

Излучение гармоник в двухчастотном ондуляторе с учетом их уширения

К. В. Жуковский

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: zhukovsk@physics.msu.ru*

Статья поступила 18.11.2014, подписана в печать 02.04.2015.

Исследуется ондуляторное излучение (ОИ) с учетом уширения спектральных линий за счет однородных и неоднородных вкладов. Получены точные аналитические выражения для спектра ОИ и интенсивности его излучения в случае релятивистских электронов высоких энергий. Получены аналитические выражения, показывающие взаимосвязь постоянных компонент магнитного поля в ондуляторах и расходимости пучка электронов в них, а также возможность частичной компенсации этой расходимости. Исследовано излучение двухчастотного ондулятора, а также излучение высших гармоник в обычном плоском ондуляторе с учетом уширения линий спектра. Рассмотрены примеры ОИ в реальных устройствах. Показана возможность применения развитого метода и полученных результатов для расчета вынужденного ОИ.

Ключевые слова: ондулятор, излучение, гармоники, уширение, генерация, лазер на свободных электронах.

УДК: 539.12.01. PACS: 41.60.-m, 41.60.Ap, 41.60.Cr.

Введение

Ондуляторное излучение (ОИ) было предсказано Гинзбургом [1], и это явление было экспериментально обнаружено Мотцом (Motz) [2] в середине XX в. Физическая природа ОИ и синхротронного излучения (СИ) похожа — это излучение фотонов ускоренными релятивистскими электронами. В случае СИ они движутся по окружности в постоянном магнитном поле; в ондуляторе электроны движутся по осциллирующей траектории в периодическом магнитном поле [3] на фоне релятивистского дрейфа вдоль оси ондулятора. ОИ находит широкое применение в науке и технике благодаря высокой направленности и интенсивности. Взаимодействие электронов в ондуляторе с ОИ лежит в основе действия лазеров на свободных электронах (ЛСЭ). Отметим, что для создания ЛСЭ требуется ондулятор высокого качества. Благодаря применению новых конструктивных подходов и схем (см., например, [4, 5]) ЛСЭ быстро завоевывают области рентгеновского диапазона и активно используются для проведения фундаментальных исследований во многих областях — физике, химии, биологии и др. [6–8]. За последние десятилетия теория СИ и ОИ достигла своего совершенства [9–15]; при этом помимо испускания фотонов релятивистским электроном рассматривались процессы излучения других элементарных частиц с помощью разновидностей синхротронного механизма (см., например, [16–18]). Последние разработки в области техники, и в особенности совершенствование ЛСЭ, требуют источников ОИ с заданными характеристиками, отвечающими новым потребностям; все большее применение получают высшие гармоники ОИ, позволяющие продвинуться в рентгеновскую часть спектра [6]. Для этого используются также двоякопериодическое магнитное поле и ондуляторы с большим числом периодов, требующие высокой точности изготовления [19–23]. Все это позволяет регулировать излучение гармо-

ник, ослабляя излучение отдельных частот [21, 24], для того чтобы избавиться от жесткой компоненты излучения, или, напротив, выделяя гармонику, требуемую для ЛСЭ [4, 5]. В этом контексте приобретает особую важность качество линий спектра ОИ. Их неизбежное уширение в реальных устройствах связано с разбросом энергий в электронном пучке, с расходимостью пучка и с потерями при его распространении из-за неперiodических постоянных магнитных составляющих. Постоянные магнитные компоненты могут появиться за счет дефектов магнитной структуры или внешних наводок и могут превосходить другие негармонические компоненты, появляющиеся в уточненных математических моделях ОИ, удовлетворяющих уравнениям Максвелла [25–27]. Недавно было показано, что слабое корректирующее магнитное поле может улучшить форму линии ОИ (см., например, [28–30]).

Ниже нами проводится точный аналитический расчет интенсивности излучения высших гармоник двухчастотного ондулятора с учетом разброса энергий электронов в реальном пучке с заданной расходимостью, и с помощью аналитических формул рассматривается пример работы ЛСЭ с таким ондулятором с учетом вкладов однородного и неоднородного уширения линий ОИ.

1. Излучение плоского ондулятора с учетом уширения линий спектра

Ондуляторное излучение от ультрарелятивистских электронов с релятивистским параметром $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} \gg 1$ и малой поперечной скоростью $\beta_\perp \ll 1$, $\beta_\perp H_\parallel \ll H_\perp$, $\mathbf{E} = 0$ в плоском ондуляторе, состоящем из N периодов λ_u с магнитным полем $H_y = H_0 \sin(k_\lambda z)$ и ондуляторным параметром $k_\lambda = 2\pi/\lambda_u$ в присутствии постоянных магнитных компонент $H_{xd} = \rho H_0$, $H_{yd} = \kappa H_0$, $H_{zd} = \delta H_0$, где $\rho, \kappa = \text{const}$, определяется в ведущем порядке по k/γ периодическим полем $H_y = H_0 \sin(k_\lambda z)$ и поправкой,

зависящей от $H_d = H_0 \kappa_1$, где $\kappa_1 = \sqrt{\kappa^2 + \rho^2}$ [31]. Продольная компонента поля δH_0 взаимодействует с малой поперечной скоростью $\beta_\perp$ и приводит к появлению членов порядка $(k/\gamma)^2$ и выше [32]. Даже слабые искажения периодического магнитного поля способны влиять на ОИ [28, 33]: так, сдвиг траектории электрона с $\gamma = 10^3$ за счет поля $H_d = 10^{-4} H_0$ на выходе ондулятора с $N = 150$, $\lambda_u = 6$ мм, $k = 1$ в 20 раз превышает амплитуду его осцилляций. Спектр частот плоского ондулятора общеизвестен (см., например, [10]) и определяется формулой

$$\omega_{R0} = \frac{2\omega_0\gamma^2}{1+k^2/2}, \quad \omega_{n0} = n\omega_{R0}, \quad (1)$$

где, как обычно, $\omega_0 = k_\lambda \beta_z^0 c$, $\beta_z^0 = 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{k^2}{2}\right)$ и $k = \frac{e}{mc^2} \frac{H_0}{k_\lambda}$ — ондуляторный параметр. Отклонения частоты излучения от резонансов ω_n описываются параметром расстройки

$$\nu_n = 2\pi N n \left(\frac{\omega}{\omega_n} - 1 \right), \quad \nu_{n0} = \nu_n|_{\omega_n=\omega_{n0}}. \quad (2)$$

Ширина линии спектра идеального ОИ равна $\frac{\Delta\omega}{\omega_{n0}} = \frac{1}{nN}$, ее форма описывается функцией $\text{sinc}(\nu_n/2)/(\nu_n/2)$. Постоянная магнитная компонента H_d приводит к появлению эффективного угла отклонения $\theta_H = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{k}{\gamma} \pi N \kappa_1$ в таком поле; спектр ОИ сдвигается вниз. При этом θ_H играет такую же роль, как и угол ψ расходимости электронов от оси, модифицируя формулу (1) (см. [28]) следующим образом:

$$\omega_n = n\omega_R = \frac{2n\omega_0\gamma^2}{1 + k^2/2 + (\gamma\psi)^2 + (\gamma\theta_H)^2 - \sqrt{3}(\gamma\theta_H)(\gamma\Omega)}, \quad (3)$$

где $\Omega = \psi(\rho \sin \varphi - \kappa \cos \varphi)/\kappa_1$ и φ — полярный угол. Из (3) очевидно, что расходимость на угол ψ может быть уменьшена до $\psi/2$ соответствующим выбором поля H_d так, чтобы создать эффективный угол $\tilde{\theta}_H = \frac{\sqrt{3}}{2} \Omega$. Горизонтальная и вертикальная расходимости могут быть уменьшены за счет H_d соответствующего знака и ориентации — соответственно вертикальной или горизонтальной:

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_H &= \mp \psi \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\kappa}{\kappa_1}, \quad \varphi = 0, \pi; \\ \tilde{\theta}_H &= \pm \psi \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\rho}{\kappa_1}, \quad \varphi = \pm \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Другие источники уширения линии спектра ОИ не производят сдвига спектра. Их учет в рамках концепции параметров уширения [34] качественно описывает уширение линий спектра ОИ [28, 32], но не описывает взаимозависимость отдельных [30, 29].

Интенсивность ОИ легко вычисляется в классической теории поля [36, 37]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \times \\ &\times \left| \omega \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{n} \times [\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}]] \exp[i\omega(t - \mathbf{n}\mathbf{r}/c)] dt \right|^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\mathbf{n} \cong (\psi \cos \varphi, \psi \sin \varphi, 1 - \psi^2/2)$ — вектор наблюдения вблизи оси ондулятора, где сосредоточено излучение релятивистского электрона с $\gamma \gg 1$. Учет дополнительных постоянных компонент магнитного поля и внеосевых эффектов ОИ приводит к появлению новых членов в экспоненте интеграла излучения и к изменению выражения для спектра (1) на новую формулу (3). Интенсивность ОИ записывается в этом случае через обобщенные функции Бесселя $J_n^{(m)}(x_0, x_1, x_2, x_3)$ [33]. Отклонение формы линии ОИ от идеальной $\text{sinc} \nu_n/2$ описывается обобщенной функцией Эйри $S(\alpha, \beta, \eta) \equiv \int_0^1 d\tau e^{i(\alpha\tau + \eta\tau^2 + \beta\tau^3)}$ [22]. В случае слабого постоянного поля H_d формула для интенсивности ОИ упрощается:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} \Big|_{(H_d/H_0)^2 \ll 1/(4\pi N)^2} &\approx \frac{e^2 N^2 \gamma^2}{c} \frac{k^2}{(1+k^2/2)^2} \times \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2 \left[S(\nu_n, \beta, \eta) \left(J_{(n+1)/2} \left(\frac{\xi}{8} \right) + J_{(n-1)/2} \left(\frac{\xi}{8} \right) \right) \right]^2, \end{aligned} \quad (6)$$

где $J_{(n\pm 1)/2}$ — обычные функции Бесселя от аргумента $\xi = -\frac{\omega}{\omega_0} \left(\frac{k}{\gamma} \right)^2$, ν_n в $S(\nu_n, \beta, \eta)$ берется при отсутствии постоянного поля H_d , а за счет H_d имеем на оси $\beta = (2\pi nN + \nu_{n0}) \frac{(\gamma\theta_H)^2}{1+k^2/2+(\gamma\theta_H)^2}$ и вне оси $\eta = 2\pi^2 N^2 (\kappa \cos \varphi - \rho \sin \varphi) \frac{\omega}{\omega_0} \left(\frac{k}{\gamma} \right) \psi$. Отметим, что формула для интенсивности ОИ (6) записана в упрощенном виде без учета четных гармоник ОИ, вклад которых в слабом постоянном поле несуществен [28]. Отличие от классической формулы интенсивности ОИ заключается в форме линии излучения.

2. Излучение двухчастотного ондулятора с учетом уширения линий спектра

Учет всех рассматриваемых вкладов уширения при расчете интенсивности излучения двухчастотного ондулятора концептуально не отличается от сделанного нами для обычного ондулятора, но получается более громоздким, так как включает также и все элементы расчета двухчастотных ондуляторов (см., например, [20]). С учетом внеосевых эффектов и постоянных компонент поля H_d получаем следующее новое выражение для интенсивности ОИ двухчастотного ондулятора:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} &\approx \frac{e^2 N^2 \gamma^2}{c} \frac{k^2}{\left(1 + \frac{k^2}{2} \left(1 + \left(\frac{d}{h}\right)^2\right)\right)^2} \times \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2 [S(\nu_n, \beta, \eta) \mathbf{T}]^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\mathbf{T} = \{T_{n,x}, T_{n,y}, 0\}$ и $\beta = (2\pi nN + \nu_{n0}) \times \frac{(\gamma\theta_H)^2}{1+(k^2/2)(1+(d/h)^2)+(\gamma\theta_H)^2}$. Явный вид $\mathbf{T}$ зависит от конфигурации поля в ондуляторе. Так, в случае плоского двухчастотного ондулятора с полем

$$\mathbf{H} = H_0(\rho, \kappa + \sin(k_\lambda z) + d \sin(hk_\lambda z), 0), \quad h \in Z, \quad (8)$$

интенсивность ОИ описывается формулой (7), где от $\mathbf{T}$ остается только $T_{n,x}$:

$$T_{n,x} = [T_{n-1}(n \arg) + T_{n+1}(n \arg) + \frac{d}{h}(T_{n+h}(n \arg) + T_{n-h}(n \arg))], \quad T_{n,y} = 0. \quad (9)$$

Обобщенная функция Бесселя $T_n(\arg) \equiv T_n(\xi, \xi_-, \xi_+, \xi_h)$ задана в интегральном виде

$$T_n(\arg) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos[n\phi - \xi \sin(2\phi) - \xi_- \sin((h-1)\phi) - \xi_+ \sin((h+1)\phi) - \xi_h \sin(2h\phi)] d\phi \quad (10)$$

и зависит от своих аргументов $\arg \equiv \xi, \xi_-, \xi_+, \xi_h$:

$$\xi = -\frac{1}{4} \frac{k^2}{1 + \frac{k^2}{2} \left(1 + \left(\frac{d}{h}\right)^2\right)}, \quad (11)$$

$$\xi_- = -\frac{4d}{h(h-1)}\xi, \quad \xi_+ = -\frac{4d}{h(h+1)}\xi, \quad \xi_h = -\frac{d^2}{h^3}\xi.$$

Для поля (8) спектр ОИ описывается новой формулой, которая получается из (3) заменой резонансной длины на соответствующую двухчастотному ондулятору длину $\lambda_R = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{k^2}{2} \left(1 + \left(\frac{d}{h}\right)^2\right)\right)$:

$$\omega_n = n\omega_R = \frac{2n\omega_0\gamma^2}{1 + \frac{k^2}{2} \left(1 + \left(\frac{d}{h}\right)^2\right) + (\gamma\psi)^2 + (\gamma\theta_H)^2 - \sqrt{3}(\gamma\theta_H)(\gamma\Omega)}. \quad (12)$$

Аналогично учитывается уширение и для двухчастотного спирального ондулятора с дополнительной постоянной компонентой магнитного поля в следующем виде:

$$\mathbf{H} = H_0(\rho + d \sin(hk_\lambda z), \kappa + \sin(k_\lambda z), 0), \quad h \in \mathbb{Z}. \quad (13)$$

Его поле отличается от (8) наличием двух ортогональных поляризаций. Это приводит к замене $k^2/2 \rightarrow k_1^2/2 + k_2^2/2$ в выражениях для спектра, для аргументов функции Эйри, описывающих форму линии ОИ, и для интенсивности. Вблизи оси ондулятора интенсивность гармоник описывается новым выражением (7), где в случае спирального магнитного поля присутствуют x - и y -компоненты $T_{n,x}, T_{n,y}$:

$$\begin{aligned} T_{n,x} &= J_{(n-1)/2}^{(h)} \left(-n\xi, (-1)^h \left(\frac{d}{h}\right)^2 \frac{n\xi}{h} \right) - \\ &\quad - J_{(n+1)/2}^{(h)} \left(-n\xi, (-1)^h \left(\frac{d}{h}\right)^2 \frac{n\xi}{h} \right), \\ T_{n,y} &= \left(\frac{d}{h}\right) \left\{ J_{h(n-1)/2}^{(h)} \left(-hn\xi, (-1)^h \left(\frac{d}{h}\right)^2 n\xi \right) - \right. \\ &\quad \left. - J_{h(n+1)/2}^{(h)} \left(-hn\xi, (-1)^h \left(\frac{d}{h}\right)^2 n\xi \right) \right\}, \quad (14) \end{aligned}$$

и $J_k^{(m)}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\theta \cos[n\theta - x \sin \theta - y \sin(m\theta)]$ — соответствующая обобщенная функция Бесселя. Та-

ким образом, уширение спектральных линий в обоих случаях плоского и спирального двухчастотных ондуляторов (8) и (13) происходит похожим образом, что неудивительно, так как физический механизм, стоящий за этим, не зависит от ондулятора. Отметим, что для спирального ондулятора (13) присутствуют гармоники с поляризацией $T_{n,y}$, которые также подвержены уширению. Уширение затрагивает преимущественно высшие гармоники, которые как раз и представляют практический интерес для использования в двухчастотных ондуляторах. Качественную оценку легко произвести с помощью коэффициента уширения линии ОИ [35]:

$\mu = nN \sqrt{16\sigma_\varepsilon + \frac{(\gamma\theta_{x,y})^4 + (\gamma\theta_H)^4}{(1+k^2/2)^2}}$. Аналитические результаты расчета излучения ондуляторов (6)–(14) ясно различают вклады уширяющих линию излучения факторов друг от друга и их влияние на спектр, интенсивность и на форму линии ОИ. Заметим, что параметры d и h часто выбираются так, что $d/h \ll 1$, и в таком случае они влияют на спектр без заметного изменения формы линии ОИ. Дополнительные гармоники за счет слабого поля, удовлетворяющего условию $H_d^2 \ll (H_0/4\pi N)^2$, незначительны, как и для обычного плоского ондулятора, а более сильное поле H_d , где они становятся значимыми, разрушает когерентность осцилляций электрона [28]. Вместе с тем необходимо учитывать, что желаемый эффект от второго периодического поля в (8) и (13) может быть полностью достигнут, если его амплитуда H_d будет значительно больше, чем постоянные составляющие магнитного поля, т. е. при условии

$$d^2 > \frac{nk^2(\kappa^2 + \rho^2)(\pi N)^3}{3(1 + k^2/2)}. \quad (15)$$

Неравенство (16) непосредственно следует из условия на κ_1 для верхнего предела напряженности постоянного поля $H_{d \max}$, при котором сохраняется форма линии ОИ [28, 29, 30]. Для эффективного влияния второго периодического поля в ондуляторе необходимо чтобы постоянная компонента не превосходила величину $H_{d \max} \cong \frac{dH_0}{(\pi N)^{3/2}} \sqrt{\frac{3}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{k^2}\right)}$.

3. Пример излучения двухчастотного ондулятора и его применения для ЛСЭ

Анализ спонтанного ОИ реального ондуляторного устройства требует учета разброса энергии и угловых расходимостей электронов в пучке. Для общепринятого гауссова распределения по энергиям и равномерного по углам мы используем следующую свертку, содержащую интегралы по энергии [34] и по углу (если распределения отличаются от вышеуказанных, то нужно заменить соответствующий вес в свертке):

$$I = \iint d\varepsilon d\psi (|S(\nu_n + 4\pi n N \varepsilon, \beta)|)^2 \frac{\exp[-\varepsilon^2/2\sigma_\varepsilon]}{\sqrt{2\sigma_\varepsilon} \pi^{3/2}}, \quad (16)$$

где $\sqrt{\sigma_\varepsilon}$ — нормированный разброс энергий электронов в пучке относительно их средней энергии. Длина ондулятора $L = \lambda_u N$, ондуляторный параметр $k \sim \lambda_u H_0$, а также номер гармоники n непосредственно влияют на интенсивность ОИ и на потери;

чем они выше, тем сильнее становится уширение спектральных линий.

Развитие источников ондуляторного и синхротронного излучения в последние десятилетия привело к созданию новых типов устройств, таких как ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения (SASE FEL) и схемы ЛСЭ с усиленной генерацией высших гармоник (HGFG FEL), нацеленных на работу в рентгеновском диапазоне. Расчет вынужденного ОИ для таких устройств может быть выполнен с помощью справочников по ЛСЭ (см., например, [38, 39]) при условии, что известны параметры ондулятора и пучка электронов. Простейшей моделью для динамика пучка в ЛСЭ является уравнение типа Фоккера–Планка, которое удобно решается операторным методом [40, 41]. В качестве источников спонтанного ОИ часто используют ондуляторы с двумя (а иногда и более) периодическими полями линейной или скрещенной поляризации [21, 42] с целью регулирования излучения гармоник. Анализ излучения обычно проводится в предположении идеального ондулятора с учетом разброса энергий электронов в пучке [43, 44, 45]. Однако преимущества таких ондуляторов в генерации высших гармоник не всегда могут быть реализованы из-за неизбежного уширения спектральных линий. В особенности это касается высших гармоник ОИ, для генерации которых, собственно, и задуманы двухчастотные ондуляторы.

Ниже мы рассмотрим модель двухчастотного ондулятора с магнитным полем (8) с учетом всего комплекса явлений, ответственных за уширение его гармоник. Спектральные линии ондулятора с числом периодов $N = 150$ и параметрами $k = 2$, $h = 3$, $d = \pm 0.5$ при $\sigma_\varepsilon = 10^{-8}$ и $\gamma\psi_{\max} = 0.1$ показаны на рис. 1 с учетом всех однородных и неоднородных потерь.

Корректирующее влияние поля $H_d = 0.45 \cdot 10^{-4} H_0$, выбранного в соответствии с (4) в дополнение к периодическому синусоидальному полю в ондуляторе (см. (8)), на нормированные спектральные линии его излучения продемонстрировано на рис. 2. Отметим, что величина $H_d = 0.45 \cdot 10^{-4} H_0$ является практически максимальной для выполнения неравенства (15). При сравнении рис. 1 и 2 видно улучшение формы спектральной линии за счет H_d , в особенности для высших гармоник с $n = 3$ и $n = 5$.

Сравнительный анализ интенсивности излучения первой, третьей и пятой гармоник в ондуляторе с полем (8), с $N = 150$ периодами, с $k = 2$ и $h = 3$ с учетом всех потерь и компенсации расходимости пучка за счет H_d представлен на столбчатой диаграмме на рис. 3. Затемненные столбцы представляют ондулятор с идеальным синусоидальным полем. Яркие столбцы на рис. 3 соответствуют ондулятору с дополнительной магнитной компонентой H_d . Отметим особенности рассматриваемого ондулятора, важные для его использования в ЛСЭ. Третья гармоника спонтанного ОИ вырождена при выборе $d = 0.5$ (красные столбцы). Если выбрать $d = -0.5$ (синие столбцы), то получаем значительное усиление как третьей, так и пятой гармоники излучения. Для сравнения зеленым цветом показаны гармоники

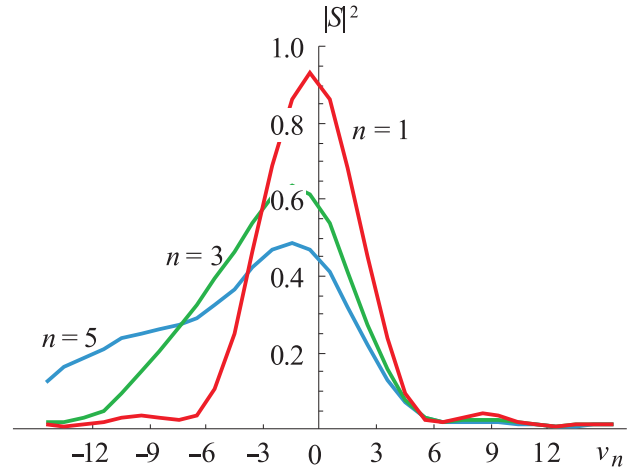


Рис. 1. Форма гармоник спонтанного ОИ в двухчастотном ондуляторе с параметрами $k = 2$, $h = 3$, $d = \pm 0.5$ с учетом однородного и неоднородного уширения для $n = 1, 3, 5$

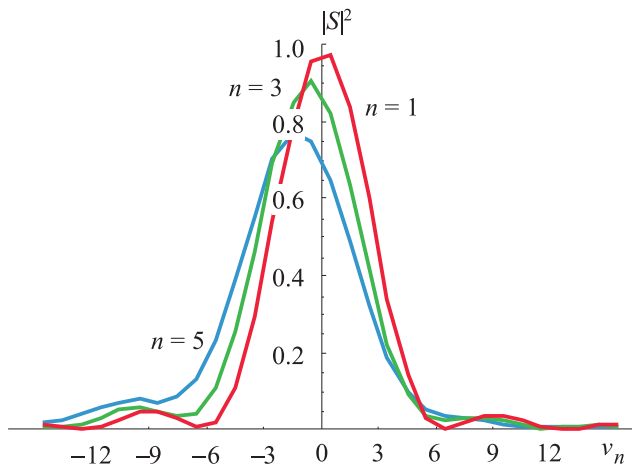


Рис. 2. Форма гармоник спонтанного ОИ в двухчастотном ондуляторе с параметрами $k = 2$, $h = 3$, $d = \pm 0.5$ с учетом однородного и неоднородного уширения в присутствии корректирующего магнитного поля $H_d = 0.45 \cdot 10^{-4} H_0$ для $n = 1, 3, 5$

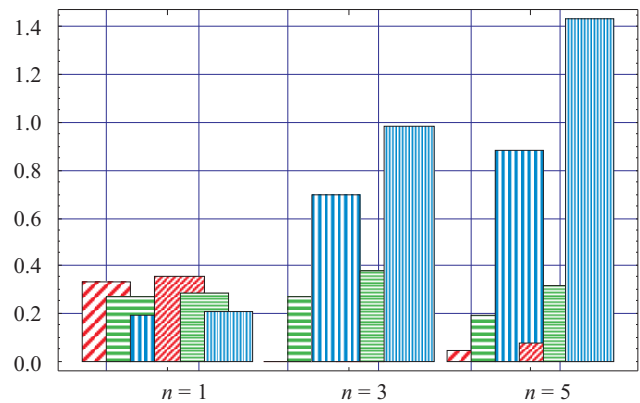


Рис. 3. Интенсивность спонтанного излучения первой, третьей и пятой гармоник двухчастотного ондулятора с $N = 150$, $k = 2$, $h = 3$ с учетом однородного и неоднородного уширения для $d = +0.5$ — столбцы с диагональной штриховкой, для $d = -0.5$ — столбцы с вертикальной штриховкой, для $d = 0$ — столбцы с горизонтальной штриховкой. Столбцы с редкой штриховкой — чисто синусоидальное магнитное поле, столбцы с частой штриховкой — при наличии магнитной компоненты $h_d = 0.45 \cdot 10^{-4} h_0$

обычного плоского ондулятора, соответствующие $d = 0$.

Напомним, что темные столбцы на рис. 3 показывают спектр ОИ с учетом всех однородных и неоднородных потерь. Высота этих столбцов, соответствующая интенсивности гармоник, оказывается значительно ниже, чем в идеальном случае (можно ср. с 21). Сравнительные коэффициенты для первой, третьей и пятой гармоник $n = \{1, 3, 5\}$ равны соответственно 93, 64, 48% от их идеальной интенсивности. В присутствии дополнительного поля $H_d = 0.45 \cdot 10^{-4} H_0$, выбранного в соответствии с (15) и (4), интенсивность гармоник возрастает и становится 99, 90, 78% от идеальной для $n = \{1, 3, 5\}$ соответственно. Очевидно значительное улучшение для третьей и пятой гармоник.

Теперь на основе полученных данных уточним некоторые результаты работы [21], в которой рассматривалась модельная задача с идеальным ондулятором. Так, учитывая потери за счет разброса энергии электронов $\sqrt{\sigma_\varepsilon} = 10^{-4}$ и расходимости пучка $\gamma\psi_{\max} = 0.1$ для двухчастотного ондулятора с $N = 150$, $k = 2$, $h = 5$, $d = 0.5$, мы получаем, что реальная интенсивность пятой гармоники излучения превышает интенсивность основного тона в ~ 1.5 раза. Отметим, что без учета потерь интенсивность пятой гармоники в 3 раза больше интенсивности излучения основного тона. Мы видим, что преимущество в интенсивности пятой гармоники по сравнению с первой сокращается почти в два раза из-за уширения линий ОИ даже при сравнительно малом разбросе энергий.

Большее значение разброса по энергиям в пучке $\sqrt{\sigma_\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4}$ приводит к еще более серьезным потерям с соответствующим им коэффициентом уширения $\mu_\varepsilon|_{n=5} = 1.5$. При этом вместо узкой спектральной линии пятой гармоники ОИ излучение происходит в широком диапазоне частот с меньшей интенсивностью. Для третьей гармоники в этом случае имеем коэффициент уширения $\mu_\varepsilon|_{n=3} = 0.9$, ее интенсивность также уменьшается. Сравнительная интенсивность и форма гармоник спонтанного ОИ электронов с разбросом энергий $\sqrt{\sigma_\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4}$ и расходимостью пучка $\gamma\psi_{\max} = 0.1$ для двухчастотного ондулятора с $N = 150$ периодами, $k = 2$, $h = 5$, $d = +0.5$ приведены на рис. 4 и для $d = -0.5$ — на рис. 5 соответственно.

На рис. 4 видно, что при $h = 5$, $d = +0.5$ интенсивно излучаются основной тон и пятая гармоника, несмотря на ее значительное уширение. При $h = 5$, $d = -0.5$ излучение в основном приходится на третью гармонику, которая немного уширена, и на основной тон, интенсивность которого составляет $\approx 2/3$ от интенсивности третьей гармоники. Пятая гармоника подавлена, и ее интенсивность на порядок меньше, чем интенсивность третьей гармоники.

Полностью аналогично тому, как был проведен анализ вынужденного ОИ с идеальным ондулятором в [21], используя [39], проанализируем теперь усиление третьей и пятой гармоник нашего ондулятора в ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения

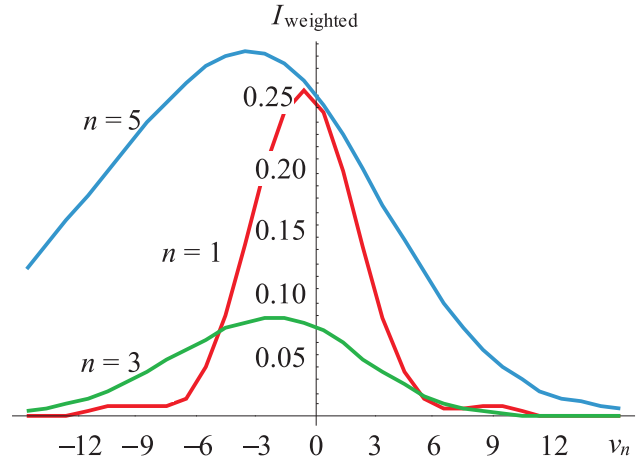


Рис. 4. Интенсивность гармоник спонтанного ОИ в двухчастотном ондуляторе с параметрами $k = 2$, $h = 5$, $d = +0.5$ с учетом разброса энергий электронов $\sqrt{\sigma_\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4}$ в пучке с расходимостью $\gamma\psi_{\max} = 0.1$ для $n = 1, 3, 5$

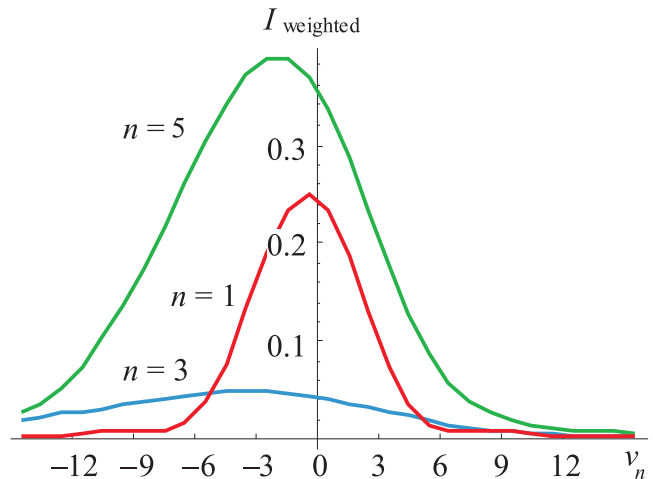


Рис. 5. Интенсивность гармоник спонтанного ОИ в двухчастотном ондуляторе с параметрами $k = 2$, $h = 5$, $d = -0.5$ с учетом разброса энергий электронов $\sqrt{\sigma_\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4}$ в пучке с расходимостью $\gamma\psi_{\max} = 0.1$ для $n = 1, 3, 5$

SASE FEL, учитывая неоднородное и однородное уширение линий ОИ. В результате на рис. 6 показан рост интенсивности пятой гармоники ЛСЭ с учетом расходимости пучка и разброса энергий в нем, обсужденных выше. Отметим, что при выборе $d = +0.5$ интенсивность оказывается примерно на порядок меньше, чем в идеале [21]. Более того, в идеальном случае пятая гармоника ЛСЭ хотя и является слабой, но, безусловно, доминирует над третьей, которая подавлена в спектре ОИ, а с учетом значительного однородного и неоднородного уширения пятая гармоника спектра ЛСЭ лишь немного превосходит по мощности насыщения третью. То же наблюдение на качественном уровне относится и к случаю обычного плоского ондулятора с $d = 0$, т.е. разница в мощности насыщения между третьей и пятой гармониками не так велика, как в случае параллельного пучка (соответствующий рисунок не приводим для краткости). На рис. 7 показан расчетный рост усиления гармоник ЛСЭ с учетом всех

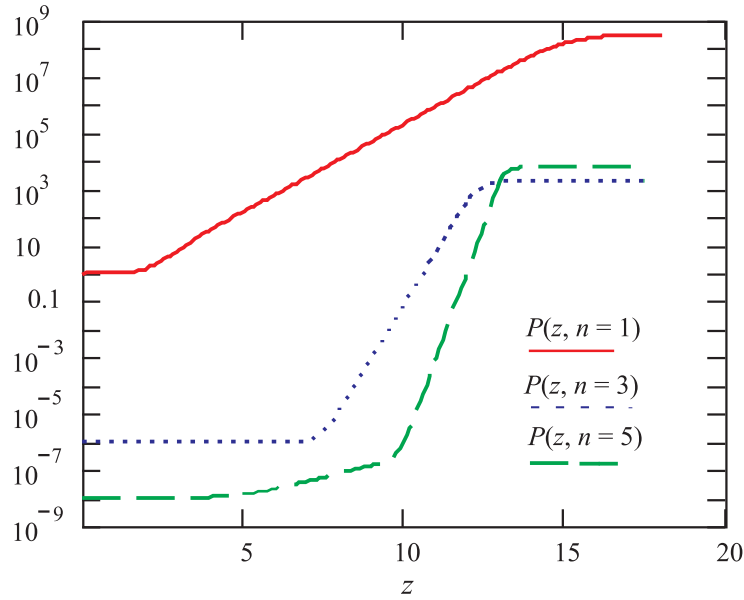


Рис. 6. Эволюция мощности первых трех гармоник вынужденного ОИ в двухчастотном ондуляторе с $N = 150$, $k = 2$, $h = 3$, $d = 0.5$, $\sigma_\varepsilon = 10^{-8}$ и $\gamma\psi_{\max} = 0.1$

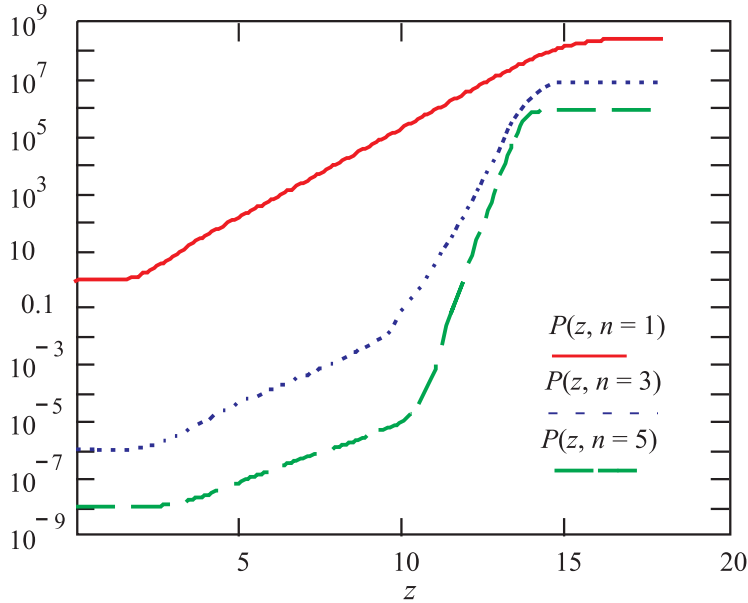


Рис. 7. Эволюция мощности первых трех гармоник вынужденного ОИ в двухчастотном ондуляторе с $N = 150$, $k = 2$, $h = 3$, $d = -0.5$, $\sigma_\varepsilon = 10^{-8}$ и $\gamma\psi_{\max} = 0.1$

потерь для ондулятора с $d = -0.5$. Высшие гармоники оказываются слабее, чем рассчитано нами ранее в [21], и их интенсивность ближе к той, которая получается с обычным плоским ондулятором с $d = 0$ [21].

4. Обсуждение и выводы

Проведено аналитическое исследование генерации гармоник пучком релятивистских электронов в различных моделях ондуляторов с линейной и поперечной поляризациями магнитного поля и с учетом дополнительных постоянных магнитных составляющих. Учтены все основные источники уширения спектральных линий ОИ: разброс энергий электронов, расходимость пучка и постоянные компоненты поля. Аналитическое исследование позволило вы-

явить вклады каждого из источников однородного и неоднородного уширения в интенсивность излучения и в спектр ОИ. На примерах ондуляторов показано, что разброс энергий в пучке и его расходимость могут иметь сравнимое друг с другом влияние на ОИ. Продемонстрирована возможность частично скомпенсировать расходимость пучка за счет дополнительного постоянного магнитного поля. Эффект этого поля сравним с фокусирующими компонентами поля в ондуляторах [30, 29]. Последнее может иметь величину порядка величины магнитного поля Земли [28], которое, если не предпринять мер к его экранированию, необходимо как минимум учитывать при расчете ОИ реальных устройств [32]. Для точного учета однородного и неоднородного уширения гармоник в ондуляторах предложен формализм

с использованием обобщенных функций Бесселя и Эйри. Вклад в изменение спектра ОИ описывается обобщениями функций Бесселя отдельно от вкладов в изменение формы линий спектра, за которые отвечают обобщенные функции Эйри. Предложенный математический механизм является универсальным и позволяет проследить вклад каждого из факторов, влияющего на ОИ. Продemonстрировано сильное затухание высших гармоник, особенно подверженных эффектам уширения в длинных ондуляторах, на примерах плоского и двухчастотного ондуляторов. Проведено сравнение с работой идеального ондулятора на идеальном пучке электронов. Показана возможность улучшения формы гармоник с $n = 3$ и $n = 5$ и увеличения их интенсивности до 30% за счет частичной компенсации расходимости. Даны конкретные рекомендации на величину корректирующего магнитного поля в зависимости от параметров ондулятора и пучка электронов. Показано, что в двухчастотных ондуляторах с числом периодов $N > 150$ и $k > 1$ ожидаемое усиление высших гармоник часто может быть не достигнуто из-за потерь и уширения линий ОИ. Обрезание высших гармоник может быть выгодно в отдельных схемах ЛСЭ, где жесткие компоненты спектра оказывают негативное влияние на зеркала, однако во многих современных схемах ЛСЭ, как, например, SASE FEL, требуется как раз противоположное — максимальное излучение на высших гармониках. Наше исследование показало, что даже с высокомоносенергетичным пучком электронов с низкой расходимостью потери на пятой гармонике спонтанного ОИ могут достигать 50% и более от идеального значения. Показаны также ограниченные возможности мощной генерации высших гармоник в двухчастотных ондуляторах с более слабым по сравнению с основным вторым периодическим магнитным полем, которые находят применение в некоторых схемах ЛСЭ с SASE. Так, даже при использовании в двухчастотном ондуляторе с $N = 150$, $k = 2$, $h = 3$, $d = -0.5$ пучка электронов с малым разбросом энергий $\sqrt{\sigma_\epsilon} = 10^{-4}$ и с малой расходимостью $\gamma\psi_{\max} = 0.1$ мы получили для модели ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения в режиме сильного сигнала с учетом потерь уменьшение мощности насыщения пятой гармоники на порядок. В другом случае $d = +0.5$ третья гармоника подавлена, а предполагаемое усиление пятой гармоники происходит также почти на порядок меньше.

Список литературы

1. Гинзбург В.Л. // Изв. АН СССР. Физика. 1947. **11**. Р. 1651.
2. Motz H., Thon W., Whitehurst R.N.J. // Appl. Phys. 1953. **24**. Р. 826.
3. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. М., 1983.
4. Feldhaus J., Sonntag B. // Strong Field Laser Physics. Springer Series in Optical Sciences. 2009. **134**. Р. 91.
5. Zholents A.A. // Laser Physics. 2005. **115**. Р. 855.
6. Рогозин Е.Н., Собельман И.И. // УФН. 2004. **174**. С. 207.
7. Михайлин В.В. Синхротронное излучение в спектроскопии. М., 2011.
8. Тернов И.М., Михайлин В.В., Халилов В.Р. Синхротронное излучение и его применения. М., 1980.
9. Artcimovich A.L., Pomeranchuk I.I. // J. Phys. USSR. 1945. **9**. Р. 267.
10. Alferov D.F., Bashmakov Yu.A., Bessonov E.G. // Sov. Phys. Tech. Phys. 1973. **17**. Р. 1540.
11. Synchrotron Radiation Theory and Its Development: In the Memory of I. M. Ternov / Ed. by V. A. Bordovitsyn. Singapore, 1999.
12. Соколов А.А., Борисов А.В., Жуковский В.Ч. // Изв. вузов. Физика. 1975. **10**. С. 51 (Sokolov A.A., Borisov A.V., Zhukovskii V.Ch. // Sov. Phys. J. 1975. **18**. Р. 1400.)
13. Соколов А.А., Борисов А.В., Гальцов Д.В., Жуковский В.Ч. // Изв. вузов. Физика. 1974. **12**. С. 5.
14. Багров В.Г., Бисноватый-Коган Г.С., Бордовитцин В.А. и др. Теория излучения релятивистских частиц. М., 2002.
15. Борисов А.В., Вишивцев В.А., Тернов А.И. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1998. № 2. С. 12 (Borisov A.V., Vshivtsev V.A., Ternov A.I. // Moscow University Phys. Bull. 1998. **53**, N 2. Р. 8).
16. Борисов А.В., Келехсаева И.А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1987. **28**. С. 20.
17. Борисов А.В., Жуковский К.В. // Ядерная физика. 1995. **58**. С. 1298.
18. Борисов А.В., Гришина В.Ю. // ЖЭТФ. 1994. **106**. С. 553.
19. Bessonov E.G. // Proc. of SPIE. 2007. **6634**. Р. 66340.
20. Жуковский К.В., Михайлин В.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2005. № 2. С. 41 (Zhukovsky K.V., Mikhailin V.V. // Moscow University Phys. Bull. 2005. **60**, N 2. Р. 50).
21. Dattoli G., Mikhailin V.V., Ottaviani P.L., Zhukovsky K. // J. Appl. Phys. 2006. **100**. Р. 084507.1.
22. Zhukovsky K. Undulator Radiation in Multiple Magnetic Fields // Synchrotron: Design, Properties and Applications / Ed. by Dao Ming Chua, Huang Fu Toh. Nova Science Publishers (USA), 2012. Р. 39.
23. Dattoli G., Mirian N.S., DiPalma E., Petrillo V. // Phys. Rev. ST-AB. 2014. **17**. Р. 050702.
24. Alferov D.F., Bashmakov U.A., Cherenkov P.A. // Usp. Fis. Nauk. 1989. **32**. Р. 200.
25. Walker R.P. // Nucl. Instrum. Meth. A. 1993. **335**. Р. 328.
26. Onuki H., Elleaume P. Undulators, Wigglers and Their Applications. N. Y., 2003.
27. Reiss H.R. // Phys. Rev. A. 1980. **22**. Р. 1786.
28. Zhukovsky K. // Prog. Electromagn. Res. B. 2014. **59**. Р. 245.
29. Zhukovsky K.V. // J. Surf. Invest.: X-ray, Synchrotron and Neutron Tech. 2014. **8**, N 5. Р. 1068.
30. Zhukovsky K. // J. Electromagn. Wave. 2014. **28**. Р. 1869.
31. Дамтоли Д., Михайлин В.В., Жуковский К.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 5. С. 33 (Dattoli G., Mikhailin V.V., Zhukovsky K.V. // Moscow University Phys. Bull. 2009. **64**. Р. 507).
32. Mikhailin V.V., Zhukovsky K.V., Kudiukova A.I. // J. Surf. Invest.: X-ray, Synchrotron Neutron Tech. 2014. **8**, N 3. Р. 422.
33. Dattoli G., Mikhailin V.V., Zhukovsky K. // J. Appl. Phys. 2008. **104**. Р. 124507.
34. Dattoli G. Lectures on the Free Electron Laser Theory and Related Topics. Singapore, 1993.
35. Zhukovsky K.V. // J. Electromagn. Wave. 2015. **29**. Р. 132.
36. Landau L.D., Lifshits E.M. The Classical Theory of Fields. 4th edition. N. Y., 1975.

37. Jackson J.D. Classical Electrodynamics. 2nd edition. N.Y., 1975.
38. Colson W.B., Pellegrini C., Renieri A. Laser Handbook. Vol. VI. Amsterdam, 1993.
39. Dattoli G., Ottaviani P.-L., Pagnutti S. Booklet for FEL Design: A Collection of Practical Formulae. Rome, 2007.
40. Жуковский К.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2015. № 2. С. 19 (Zhukovsky K.V. // Moscow University Phys. Bull. 2015. 70. P. 93).
41. Zhukovsky K. // The Sci. World J. 2014. 2014. Article ID 454865. P. 1.
42. Mishra G., Gehlot M., Hussain J.-K. // Nucl. Instrum. A. 2009. 603. P. 495.
43. Hussain J., Gupta V., Mishra G. // Nucl. Instrum. A. 2009. 608. P. 344.
44. Mirian N.S., Dattoli G., DiPalma E., Petrillo V. // Nucl. Instrum. A. 2014. 767. P. 227.
45. Jeevakhan H., Mishra G. // Nucl. Instrum. A. 2011. 656. P. 101.

Harmonic radiation in a double-frequency undulator with account for broadening

K. V. Zhukovsky

Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: zhukovsk@physics.msu.ru.

Undulator radiation (UR) was studied taking the broadening of spectral lines via homogeneous and nonhomogeneous contributions into account. Exact analytical expressions for the UR spectrum and intensity in the case of relativistic high-energy electrons were obtained. Analytical expressions that characterize the interrelation between the constant components of the magnetic field in undulators and the electron beam divergence within them were derived. These expressions suggest that this divergence may be partially compensated. The radiation of a double-frequency undulator and the higher harmonic radiation in an ordinary planar undulator were investigated taking the broadening of spectral lines into account. We discuss examples of UR in actual devices and demonstrate that the developed method and the results may be used in the calculation of induced UR.

Keywords: undulator, radiation, harmonics, broadening, generation, free-electron laser.

PACS: 41.60.-m, 41.60.Ap, 41.60.Cr.

Received 18 November 2014.

English version: Moscow University Physics Bulletin 4(2015).

Сведения об авторе

Жуковский Константин Владимирович — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник;
тел.: (495) 939-31-77, e-mail: zhukovsk@physics.msu.ru.