### АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

## О механизме формирования тел и роста масс тел Солнечной системы на ранних этапах ее эволюции

Т.Р. Абдульмянов

Казанский государственный энергетический университет, кафедра инженерной кибернетики. Россия, 420066, Казань, ул. Красносельская, д. 51. E-mail: abdulmyanov.tagir@yandex.ru

Статья поступила 11.02.2014, подписана в печать 21.08.2014.

В работе рассматривается ранний этап формирования Солнечной системы и моделирование процесса формирования и роста масс малых тел в протопланетных кольцах. Для моделирования применяются результаты исследования либрационных движений астероидов. Показано, что либрационные центры могли появиться до формирования тел, когда в протопланетных кольцах происходило перераспределение газопылевых частиц. Плотность распределения газопылевых частиц могла быть близким или равным плотности распределения в кольце Гаусса или его аналогов для долгопериодических либраций. Начальное формирование и рост тел в этом случае может происходить в устойчивых либрационных центрах.

*Ключевые слова*: протопланетный диск, протопланетные кольца, кольцо астероидов, орбитальный резонанс, центры либраций.

УДК: 52-5. РАСЅ: 96.12.Вс.

#### Введение

Динамическая структура кольца астероидов хорошо исследована за последние несколько десятилетий [16] и дает хорошее представление об эволюции орбит малых тел Солнечной системы и об астероидной опасности. С другой стороны, кольцо астероидов — это естественная лаборатория для моделирования процессов формирования тел Солнечной системы на ранних этапах ее эволюции.

Исследования проблемы формирования планетных систем активизировались в последние десятилетия в связи с открытиями новых планетных систем. Однако приоритетными объектами таких исследований по-прежнему пока остаются Солнечная система, планеты Солнечной системы [7]. Моделирование процесса эволюции протопланетного диска в настоящее время проводится как аналитическими методами, так и при помощи численного интегрирования уравнений магнитогидродинамики [13]. Результаты исследований последних лет показывают [13], что для дальнейшей детализации процесса эволюции протопланетного диска и формирования тел внутри протопланетного диска требуется изучение эволюции протопланетного диска совместно с процессом звездообразования. Быстрое сжатие протозвезды на начальном этапе эволюции Солнечной системы могло привести к формированию волновых возмущений поверхности протопланетного диска [3-5]. Круговые волны могли привести к фрагментации протопланетного диска на протопланетные кольца уже на начальном этапе его формирования.

Согласно результатам исследований [17], гравитационная неустойчивость без механизма взаимных столкновений тел не могла обеспечить рост тел в области планет земной группы. Однако механизм взаимных столкновений мог влиять на рост тел или на их дробление только на более поздних этапах эволюции протопланетного диска, после формирования малых тел. В настоящей работе рассматривается ранний этап формирования тел. Предполагается, что формирование и рост тел на начальном этапе формирования протопланетного диска происходило за счет механизма волновых возмущений протопланетного диска, связанных с процессом звездообразования [5]. Для моделирования процесса формирования тел, роста масс малых тел в протопланетных кольцах применяются результаты исследования либрационных движений астероидов [1, 2, 9]. Показано, что либрационные центры могли появиться до формирования тел, когда в протопланетных кольцах происходило перераспределение газопылевых частиц. На определенном этапе эволюции протопланетного диска плотность распределения пылевых частиц могла оказаться близкой или равной плотности распределения в кольце Гаусса или аналогичных колец для долгопериодических возмущений. Начальное формирование тел и рост масс тел в этом случае будет происходить в устойчивых либрационных центрах.

# 1. Долгопериодические либрации астероидов согласно модели идеального резонанса

Рассмотрим движение астероида, массу которого будем считать бесконечно малой по сравнению с массой Юпитера, под действием гравитационного притяжения Солнца и Юпитера. За исходную систему координат возьмем прямоугольную гелиоцентрическую систему, в которой орбиту Юпитера будем считать круговой. За плоскость отсчета возьмем плоскость орбиты Юпитера, а за единицу массы — сумму масс Солнца и Юпитера. В качестве единицы расстояния возьмем величину большой полуоси Юпитера. Будем считать, что единица времени выбрана так, что постоянная Гаусса равна единице. Предположим, что движение астероидов происходит вблизи соизмеримостей средних движений, т.е. выполняется неравенство

$$|pn-(p+q)n_1| \leq O\left(n_1\sqrt{m}\right)$$

где m — масса Юпитера в принятой системе единиц, n и  $n_1$  — средние движения астероида и Юпитера, p и q — целые положительные числа. Канонические уравнения плоской круговой ограниченной задачи трех тел в системе координат, вращающейся с угловой скоростью  $(p+q)n_1/p$  имеют следующий вид [2]:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \lambda^*}, \quad \frac{d\Gamma}{dt} = \frac{\partial F}{\partial l}, \quad \frac{d\lambda^*}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial G}, \quad \frac{dl}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \Gamma}, \tag{1}$$

$$F = \frac{1}{2(G+\Gamma)^2} + \frac{p+q}{p}n_1G + mR,$$
  

$$R = \left(1 + r^2 - 2r\cos(\tau - \lambda_1)\right)^{-1/2} - r\cos(\tau - \lambda_1),$$
  

$$F = F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + O(me^4),$$
  

$$F_0 = 1/\left[2(G+\Gamma)^2\right] + (p+q)n_1G/p + mf_0(\lambda'),$$
  

$$f_0(\lambda') = \left(1 + r_0^2 - 2r_0\cos\lambda'\right)^{-1/2} - r_0\cos\lambda',$$
  

$$G = L\sqrt{1 - e^2}, \quad L = \sqrt{a},$$

где  $a, e, l, g, \tau, \lambda$  — большая полуось, эксцентриситет, средняя аномалия, аргумент перигелия, истинная и средняя долгота астероида;  $\lambda_1$  — средняя долгота Юпитера,  $\lambda' = \lambda - \lambda_1$ ,  $\lambda^* = \lambda' - q\lambda_1/p$ ,  $r_0$  — величина полярного радиуса в центре либрации. Предположим, что наибольшее значение эксцентриситета е не превышает 0.3. Тогда составляющие  $F_0$ ,  $F_1 + F_2$ ,  $F_3$  га-мильтониана F' будут порядка m,  $m^{3/2}$ ,  $m^2$  соответственно. Для того чтобы получить решение системы уравнений (1) при помощи методов теории возмущений, необходимо, чтобы уравнения с гамильтонианом F<sub>0</sub> были интегрируемыми. Поэтому сначала найдем решение уравнений для промежуточного гамильтониана F<sub>0</sub>. Гамильтониан F уравнений движения (1) является функцией канонических переменных  $\{G, \Gamma; \lambda^*, l\}$ . Кроме канонических переменных аргументом функции F является также средняя долгота  $\lambda_1$  возмущающего тела m. Средняя долгота  $\lambda_1$  порождает короткопериодические возмущения. В этом случае, долгопериодические возмущения определяются в результате усреднения по переменной  $\lambda_1$ . Усреднение функции F, в частности функции  $f_0(\lambda - \lambda_1)$ , можно выполнить разными методами. Рассмотрим следующие два возможных варианта усреднения. Для усреднения функции F представим разность средних долгот  $\lambda - \lambda_1$  в следующих двух видах:

1) 
$$\lambda - \lambda_1 = \lambda^* - \lambda_1 + (p+q)\lambda_1/p;$$
  
2)  $\lambda - \lambda_1 = \lambda^* + q\lambda_1/p.$ 

Из этих двух форм представления разности долгот  $\lambda - \lambda_1$  следует, что при усреднении гамильтониана F, в частности функции  $f_0(\lambda')$  по времени t на интервале от 0 до  $2\pi p/[(p+q)n_1]$ , получим усредненные функции  $\overline{f}_0(\lambda^*)$ . Эти функции характеризуют либрационные движения тел относительно вращающегося возмущающего тела m. При помощи функций  $\overline{f}_0(\lambda^*)$ 

определяются амплитуды либраций, границы либраций, условия либраций и условия выхода тела из резонанса [2]. При усреднении по времени t на интервале от 0 до  $2\pi q/(pn_1)$  получим усредненные функции, характеризующие движение тела в неподвижной системе координат. Движение при этом не будет либрационного типа. Поэтому будем применять первую схему усреднения, т.е.

$$\overline{f}_{0}(\lambda^{*}) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} f_{0}(\lambda - \lambda_{1}) d\lambda_{1} =$$

$$= \frac{(p+q)n_{1}}{2\pi p} \int_{0}^{2\pi p/[(p+q)n_{1}]} f_{0} (\lambda^{*} - \lambda_{1} + (p+q)\lambda_{1}/p) dt. \quad (2)$$

Для нахождения значения G<sub>0</sub> переменной G в центре либрации вычислим частную производную

$$\frac{\partial F_0}{\partial G} = -(G+\Gamma)^{-3} + \frac{p+q}{p}n_1.$$

Приравнивая ее к нулю и решая полученное уравнение относительно G, найдем

$$G_0 = \{p/[(p+q)n_1]\}^{1/3} - \Gamma_0, \quad r_0 = G_0^2 + o(m).$$

Угловые координаты центров либрации являются экстремумами функции  $\overline{f}_0(\lambda^*)$  [2].

Решение уравнений (1) для усредненного промежуточного гамильтониана имеет следующий вид [2, 9]:

$$G = G_0 + G_0^2 \rho_1 + 2G_0^3 \rho_1^2 / 3 + \dots,$$
(3)  

$$\rho_1 = -\frac{\sqrt{6m}}{3} \left[ \alpha^2 - \overline{f}_0(\lambda^*) \right]^{1/2} \operatorname{sgn}(d\lambda^*/dt),$$
  

$$t - t_1 = \frac{1}{\sqrt{6m}} \frac{\int_{\lambda_1^*}^{\lambda^*} \frac{d\lambda^*}{\left[ \alpha^2 - \overline{f}_0(\lambda^*) \right]^{1/2}} - \frac{4}{9} G_0^3 (\lambda^* - \lambda_1^*),$$
  

$$\xi = \sqrt{2\Gamma} \cos(l + l_0), \quad \eta = \sqrt{2\Gamma} \sin(l + l_0),$$

где  $\lambda_1^*$  — значение переменной  $\lambda^* = \lambda' - q\lambda_1/p$  на границе либрации,  $t_1$  — момент времени прохождения границы либрации,  $l_0$  — начальное значение средней аномалии астероида,  $\overline{f}_0(\lambda^*)$  — усредненная функция  $f_0(\lambda')$ .

На рис. 1а изображены либрационные орбиты резонанса 1/1 для трех значений резонансного параметра  $\alpha^2 = 0.6, 1, 2$  в полярных координатах  $(r, \lambda^*)$ . Полярный радиус вычислен по формуле  $r = \rho^2 + 2G_0\rho + G_0^2$ ,  $\rho = G - G_0$ , G определено в решении (3). На рис. 1,  $\sigma$ представлено распределение нумерованных астероидов резонанса 1/1 для даты 13 января 1993 г. Согласно рис. 1, б, астероиды резонанса 1/1 образуют две группы, Троянцы и Греки, сконцентрированные вблизи устойчивых точек Лагранжа L<sub>4</sub> и L<sub>5</sub>. Результаты современных наблюдений показывают, что количество вновь открываемых астероидов вблизи резонанса 1/1 быстро растет. В настоящее время вблизи устойчивых точек Лагранжа L4 и L5 сосредоточено огромное количество малых тел. По результатам этих наблюдений можно сделать вывод о том, что в устойчивых точках либраций происходили аккумуляция пылевых частиц и формирование малых тел.



*Рис.* 1. Либрационные орбиты малых тел вблизи орбитального резонанса 1/1 для значений резонансного пераметра  $\alpha^2 = 0.6$ , 1, 2 (*a*). Распределение полярных координат (*r*,  $\lambda^*$ ) нумерованных астероидов резонанса 1/1 (*б*)



Рис. 2. Либрационные орбиты малых тел вблизи резонанса 3/2 для значений резонансного параметра  $\alpha^2 = 0.35, 0.45, 0.55$  (a). Распределения полярных координат (G,  $\lambda^* + qg/p$ ) астероидов группы Гильды (б)

Более глубокое изучение проблемы формирования тел показывает, что нет оснований предполагать, что в ближайшей перспективе астероиды этих двух групп, Троянцы и Греки, аккумулируются в две новые малые планеты большего размера. Если в устойчивых точках либраций происходила аккумуляция пылевых частиц, то когда и по какой причине процесс аккумуляции остановился? Иначе, в каких случаях гравитационные возмущения не будут способствовать аккумуляции и росту малых тел? Прежде чем попытаться найти ответ на этот вопрос, рассмотрим либрации малых тел вблизи других соизмеримостей средних движений.

В случае резонанса 3/2 минимумы функции  $f_0(\lambda^*)$ будут расположены в точках ( $G_0, \pi/6$ ) и ( $G_0, 7\pi/6$ ). На рис. 2, *а* изображены либрационные орбиты в окрестности точек ( $G_0, \pi/6$ ) и ( $G_0, 7\pi/6$ ). На рис. 2, *б* представлено распределение полярных координат ( $G, \lambda^* + qg/p$ ) астероидов группы Гильды для даты 13 января 1993 г. Слагаемое qg/p в угловой координате  $\lambda^* + qg/p$  всегда необходимо добавлять при сравнении модели идеального резонанса с данными наблюдений. В этом слагаемом g — долгота перигелия астероида.

Либрационные орбиты для люковых соизмеримостей 2/1, 7/3, 5/2 и 3/1 также можно получить при помощи решения (3). Минимальные значения характеристической функции  $\overline{f}_0(\lambda^*)$  для резонанса 2/1 равны  $\lambda^* = \pi/6$ ,  $5\pi/6$ ,  $3\pi/2$ . Минимальные значения характеристической функции  $\overline{f}_0(\lambda^*)$  для резонанса 3/1 равны  $\lambda^* = \pi/3$ ,  $4\pi/3$ . При помощи решения (3) получим следующую формулу для определения ширины резонансной зоны:

$$\Delta_{p/q} = G_{\max}^2 - G_0^2 = \sqrt{\frac{8m}{3}} G_0^{-1} \alpha_c + O(m), \quad \alpha_c^2 = \alpha_{\max}^2 - \alpha_{\min}^2.$$
(4)

Критические значения резонансного параметра  $\alpha_c^2 = \alpha_{\max}^2 - \alpha_{\min}^2$  для резонансов 4/3, 3/2, 2/1, 7/3, 5/2, 3/1 равны соответственно 0.5, 0.3, 0.066, 0.065, 0.069, 0.08. Тогда по формуле (4) для ширины резонансной зоны получим  $\Delta_{4/3} = 0.204$ ,  $\Delta_{3/2} = 0.165$ ,  $\Delta_{2/1} = 0.085$ ,  $\Delta_{7/3} = 0.089$ ,  $\Delta_{5/2} = 0.094$ ,  $\Delta_{3/1} = 0.107$ .

Сравнение распределений астероидов резонанса 1/1 (рис.  $1, \delta$ ) и астероидов резонанса 3/2 (рис.  $2, \delta$ ) показывает, что астероиды резонанса 1/1 образуют более

плотное семейство астероидов по сравнению с астероидами группы Гильды. Следовательно, резонанс 1/1 является более эффективным механизмом аккумуляции пылевых частиц, чем резонанс 3/2, а также будет более эффективным является и по сравнению с другими резонансами [2].

# 2. Модели формирования тел и роста масс тел в протопланетных кольцах

Формирование крупных тел согласно механизму столкновений [17] происходило в результате взаимных столкновений и укрупнения тел, сравнительно больших размеров, за счет дробления и сокращения численности мелких тел.

Другая модель аккумуляции газопылевых частиц рассматривается в работах [11, 19]. Согласно этой модели, первичной аккумуляции газопылевых частиц и образования небольшого числа крупных тел не было. Изначально происходило объединение газопылевых образований, из которых сформировались большие планеты и их спутники [8].

Тем не менее остается много вопросов, на которые трудно получить ответы в рамках этой модели. Например, как формируются газопылевые образования? Случайно или в результате действия регулярных механизмов? Одновременно для всех планет Солнечной системы или в разное время? Если газопылевые образования формируются случайно, то когда и каким образом случайные взаимные расположения орбит планетезималей трансформируются в наблюдаемое закономерное распределение орбит планет?

Интегрированием уравнений газовой динамики численными методами, в работах [6, 12] показано, что на начальных этапах эволюции Солнечной системы начальное формирование малых тел могло происходить в результате турбулентных движений газопылевых частиц. Центры турбулентных движений, в которых закручиваются турбулентные вихри, во многом похожи на центры либраций в модели идеального резонанса. По этой причине вполне возможно, что в этих двух разных моделях, в модели резонансных движений и модели турбулентных движений, рассматривается одно и то же явление.

Предположим, что газопылевые образования формировались не случайно, а в центрах либраций. Тогда область аккумуляции пылевых частиц будет ограничена границами резонансной зоны (4). Для быстрого формирования тел необходим большой приток газопылевых частиц из внешних зон резонансов в резонансные зоны. Внешним механизмом, обеспечивающим быстрый приток пылевых частиц в резонансные зоны, на начальном этапе эволюции протопланетного диска, мог быть механизм поверхностных возмущений протопланетного диска [4, 5]. В результате действия поверхностных возмущений протопланетного диска, одновременно с началом формирования тел, могла произойти фрагментация протопланетного диска на протопланетные кольца. Существование центров либраций до появления планетезималей и планет можно объяснить как результат перераспределения пылевых частиц внутри протопланетных колец.

#### 2.1. Кольцо Гаусса и его модификации для долгопериодических возмущений

Представление возмущающего тела в виде материального кольца с неравномерным линейным распределением впервые было применено Гауссом [10] для определения вековых возмущений астероидов. Определение кольца Гаусса и вычисление его потенциала детально рассматривается в монографии [14] и в статье [15]. В настоящей работе рассмотрим аналог кольца Гаусса или модификацию кольца Гаусса для долгопериодических возмущений.

Рассмотрим потенциальную функцию  $U = Gm/\Delta$ , где  $\Delta = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2$ ; x, y, z — координаты тела, имеющего массу m;  $x_1$ ,  $y_1$   $z_1$  — координаты точки; G — гравитационная постоянная. Предположим, что масса m тела распределена вдоль некоторой линии L, с линейной плотностью  $\rho$ . Тогда потенциальная функция U будет равна следующим интегралам:

$$U = G \int_{L} \frac{dm}{\Delta} = G \int_{L} \frac{\rho dl}{\Delta}.$$
 (5)

Предположим, что кривая линия L описывает эллипс. Введем цилиндрическую систему координат  $(r, \theta, z_1)$ . Предположим, что распределение  $\rho$  такое, что каждому линейному элементу dl кривой L соответствует элемент dm массы m, пропорциональный площади сектора dS, опирающегося на линейный элемент dl [18]. Для случая движения по эллиптической траектории, согласно закону площадей, dS/S = dt/T, откуда  $dS = (1/T)\pi abd(t - \tau) = dM$ . С другой стороны,  $r^2 d\theta/dt = h = 2\pi ab/T$ . Тогда получим  $d\theta = (2/r^2)dM$ . Следовательно, для приращения массы dm получим  $dm = m/(\pi ab)dM = m/(\pi ab)(r^2/2) d\theta$ . В результате элемент dm массы m выразим через линейную плотность и элемент длины кривой dl или угла  $d\theta$ :

$$dm = \frac{m}{S} dS = \frac{m}{\pi ab} \frac{r^2}{2} d\theta = \rho dl = \rho \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta.$$

Отсюда получим, что плотность распределения массы *m* вдоль эллиптической орбиты

$$\rho(\theta) = \frac{mr^2}{2\pi ab} \bigg/ \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}.$$
 (6)

Подставляя это выражение в интеграл (5), получим потенциал кольца Гаусса

$$U(r_1, \theta_1, z_1) = \frac{Gm}{2\pi ab} \int_0^{2\pi} \frac{r^2 d\theta}{\sqrt{r^2 + r_1^2 - 2rr_1\cos(\theta - \theta_1) + z_1^2}}.$$
(7)

Рассмотрим кольцо D, радиус внутренней окружности которого равен  $r_p = a(1-e)$ , а радиус внешней окружности  $r_a = a(1+e)$ . Определим плотность и потенциал для розеточных орбит. Розеточные орбиты будем считать периодическими. То есть тело, движение которого происходит по розеточной орбите, после n обращений по эллиптической орбите вернется в исходную точку. При этом непериодическими орбитами будут такие розеточные орбиты, для которых n становится бесконечно большим. Согласно формуле длины кривой,

для полярной системы координат длина элемента  $dl_1$  периодической розеточной орбиты равна

$$dl_1 = (r^2/p) \times \\ \times \left[1 + e^2k^2 + 2e\cos(k\theta) + e^2(1-k^2)\cos^2(k\theta)\right]^{1/2} d\theta,$$

где  $r = p/(1 + e\cos(k\theta)); p = a(1 - e^2); k$  — произвольная константа, не равная нулю; a, e — большая полуось и эксцентриситет эллиптической орбиты. Периодическая розеточная орбита состоит из n равных частей. Линейная плотность, которая соответствует элементу  $dl_1$ , в этом случае будет в n раз меньше, чем линейная плотность, соответствующая элементу длины dl кеплеровской орбиты. Тогда для элемента dm массы m получим следующие два выражения через плотности  $\rho$  и  $\rho_1$  кеплеровской и розеточной орбит:  $dm = \rho dl = n\rho_1 dl_1$ , где  $n = T_1/T$ ,  $T_1$ , T — периоды розеточной орбиты и кеплеровской орбиты соответственно. После этого элемент массы dm = (m/S) dS можно выразить через линейную плотность следующим образом:

$$dm = \frac{m}{\pi ab} \frac{r^2}{2} d\theta = \rho \, dl = n\rho_1 \, dl_1 = = n\rho_1 \sqrt{1 + e^2 k^2 + 2e \cos k\theta + e^2 (1 - k^2) \cos^2 k\theta} \, d\theta,$$

где  $\rho$ ,  $\rho_1$  — линейные плотности эллиптического кольца и розеточной орбиты. Сравнивая в этих равенствах два выражения перед дифференциалом  $d\theta$ , получим линейную плотность для розеточных орбит

$$\rho_1(\theta) = \frac{m}{\pi a b n} \frac{p/2}{\sqrt{1 + e^2 k^2 + 2e \cos k\theta + e^2 (1 - k^2) \cos^2 k\theta}}.$$
(8)

Подставляя выражение плотности (8) в интеграл (5), получим потенциал колец, которые формируются розеточными орбитами:

$$U(r_1, \theta_1, z_1) = \frac{Gm}{2\pi ab} \int_0^{2\pi} \frac{r^2 d\theta}{\sqrt{r^2 + r_1^2 - 2rr_1\cos(k\theta - \theta_1) + z_1^2}}.$$
(9)

Максимумы плотностей  $\rho$  и  $\rho_1$  достигаются при  $r = r_a$ , а минимумы — при  $r = r_p$ . Розеточные орбиты с линейной плотностью  $\rho_1$ , будут заполнять кольцо D. Плотность заполнения кольца D розеточными орбитами зависит от величины параметров n и k. При значениях k, близких к единице, кольцо D преобразуется в плотное кольцо практически с равномерным распределением. В ограниченной задаче трех тел (1) наклон не учитывается. Поэтому пространственную координату  $z_1$  в потенциалах (7) и (9) можно рассматривать как произвольный параметр.

Рассмотрим теперь схему усреднения (2). Запишем следующие выражения для элементарной массы возмущающего тела *m*:

$$dm = \frac{m}{S} dS = \frac{m}{\pi ab} \frac{r^2}{2} d\theta = \rho \, dl = \rho^* \, dl^* = = \frac{m}{T} \, dt = \frac{m}{n_1 T} \, d(n_1 t) = \frac{m}{2\pi} \, dM_1 = \frac{m}{2\pi} \, d\lambda_1, \quad (10)$$

где  $n_1$ ,  $M_1$ ,  $\lambda_1$  — среднее движение, средняя аномалия и средняя долгота возмущающего тела;  $dl^*$  — элемент либрационной орбиты;  $\rho^*$  — искомая плотность распределения. Тогда по формуле (2) получим

$$\overline{f}_0(\lambda^*) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_0(\lambda - \lambda_1) \, d\lambda_1 = \frac{1}{m} \int_L f_0(\lambda - \lambda_1) \, dm,$$

где  $\lambda - \lambda_1 = \lambda^* - \lambda_1 + (p+q)\lambda_1/p$ . То есть усреднение по схеме (2) равносильно распределению массы *m* возмущающего тела по его кеплеровской орбите с некоторой линейной плотностью  $\rho^*$ . Для вычисления плотности  $\rho^*$  достаточно при помощи решения (3) определить элемент  $dl^*$  либрационной кривой. Тогда из формулы (10) получим искомую плотность  $\rho^*$ .

#### 2.2. Аккумуляция пылевых частиц и формирование тел в устойчивых центрах либраций

Результаты исследования либрационных движений малых тел показывают, что точки либрации появляются благодаря гравитационному воздействию Юпитера в системе Солнце-астероид-Юпитер [2]. На ранних этапах эволюции протопланетного диска Солнечной системы не было планет и планетезималей. На ранних этапах происходило непрерывное перераспределение пылевых частиц. При распределениях вида (6) пылевых частиц вдоль эллиптических орбит гравитационное взаимодействие пылевых частиц и линейных колец будет таким, что будут возникать точки либраций, совпадающие с лагранжевыми точками. Следовательно, на ранних этапах эволюции протопланетного диска, точки либрации могли возникнуть в результате перераспределения пылевых частиц. Тогда могли быть запущены и все механизмы, действующие в модели идеального резонанса. В этом случае в точках либрации пылевые частицы будут иметь нулевые относительные скорости. В результате произойдут аккумуляция пылевых частиц и начальное формирование плотных тел в устойчивых точках Лагранжа. Рост масс тел и их размеров в точках Лагранжа будет зависеть от притока пылевых частиц в резонансные зоны. Механизм доставки пылевых частиц в точки Лагранжа рассматривается в работах [4, 5]. Быстрый приток пылевых частиц в резонансные зоны мог обеспечить быстрый рост масс тел в центрах либраций. Наиболее благоприятными условия роста масс тел были тогда, когда газопылевые частицы составляли основную массу протопланетного диска, т.е. на начальном этапе формирования протопланетного диска.

Быстрый рост масс тел за счет притока пыли в устойчивые точки Лагранжа приведет к двум формам возмущений орбит этих тел. Во-первых, к либрациям в окрестности устойчивых точек Лагранжа. При этом область питания растущих тел будет ограничена шириной резонансной зоны  $\Delta_{p/q}$  (4). Во-вторых, при быстром росте массы тела будет эволюционировать долгота перигелия тела. Орбита, близкая к кеплеровской, станет розеточной орбитой [5]. Область питания в этом случае будет шире резонансной зоны и будет совпадать с кольцом D, определенным в предыдущем разделе. В процессе роста масс тел будет происходить исчерпывание газопылевых частиц резонансной зоны и зоны кольца D. Поэтому рост тел прекратится без притока пылевых частиц из внешней области резонансной зоны и зоны кольца D. В каких случаях в кольце *D* формируется единственная планетезималь и единственная планета? Ответ на этот вопрос можно найти при помощи рассмотренных выше двух форм возмущений. При быстром росте массы тела орбита тела станет розеточной. Тело, имеющее наибольший рост и массу, будет доминировать и аккумулирует всю пылевую составляющую кольца D. В результате образуются единственная планетезималь и единственная внутри кольца *D* планета. Согласно рассматриваемой здесь модели начального формирования тел, большие планеты были сформированы в результате быстрой аккумуляции, т. е. в результате эволюции орбит растущих тел и их движения по розеточным орбитам. В пользу такой быстрой аккумуляции свидетельствуют результаты наблюдений пылевого диска звезды TW Гидры, полученные в 2013 г. Дж. Дебессом при помощи космического телескопа «Хаббл». В случае недостаточного притока пылевых частиц будут сформированы несколько тел. В результате образуется кольцо астероидов. Из этих рассуждений следует, что астероиды, принадлежащие орбитальному резонансу 1/1, сравнительно моложе, чем возмущающая их планета, что астероиды Троянской группы, несмотря на то что они образуют тесную группу, не будут аккумулироваться в единое тело. Для этого нет достаточно эффективного притока пыли в резонансную зону.

#### Заключение

Результаты исследования либрационных движений астероидов Троянской группы и группы Гильды показывают, что после прекращения быстрого притока пылевых частиц в резонансные зоны практически завершается и рост масс малых тел. Останавливается и процесс аккумуляции тел в устойчивых центрах либраций.

В настоящей работе рассматривается модель аккумуляции газопылевых частиц в протопланетных кольцах. Показано, что:

 центры либраций могли появиться задолго до формирования планетезималей. Появление центров либраций возможно при соответствующих перераспределениях газопылевых частиц в протопланетных кольцах;

2) в устойчивых центрах либраций могла происходить аккумуляция пылевых частиц и формирование плотных тел;

3) быстрый рост размеров и масс тел не мог происходить без эффективного механизма, обеспечивающего необходимый приток газопылевых частиц в резонансные зоны из внешних зон резонансов. Таким механизмом мог быть механизм поверхностных возмущений протопланетного диска [4, 5];

 быстрая аккумуляция газопылевых частиц в протопланетных кольцах, согласно рассматриваемой модели, могла произойти за счет трансформации кеплеровых орбит пылевых частиц в орбиты с вращающимися линиями апсид. Зоной «питания» растущих тел в этом случае становится плоское кольцо *D*. В плотных кольцах с достаточно большим притоком газопылевых частиц будет формироваться единственная планетезималь и единственная планета. В противном случае в протопланетном кольце будет сформировано множество тел малых размеров и масс. В результате образуется пояс астероидов.

Автор выражает благодарность профессорам Н.В. Емельянову и Б.П. Кондратьеву за полезные замечания, высказанные ими при обсуждении настоящей работы на Общемосковском семинаре по небесной механике в ГАИШ МГУ.

### Список литературы

- 1. Абдульмянов Т.Р., Загретдинов Р.В. // Кинематика и физика небесных тел. 1994. 11, № 4. С. 34.
- 2. Абдульмянов Т.Р. // Астрон. вестн. 2001. 35, № 5. С. 449.
- Abdulmyanov T.R. // Eur. Planetary Sci. Congress. 23–28 September 2012. Madrid, Spain. Abstracts. Vol. 7. EPSC2012-75.
- Abdulmyanov T.R. // Eur. Planetary Sci. Congress. 8–13 September 2013. London, UK. Abstracts. Vol. 8. EPSC2013-720.
- Abdulmyanov T.R. // Eur. Planetary Sci. Congress. 8–13 September 2013. London, UK. Abstracts. Vol. 8. EPSC2013-722.
- Alibert Y., Broeg C., Benz W. et al. // Astrobiology. 2010.
   10, N 1. P. 19.
- 7. Armitage P.J. Lecture notes on the formation and early evolution of planetary systems // Astrophysics of Planet Formation. Cambridge University Press, 2010.
- Галимов Э.М., Кривцов А.М., Забродин А.В. и др. // Геохимия. 2005. № 11. С. 1139.
- 9. Garfinkel B. // Astron. J. 1977. 82. P. 368.
- 10. Gauss K.F. // Werke. 1866. Bd. III. P. 333-355.
- 11. *Гуревич Л.Е., Лебединский А.И. //* Изв. АН СССР. Сер. физ. 1950. **14**, № 6. С. 765.
- Johansen A., Oishi J., MacLow M. et al. // Nature. 2007. 448. P. 1022.
- 13. Забродин А.В., Забродина Е.А., Легкоступов М.С. и др. Некоторые модели описания протопланетного диска Солнца на начальной стадии его эволюции. Препринт. ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. 2006.
- 14. Кондратьев Б.П. Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. М., 2007.
- 15. Кондратьев Б.П. // Астрон. вестн. 2012. 46, № 5. С. 380.
- 16. *Мюррей К., Дермотт С.* Динамика Солнечной системы. М., 2009.
- 17. Сафронов В.С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. М., 1969.
- Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., 1968.
- 19. Энеев Т.М., Козлов Н.Н. // Астрон. вестн. 1981. **15**, № 2. С. 80.

# On the mechanism of the formation and mass growth of Solar System bodies at the early stages of evolution

### T.R. Abdul'myanov

Department of Engineering Cybernetics, Institute of Economy and Information Technology, Kazan State Power Engineering University, Kazan 420066, Russia. E-mail: abdulmyanov.tagir@yandex.ru.

In the present paper, the early evolution of the Solar System with regard to the process of the formation and mass growth of small bodies in protoplanetary rings is considered. This process is modeled with the use of the results that were obtained in the analysis of the libration motions of asteroids. It has been shown that libration centers could occur prior to the formation of the bodies, when the redistribution of gaseous-dust grains occurred in protoplanetary rings. The distribution density of gaseous-dust grains could be similar or equal to that in the Gaussian ring or its analogs for long-period librations. In this case, the bodies can be initially formed and grow in stable libration centers.

*Keywords*: protoplanetary disk, protoplanetary rings, asteroid belt, orbital resonance, libration centers. PACS: 96.12.Bc. *Received 11 February 2014.* 

English version: Moscow University Physics Bulletin 6(2014).

#### Сведения об авторе

Абдульмянов Тагир Раисович — канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент; тел.: (843) 562-43-36, e-mail: abdulmyanov.tagir@yandex.