{arm}}^{\text{sec b.a.}} \hat{\mathbf{n}}_{\text{arm}}^{\text{sec}} + \mathbf{t}_{\text{arm}} \frac{\hbar}{h_{\text{SQL}}} \quad (7)$$

Здесь мы учитываем возможность накачки двух оптических мод, связанным между собой лишь через механическую степень свободы. Если же рассматривается возбуждение единственной моды, то матрицы $\mathbb{T}_{\text{arm}}^{\text{sec b.a.}} = \mathbb{N}_{\text{arm}}^{\text{sec b.a.}} = 0$. В случае резонансной настройки, когда для целого n выполняется условие $\omega_p \tau_{\text{arm}} = 2\pi n$, выражения для матриц преобразования принимают вид

$$\begin{aligned} \mathbb{T}_{\text{arm}} &= e^{2i\Omega\tau_{\text{arm}}} \sqrt{T_{\text{ITM}}} \mathbb{M}_{\text{arm}} \mathbb{T}_{\text{ETM}} \mathbb{N}_{\text{ITM}} - \sqrt{R_{\text{ITM}}} \mathbb{I}, \\ \mathbf{t}_{\text{arm}} &= e^{i\Omega\tau_{\text{arm}}} \sqrt{T_{\text{ITM}}} \mathbb{M}_{\text{arm}} \mathbf{t}_{\text{ETM}}, \\ \mathbb{N}_{\text{arm}} &= e^{i\Omega\tau_{\text{arm}}} \sqrt{T_{\text{ITM}}} \mathbb{M}_{\text{arm}} \mathbb{N}_{\text{ETM}}, \\ \mathbb{M}_{\text{arm}} &= \left[\mathbb{I} - e^{2i\Omega\tau_{\text{arm}}} \mathbb{T}_{\text{ETM}} \mathbb{T}_{\text{ITM}} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где R_X и T_X — соответственно коэффициенты отражения и пропускания зеркала $X = \text{ETM}, \text{ITM}$. Матрицы \mathbb{T}_X , \mathbb{N}_X и \mathbf{t}_X , описывающие пробное тело X , имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbb{T}_X &= \sqrt{R_X} (\mathbb{I} + \mathbb{M}_X), \quad \mathbb{N}_X = \sqrt{T_X} (\mathbb{I} + \mathbb{M}_X), \\ \mathbb{M}_X &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -R_X \mathcal{K}_{\text{TM}} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_X = \sqrt{2R_X \mathcal{K}_{\text{TM}}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathcal{K}_{\text{TM}} = \frac{8\omega_p \mathcal{I}_{\text{arm}}}{Mc^2 \Omega^2}$ — фактор оптомеханической связи для единственного тела.

Тогда для интерферометра Майкельсона при учете рециркуляции сигнала за счет зеркала с амплитудным коэффициентом отражения ρ_{SR} , отстоящего от BS на расстоянии $l_{SR} = \phi_{SR} c / \omega_p$, выполняется (см. (1)):

$$\begin{aligned} \mathbb{T}_{\text{Mich SR}} &= (1 - \rho_{SR}^2) \mathbb{P}_{\text{SR}} \mathbb{M}_{\text{Mich}} \mathbb{T}_{\text{arm}} \mathbb{P}_{\text{SR}} - \rho_{SR} \mathbb{I}, \\ \mathbb{M}_{\text{Mich}} &= \left[\mathbb{I} - \rho_{SR} \mathbb{T}_{\text{arm}} \mathbb{P}_{\text{SR}}^2 \right]^{-1}, \\ \mathbb{N}_{\text{Mich SR}} &= \sqrt{1 - \rho_{SR}^2} \mathbb{P}_{\text{SR}} \mathbb{M}_{\text{Mich}} \mathbb{N}_{\text{arm}}, \\ \mathbf{t}_{\text{Mich SR}} &= \sqrt{2} \sqrt{1 - \rho_{SR}^2} \mathbb{P}_{\text{SR}} \mathbb{M}_{\text{Mich}} \mathbf{t}_{\text{arm}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mathbb{P}_{\text{SR}} = e^{i\Omega l_{SR}/c} \mathbb{R}[\phi_{SR}] \simeq \mathbb{R}[\phi_{SR}]$ — матрица свободного распространения света вдоль резонатора рециркуляции из-за малости его длины $\Omega l_{SR}/c \ll 1$ может быть заменена матрицей поворота.

Для интерферометра Саньяка, к сожалению, матричный подход дает более громоздкие выражения. Во-первых, в каждом плече возбуждаются уже две оптические моды и, следовательно, в (7) члены, описывающие обратное влияние одной накачки на другую отличны от нуля. Следует отметить, что теперь в \mathcal{K}_{TM} вместо полной мощности плеча $\mathcal{I}_{\text{arm}}^{\text{arm}}$ входит $\mathcal{I}_{\text{arm}}^{\text{arm}}/2$. Во-вторых, производится учет утечек в поляризационном делителе пучка, подобно тому, как это сделано в работе [13]. В конечном итоге, обозначая через P и R две любые поляризации, для матриц преобразования в интерферометре с рециркуляцией (см. (2)) имеем следующие

выражения:

$$\begin{aligned}
\mathbb{T}_{\text{Sag SR}}^{PP} &= \left(1 - \rho_{\text{SR}}^2\right) \mathbb{P}_{\text{SR}} \mathbb{C}^{PP} - \rho_{\text{SR}} \mathbb{I}, \\
\mathbb{T}_{\text{Sag SR}}^{P\bar{P}} &= \left(1 - \rho_{\text{SR}}^2\right) \mathbb{P}_{\text{SR}} \mathbb{C}^{P\bar{P}}, \\
\mathbb{N}_{\text{Sag SR}}^{PR} &= \sqrt{1 - \rho_{\text{SR}}^2} \mathbb{P}_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{M}}_P \left[\mathbb{M}_P \mathbb{N}_{\text{Sag}}^{PR} + \rho_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{T}}^{P\bar{P}} \mathbb{P}_{\text{SR}} \mathbb{M}_{\bar{P}} \mathbb{N}_{\text{Sag}}^{PR} \right], \\
\mathbb{t}_{\text{Sag SR}}^P &= \sqrt{1 - \rho_{\text{SR}}^2} \mathbb{P}_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{M}}_P \left[\mathbb{M}_P \mathbb{t}_{\text{Sag}}^P + \rho_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{T}}^{P\bar{P}} \mathbb{P}_{\text{SR}} \mathbb{M}_{\bar{P}} \mathbb{t}_{\text{Sag}}^P \right], \\
\mathbb{C}^{PR} &= \tilde{\mathbb{M}}_P \left[\tilde{\mathbb{T}}^{PR} + \rho_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{T}}^{P\bar{P}} \mathbb{P}_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{T}}^{PR} \right], \\
\tilde{\mathbb{T}}^{PR} &= \mathbb{M}_P \mathbb{T}^{PR} \mathbb{P}_{\text{SR}}, \\
\tilde{\mathbb{M}}_P &= \left[\mathbb{I} - \rho_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{T}}^{P\bar{P}} \mathbb{P}_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{T}}^{P\bar{P}} \mathbb{P}_{\text{SR}} \right]^{-1}, \\
\mathbb{M}_P &= \left[\mathbb{I} - \rho_{\text{SR}} \tilde{\mathbb{T}}^{PP} \mathbb{P}_{\text{SR}}^2 \right]^{-1},
\end{aligned} \tag{11}$$

где с учетом обозначений $\zeta_p = \sqrt{\eta_p}$, $\zeta_s = \sqrt{1 - \eta_s}$, $\xi_p = \sqrt{1 - \eta_p}$, $\xi_s = \sqrt{\eta_s}$

$$\begin{aligned}
\mathbb{T}_{\text{Sag}}^{PP} &= \xi_p^2 \mathbb{M}_I \left[\mathbb{T}_{\text{arm}}^{\text{b.a.}} - \zeta_p \mathbb{M}_{\text{Sag}} \mathbb{T}_{\text{arm}}^2 \right] - \zeta_p \mathbb{I}, \\
\mathbb{T}_{\text{Sag}}^{PS} &= \mathbb{T}_{\text{Sag}}^{SP} = \xi_p \xi_s \mathbb{M}_I \mathbb{M}_{\text{Sag}} \mathbb{T}_{\text{arm}}, \\
\mathbb{N}_{\text{Sag}}^{PP} &= \xi_p \mathbb{M}_I \left[\mathbb{M}_{\text{Sag}, P} \mathbb{N}_{\text{arm}} - \zeta_p \mathbb{T}_{\text{arm}} \mathbb{N}_{\text{arm}}^{\text{b.a.}} \right], \\
\mathbb{N}_{\text{Sag}}^{P\bar{P}} &= \xi_p \mathbb{M}_I \left[\mathbb{N}_{\text{arm}}^{\text{b.a.}} - \zeta_p \mathbb{M}_{\text{Sag}} \mathbb{T}_{\text{arm}} \mathbb{N}_{\text{arm}} \right], \\
\mathbb{t}_{\text{Sag}}^P &= -\sqrt{2} \xi_p \mathbb{M}_I \left[\mathbb{I} - \zeta_p \mathbb{T}_{\text{arm}} \right] \mathbb{t}_{\text{arm}}.
\end{aligned}$$

Приложение Б

В работе [2] показано, что для детектора Майкельсона без рециркуляции сигнала эффект пондеромоторного сжатия заключается в трех последовательных преобразованиях состояния: двух поворотах на углы $\nu_{\text{pond}}(\Omega)$ и $u_{\text{pond}}(\Omega)$, между которыми осуществляется фазовое сжатие с коэффициентом $r_{\text{pond}}(\Omega)$.

Точно так же пондеромоторное сжатие происходит и в любой линейной оптомеханической системе. В двухфотонном формализме это означает, что сингулярное разложение матрицы преобразования имеет вид $\mathbb{T} = e^{2i\beta} \mathbb{R}[u_{\text{pond}}] \mathbb{S}[r_{\text{pond}}] \mathbb{R}[\nu_{\text{pond}}] = e^{2i\beta} \mathbb{T}^{\text{abs}}$, где $\mathbb{R}[\psi]$ — матрица поворота, а $\mathbb{S}[r]$ — матрица фазового сжатия [7]. А так как для рассматриваемых в настоящей работе систем справедливо $\mathbb{T}^{\text{b.a.}} \propto \mathbb{t}(\sigma_1 \mathbb{t})^T$, где σ_1 — первая матрица Паули, то на основе свойств разложения \mathbb{T} могут быть получены выражения для параметров пондеромоторного сжатия:

$$\begin{aligned}
u_{\text{pond}} &= -\frac{1}{2} \arctan \frac{z_2}{z_0} - \text{sgn}[z_1] \frac{\pi}{4}, \\
\nu_{\text{pond}} &= -\frac{1}{2} \arctan \frac{z_2}{z_0} + \text{sgn}[z_1] \frac{\pi}{4}, \\
\text{sh } r_{\text{pond}} &= \begin{cases} |z_1|, & \det \mathbb{T}^{\text{abs}} = 1, \\ \sqrt{z_0^2 + z_2^2}, & \det \mathbb{T}^{\text{abs}} = -1, \end{cases}
\end{aligned} \tag{12}$$

где без ограничения общности $r_{\text{pond}} > 0$, а вещественные z_0 , z_1 и z_2 имеют вид

$$z_0 = \mathbb{T}_{11}^{\text{abs}} = \mathbb{T}_{22}^{\text{abs}}, \quad z_1 = -\frac{\mathbb{T}_{12}^{\text{abs}} + \mathbb{T}_{21}^{\text{abs}}}{2}, \quad z_2 = \frac{\mathbb{T}_{12}^{\text{abs}} - \mathbb{T}_{21}^{\text{abs}}}{2}. \tag{13}$$

Авторы благодарят профессора Ш. Хильда (S. Hild) (университет Глазго) за предоставленные спектральные плотности шумов проекта ET. Работа выполнена при поддержке Фонда им. А. фон Гумбольдта (ФГТ) на вычислительном оборудовании, полученном Ш.Л. Данилишиным в рамках программы поддержки бывших стипендиатов фонда.

Работа Ф.Я. Халили выполнена при финансовой поддержке NSF и Caltech (грант PHY-1305863).

Список литературы

1. Blair D.G. The Detection of Gravitational Waves. Cambridge University Press, 1991.
2. Kimble H., Levin Y., Matsko A.B. et al. // Phys. Rev. D. 2001. **65**. P. 022002.
3. Брагинский В. // ЖЭТФ. 1967. **53**. С. 1436.
4. Braginsky V.B., Khalili F.Y. Quantum Measurement. Cambridge University Press, 1992.
5. Chen Y. // Phys. Rev. D. 2003. **67**. P. 122004.
6. Braginsky V.B., Khalili F.Y. // Phys. Rev. A. 1990. **147**. P. 251.
7. Danilishin S.L., Khalili F.Y. // Liv. Rev. Relat. 2012. **15**. P. 5.
8. Chen Y., Danilishin S.L., Khalili F.Y., Müller-Ebhardt H. // Gen. Rel. Grav. 2011. **43**. P. 671.
9. Danilishin S.L. // Phys. Rev. D. 2004. **69**. P. 102003.
10. Caves C. // Phys. Rev. D. 1981. **23**. P. 1693.
11. Unruh W.G. Quantum noise in the interferometer detector // Quantum Optics, Experimental Gravity, and Measurement Theory. N. Y.: Plenum Press, 1983.
12. Schumaker B.L., Caves C.M. // Phys. Rev. A. 1985. **31**. P. 3093.
13. Wang M., Bond C., Brown D. et al. // Phys. Rev. D. 2013. **87**. P. 096008.
14. Buonanno A., Chen Y. // Phys. Rev. D. 2003. **67**. P. 062002.
15. Abadie J., Abbott B.P., Abbott R. et al. // Nat. Phys. 2011. **7**. P. 962.
16. Aasi J., Abadie J., Abbott B.P. et al. // Nat. Photon. 2013. **7**. P. 613.
17. ET design study document. 2011.
18. Instrument Science White Paper. 2013.
19. Khalili F.Y. // Phys. Lett. A. 2001. **288**. P. 251.
20. Müller-Ebhardt H. On Quantum Effects in the Dynamics of Macroscopic Test Masses: PhD thesis. Hannover, 2009.
21. Khalili F.Y. // Phys. Rev. D. 2010. **81**. P. 122002.

A Sagnac interferometer as a gravitational-wave third-generation detector

N. V. Voronchev^{1,a}, S. L. Danilishin^{2,b}, F. Ya. Khalili¹

¹Department of Physics of Oscillations, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

²School of Physics, University of Western Australia, 35 Stirling Hwy, Crawley 6009, WA, Australia.

E-mail: ^an.voronchev@physics.msu.ru, ^bshtefan.danilishin@uwa.edu.au.

It is planned that the next generation of laser interferometric gravitational-wave detectors will surpass the second-generation detectors in amplitude sensitivity in a broad range of frequencies by nearly tenfold. Since the sensitivity will be limited by quantum noise at all frequencies above ~ 10 Hz at almost all frequencies, the development

of new schemes for detectors that are able to provide the required lowered level of quantum fluctuations is very topical. A velocimeter based on the Sagnac interferometer, which is investigated in this study, is one such scheme and possibly is the most promising among them. We present a complete comparative analysis of the quantum noise of the signal-recycling Sagnac and Michelson interferometers with frequency-dependent squeezing of the quantum state of light and demonstrate the substantial advantage of the former, both in sensitivity and from the viewpoint of its easier experimental implementation. In particular, we show that the Sagnac scheme is able to surpass even a xylophone configuration of two Michelson detectors in the level of quantum noises and is less tolerant to optical losses in the filter cavity when using frequency-dependent squeezing.

Keywords: gravitational-wave detectors, quantum measurements.

PACS: 04.80.Cc, 03.65.Ta, 95.30.Sf, 95.85.Sz.

Received 11 August 2014.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2014).

Сведения об авторах

1. Ворончев Никита Викторович — аспирант; тел.: (495) 939-12-24, e-mail: n.voronchev@physics.msu.ru.
2. Данилишин Штефан Леонтьевич — канд. физ.-мат. наук; тел.: +61(08) 6488-1826, e-mail: shtefan.danilishin@uwa.edu.au.
3. Халли Фарит Явдатович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-12-24, e-mail: khalili@phys.msu.ru.