

Характеризация поляризационно-углового спектра СПР на кристалле ВВО при взаимодействии типа I

С. А. Магницкий^a, П. П. Гостев, Д. Н. Фроловцев, В. В. Фирсов

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова.
Физический факультет, кафедра общей физики и волновых процессов;
Международный учебно-научный лазерный центр (МЛЦ МГУ).
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 62.
E-mail: ^asergeymagnitskiy@gmail.com*

Статья поступила 20.05.2015, подписана в печать 23.06.2015.

Проанализировано состояние поляризации излучения СПР в нелинейных кристаллах при взаимодействии I-го типа в базе накачки. Впервые проведен анализ снижения степени перепутанности состояний вследствие эффекта Мигдалла. Получены аналитические выражения для компонент векторов поляризации сигнальной и холостой волн в зависимости от направления распространения излучения СПР в вырожденном режиме. Приводятся результаты численных расчетов компонент вектора поляризации СПР I-го типа на кристалле ВВО.

Ключевые слова: поляризация, спонтанное параметрическое рассеяние, неколлинеарное взаимодействие.

УДК: 535.14, 535.513.1, 535.012.21. PACS: 42.25.Ja, 42.65.Lm, 42.70.Mr.

Введение

Нелинейный эффект спонтанного параметрического рассеяния света (СПР) [1–5] является одним из основных способов получения коррелированных и запутанных фотонов [6–8] для решения задач квантовой криптографии [9, 10], телепортации [11–13], плотного кодирования [14], квантовых вычислений [11], а также одним из широко используемых источников запутанных состояний для фундаментальных исследований [15, 16]. Эти обстоятельства на протяжении последних десятилетий мотивируют исследователей [17] учитывать все более тонкие эффекты [18] для повышения качества источников ЭПР-пар. Одним из таких эффектов является зависимость поляризации СПР от направления рассеяния при неколлинеарном взаимодействии. Несмотря на то что с точки зрения электродинамики анизотропных сред проявление эффекта анизотропии поляризации СПР очевидно, впервые на его роль при генерации перепутанных фотонов обратили внимание в 1997 г. [19]. Сообщение же о первом экспериментальном наблюдении анизотропии поляризации появилось лишь в 2011 г. [20]. Поэтому авторы, работающие с неколлинеарным СПР [6, 21, 22], обычно рассматривали поляризацию выходного излучения как строго горизонтальную или вертикальную, не учитывая ее зависимости от направления распространения. Справедливости ради следует заметить, что в большинстве случаев при использовании одного нелинейного кристалла проявлениями эффекта анизотропии поляризации можно пренебречь. В более же сложных системах, например при использовании скрещенных нелинейных кристаллов [6], а также периодических и аperiodических нелинейных фотонных кристаллов [23] эффекты, связанные

с анизотропией поляризации, могут быть заметны. В частности, для создания высокоэффективных СПР генераторов перепутанных по поляризации фотонов указанный эффект, который в литературе по квантовой оптике называют [20] эффектом Мигдалла, необходимо учитывать.

В настоящей работе проведен анализ влияния эффекта Мигдалла на степень перепутанности бифотонных состояний, получаемых в СПР генераторах первого типа.

1. Поляризационные характеристики СПР в вырожденном режиме

Как известно, затравкой для возникновения параметрической генерации света [24] являются нулевые колебания электромагнитного вакуума, которые могут быть напрямую измерены, например, при параметрическом усилении инжектируемого излучения [25]. Само же излучение СПР при вырожденном параметрическом взаимодействии I-го типа распространяется по поверхности конуса [6, 11], угол раствора которого определяется углом неколлинеарности α . Для исследования, результаты которого представлены в данной статье, в качестве прообраза использовался трехмиллиметровый кристалл ВВО производства Newlight Photonics, вырезанный под неколлинеарное $e-o$ взаимодействие. Этот кристалл используется в нашей лаборатории [26] для получения одиночных коррелированных фотонных пар. На рис. 1 представлено пространственное распределение излучения СПР из этого кристалла при накачке непрерывным лазерным излучением мощностью ~ 70 мВт на длине волны 0.532 мкм. Пространственная структура излучения СПР зафиксирована ССD-камерой, установленной перпендикулярно лучу накачки. Перед камерой стоял узко-



Рис. 1. Пространственная структура излучения СПР с кристалла ВВО при взаимодействии 1-го типа

полосный интерференционный фильтр ($\Delta\lambda \sim 8$ нм) на 1.064 мкм.

При анализе поляризации излучения СПР возникает особенность, связанная с тем, что лучи СПР распространяются в различных направлениях и в принципе имеют различные двумерные «естественные» базисы поляризации, плоскости которых, будучи перпендикулярными к направлению распространения лучей, не совпадают друг с другом. Более того, в каждой из этих базисных плоскостей базисные вектора e_x и e_y также могут быть выбраны произвольным образом. В частности, в уже упомянутых работах [19, 20] поляризация для каждого направления распространения луча СПР рассматривалась в своем базисе, а именно: ось x направлялась вдоль луча СПР, а ось y выбиралась перпендикулярно лучу СПР в плоскости, перпендикулярной главной плоскости накачки. Однако для проведения общего анализа нам представляется целесообразным выбрать единый базис для рассмотрения всех компонент рассеянного излучения. В настоящей статье мы остановили свой выбор на базисе накачки.

Под базисом накачки будем понимать следующее. Пусть линейно поляризованный луч накачки падает по нормали на нелинейный одноосный кристалл, вырезанный под первый тип синхронизма. Выберем ось z прямоугольной системы координат (x, y, z) (рис. 2) в направлении единичного вектора \mathbf{n}_p , вдоль которого распространяется луч накачки. Ось x выберем в плоскости главного сечения, принадлежащего данному \mathbf{n}_p , т. е. в плоскости, проходящей через вектор \mathbf{n}_p и ось кристалла OC , образующей с \mathbf{n}_p угол θ . В дальнейшем эту плоскость будем называть горизонтальной. В этом базисе поляризация накачки имеет вид $\mathbf{e}_p = \{1, 0, 0\}$. Отсутствие z -компоненты поляризации отражает поперечность накачки, моделируемой плоской волной на частоте ω_p . Сразу отметим, что вектор поляризации излучения СПР в этом базисе может иметь все три компоненты. В вырожденном режиме обе волны СПР имеют одинаковые частоты и различие в понятиях сигнальной

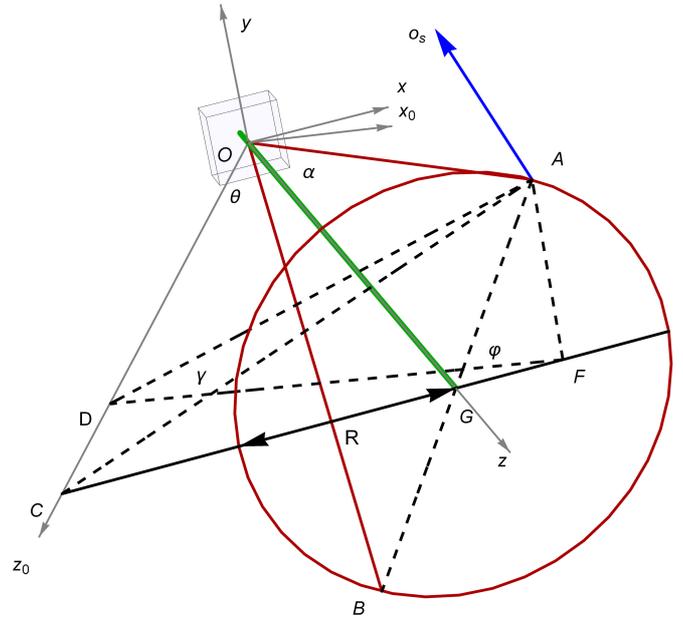


Рис. 2. Общий вид геометрии взаимодействия. OA, OB — лучи сигнальной и холостой мод соответственно; o_s — вектор поляризации сигнальной волны; OG — луч накачки; OC — кристаллографическая ось кристалла; D — проекция точки A на ось кристалла. Полярный угол AGF обозначается как φ , ADF — как γ , угол неколлинеарности AOG — как α , а кристаллографический угол GOC — как θ

($\omega_p/2 \leq \omega_s < \omega_p$) и холостой ($0 < \omega_i \leq \omega_p/2$) волн как волн с разными частотами исчезает. Поэтому условимся в дальнейшем называть сигнальной волной луч, направление распространения которого определяется углом φ в диапазоне от 0 до π , а «парный» к нему луч ($\pi < \varphi < 2\pi$) — холостой волной.

Условия синхронизма, т. е. законы сохранения энергии и импульса, которые должны выполняться одновременно, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \omega_p = \omega_s + \omega_i, \\ \mathbf{k}_p = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i, \end{cases} \quad (1)$$

где индексом p обозначены характеристики накачки, индексами s и i — сигнальной и холостой мод соответственно.

В плоскости (x, y) проекция поверхности равной частоты — окружность [3, 6]. Зафиксировав радиус окружности (обозначим его как R), можно описать каждую ее точку с помощью полярного угла φ , показывающего положение точки относительно луча накачки в плоскости (x, y) . Будем отсчитывать угол φ от плоскости главного сечения накачки против часовой стрелки. Законы сохранения дают ограничения на пространственное положение связанных мод, а именно, если сигнальная мода характеризуется направляющей конуса с полярным углом φ_s , то холостая мода бифотонного поля будет описываться углом $\varphi_i = \varphi_s + \pi$. При взаимодействии 1-го типа (e - oo взаимодействие) волна накачки является необыкновенной e -волной, а сигнальная

и холостая волны — обыкновенными o -волнами. Как известно [27], поляризация распространяющейся в одноосном кристалле o -волны перпендикулярна главному сечению, принадлежащему данному направлению \mathbf{n} распространения волны. Отметим также, что в случае o -волн направления волновых векторов волн СПР совпадают с их лучевыми векторами. Если обратиться к рис. 2, то для луча, характеризуемого углом φ , поляризация o -волны будет перпендикулярна плоскости OAC . Так как наклон этой плоскости меняется при изменении угла φ , то и вектор поляризации меняет свое направление в пространстве при изменении этого угла, т. е. при сканировании луча по поверхности конуса СПР.

Рассмотрим произвольный луч сигнальной волны, характеризующийся некоторым углом φ . На рисунке этот луч проходит через точку A , а соответствующий ему холостой — через точку B . Как уже отмечалось, вектор поляризации сигнальной волны должен быть ортогонален плоскости OAC . Положение плоскости OAC относительно горизонтальной плоскости будем характеризовать углом γ , который будет определять и наклон вектора поляризации. Угол γ образован прямыми AD и FD , которые перпендикулярны оси кристалла. Для удобства расчета введем вспомогательную систему координат (x_0, y_0, z_0) , связанную с оптической осью кристалла. Ось z_0 направим вдоль оптической оси кристалла OD , а ось x_0 поместим в той же горизонтальной плоскости OGC , в которой находится ось x . В этой системе координат вектор поляризации имеет вид:

$$\mathbf{o}_{s,0}(\gamma) = \{-\sin \gamma, \cos \gamma, 0\} \quad (2)$$

Это непосредственно следует из рис. 2. Действительно, по построению угол γ лежит в плоскости, перпендикулярной оси кристалла OD , а вектор $\mathbf{o}_{s,0}$ перпендикулярен плоскости OAD . Отсюда следует, что вектор $\mathbf{o}_{s,0}$ лежит в плоскости угла γ и наклонен к вертикальной плоскости под таким же углом.

Выражение для вектора \mathbf{o}_s в системе отсчета (x, y, z) можно получить, домножив выражение (2) на матрицу поворота $R_y(\theta)$ вокруг вертикальной оси $y_0 = y$ на угол θ по часовой стрелке:

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

После поворота в системе (x, y, z) вектор поляризации примет вид

$$\mathbf{o}_s(\gamma, \theta) = R_y(\theta) \cdot \mathbf{o}_{s,0}(\gamma) = \{-\sin \gamma \cos \theta, \cos \gamma, -\sin \gamma \sin \theta\}. \quad (4)$$

Для получения окончательной формулы осталось вывести явное выражение для угла γ как функции углов φ , α и θ , что можно сделать непосредственно из стереометрических соотношений схемы, изображенной на рис. 2. Восстановим из точки A

перпендикуляр AD на ось кристалла OC и второй перпендикуляр AF на продолжение линии CG , лежащей в горизонтальной плоскости и проходящей через центр окружности G . В этих обозначениях $\operatorname{tg} \gamma = AF/FD$, где $AF = R \sin \varphi = OG \operatorname{tg} \alpha \sin \varphi$. Чтобы вычислить FD , заметим, что FD является катетом прямоугольного треугольника FDC , причем угол DFC равен углу θ , так как образован прямыми FD и FC , которые перпендикулярны прямым OC и OG соответственно. Тогда $FD = FC \cos \theta = (FG + GC) \cos \theta = (OG \operatorname{tg} \alpha \cos \varphi + OG \operatorname{tg} \theta) \cos \theta$. Используя полученные выражения для AF и FD , получаем, что

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{AF}{FD} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \varphi}{(\operatorname{tg} \alpha \cos \varphi + \operatorname{tg} \theta) \cos \theta}. \quad (5)$$

При выводе выражения (5) мы негласно предполагали, что $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, однако так как $\cos \varphi$ меняет знак при $\varphi = \pi/2$, то и FG тоже меняет знак, что соответствует геометрии при $\varphi > \pi/2$. Поэтому (5) сохраняет свой вид для всех углов $\varphi \leq \pi$.

Итак, вектор поляризации излучения СПР при $0 \leq \varphi \leq \pi$ имеет следующие компоненты в базисе накачки:

$$\mathbf{o}_s(\varphi, \alpha, \theta) = \{-\sin \gamma \cos \theta, \cos \gamma, -\sin \gamma \sin \theta\}, \quad (6)$$

где

$$\gamma = \arctan \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \varphi}{(\operatorname{tg} \alpha \cos \varphi + \operatorname{tg} \theta) \cos \theta} \right). \quad (7)$$

Следует сделать замечание о задании поляризации с помощью вектора \mathbf{o}_s . В принципе мы интересуемся только направлением, в котором колеблется вектор напряженности электромагнитного поля сигнальной и холостой волн СПР, и не интересуемся его фазой, поэтому вектор \mathbf{o}_s не следует отождествлять с напряженностью электромагнитного поля. Он введен лишь для удобства описания и может с равным успехом быть выбран как это изображено на рис. 2, так и в противоположном направлении. В нашем рассмотрении как для сигнальной, так и для холостой волн мы условились выбирать этот вектор так, чтобы его y -компонента была положительной при любых углах φ . При таком выборе компоненты вектора $\mathbf{o}_i (\pi \leq \varphi \leq 2\pi)$ будут иметь вид

$$\mathbf{o}_i(\varphi, \alpha, \theta) = \{\sin \gamma \cos \theta, \cos \gamma, \sin \gamma \sin \theta\}, \quad (8)$$

где угол γ будет определяться выражением (7), но с заменой φ на $2\pi - \varphi$. Это видно из соображений симметрии задачи. Действительно, при зеркальном отражении относительно плоскости OCC вектор $\mathbf{o}_s(\varphi \leq \pi)$ переходит в вектор \mathbf{o}'_s , который параллелен вектору $\mathbf{o}_i(2\pi - \varphi)$, но направлен в противоположную сторону по отношению к нашему выбору направления поляризации с положительной y -компонентой. При этом его компоненты связаны с компонентами вектора \mathbf{o}_s следующим образом: $\mathbf{o}'_s = \{o_{s,x}, -o_{s,y}, o_{s,z}\}$. Тогда, чтобы получить вектор $\mathbf{o}_i(\pi \leq \varphi \leq 2\pi)$, достаточно провести инверсию этого вектора, т. е. поменять знак всех его компонент, что и приводит к формуле (8).

Вектор поляризации сигнальной волны, как это видно из (7), при $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$ имеет только y -компоненту ($\gamma=0$), т.е. строго перпендикулярен горизонтальной плоскости. Это следует и непосредственно из рис. 2. При всех остальных углах вектор поляризации имеет и другие компоненты, которые достигают максимальных значений при таких углах γ , при которых плоскость OAC касается поверхности конуса СПР. Нетрудно также заметить, что при увеличении угла φ вектор поляризации \mathbf{o}_s поворачивается вокруг оси z_0 в положительном направлении правого винта, оставаясь все время в плоскости AFD , перпендикулярной оси z_0 .

2. Результаты численных расчетов поляризации СПР для кристалла ВВО

В этом разделе представлены результаты численных расчетов компонент вектора $\mathbf{o}_s(\varphi, \alpha, \theta)$ и $\mathbf{o}_i(\varphi, \alpha, \theta)$ для кристалла ВВО в соответствии с (6) и (7). Выбор этого кристалла обусловлен тем, что он является одним из самых популярных кристаллов, используемых для генерации одиночных коррелированных и перепутанных фотонов.

Для расчета показателей преломления n_e и n_o использовались приближенные формулы Селмейера [28] в приближении до λ^2 :

$$\begin{aligned} n_o^2 &= 2.7359 + \frac{0.01878}{\lambda^2 - 0.01822} - 0.01354\lambda^2, \\ n_e^2 &= 2.3753 + \frac{0.01224}{\lambda^2 - 0.01667} - 0.01516\lambda^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Как видно из (6) и (7), угол γ , а следовательно, и поворот вектора поляризации, зависит от угла неколлинеарности α и угла θ , под которым вырезан кристалл. Причем чем больше α и меньше θ , тем сильнее эффект. Углы α и θ не являются независимыми параметрами, а связаны через условия синхронизма и дисперсионные соотношения (9). Для оценки масштаба эффекта на рис. 3 приведены

зависимости угла неколлинеарности α от угла θ для кристалла ВВО в вырожденном режиме при различных длинах волн накачки, характерных для наиболее часто используемых лазеров.

Из рассчитанных зависимостей видно, что для различных длин волн реализуются различные сочетания углов α и θ , которые в свою очередь определяют величину эффекта анизотропии поляризации СПР.

На рис. 4, 5 приведены результаты расчета величины компонент векторов поляризации излучения СПР в кристалле ВВО для двух случаев: для кристалла, используемого в нашей лаборатории ($\alpha=1.8^\circ$, $\theta=23.3^\circ$) при накачке с длиной волны $\lambda_p=532$ нм (рис. 4), и для кристалла ($\alpha=13.6^\circ$, $\theta=45^\circ$) при $\lambda_p=800$ нм (рис. 5). Заметим, что угол α — это угол неколлинеарности внутри кристалла, как это определено на рис. 2. Внешний угол неколлинеарности α_{ext} будет, естественно, больше и может быть рассчитан по закону Снеллиуса. Так, для кристалла, используемого в нашей лаборатории, он составит $\sim 3^\circ$. Расчетные параметры, соответствующие рис. 4, выбраны из практических соображений. Параметры же, соответствующие рис. 5, выбраны по следующим причинам: во-первых, длина волны накачки λ_p соответствует широко распространённому лазеру на титанате сапфира; во-вторых, оказалось, что для кристалла ВВО проявление эффекта анизотропии для этих условий близко к максимальному, так как угол γ , определяющий амплитуду x -компоненты как функцию от кристаллографического угла, имеет максимум при данных параметрах, причем кривые для x - и z -компонент совпадают.

Полученные зависимости демонстрируют следующие закономерности: при увеличении угла φ от 0 до π у вектора \mathbf{o}_s начинает появляться горизонтальная компонента, которая достигает максимума при некотором угле φ , затем монотонно уменьша-

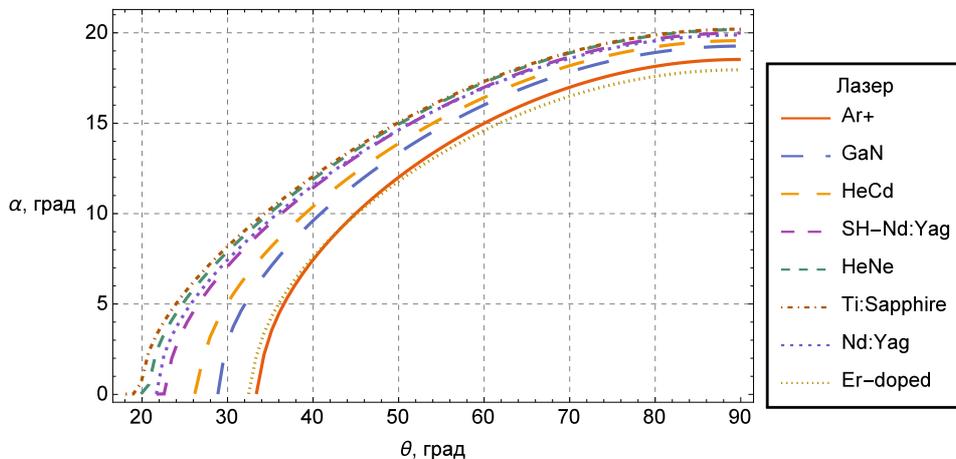


Рис. 3. Зависимость угла неколлинеарности вырожденного режима α от кристаллографического угла θ в градусах для некоторых моделей лазеров видимого и ближнего инфракрасного диапазонов: Ar^+ (350 нм), GaN (405 нм), HeCd (441.6 нм), 2-я гармоника $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ (532 нм), HeNe (632.8 нм), Ti:сапфир (800 нм), $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ (1064 нм), Er-легированный (1550 нм)

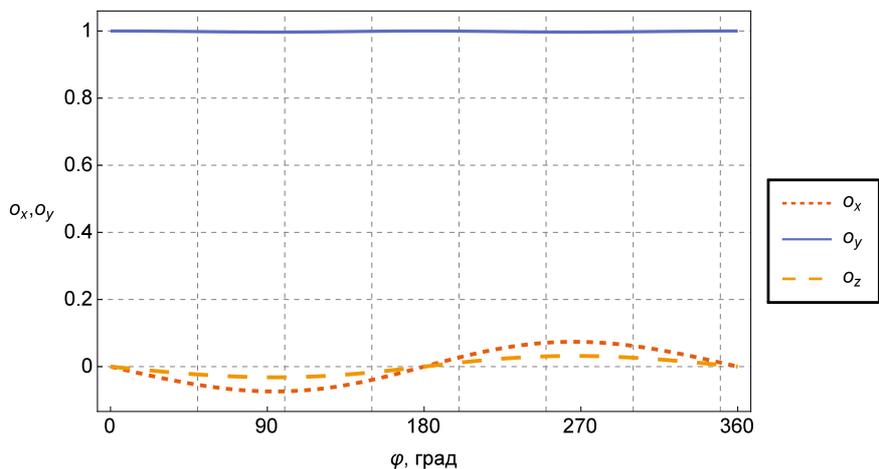


Рис. 4. Проекция вектора поляризации в базисе накачки для вырожденного режима в зависимости от полярного угла φ для кристалла ВВО с углом $\theta = 23.3^\circ$ для накачки 532 нм. Угол неколлинеарности $\alpha = 1.8^\circ$

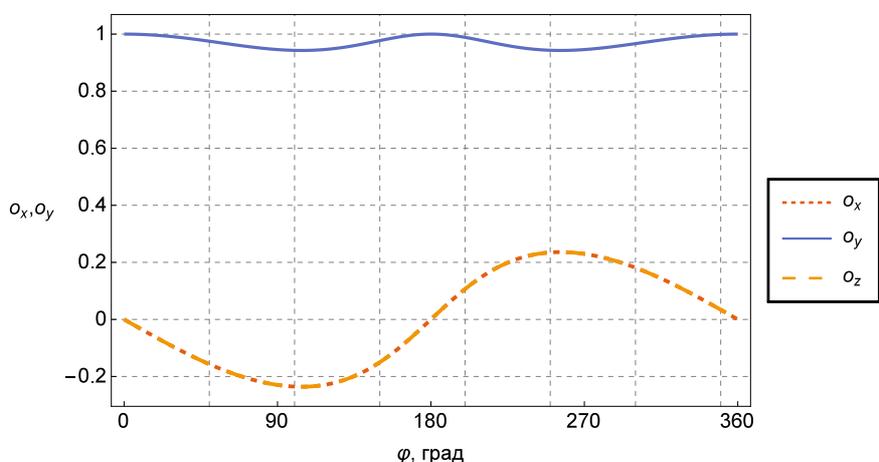


Рис. 5. Проекция вектора поляризации в базисе накачки для вырожденного режима в зависимости от полярного угла φ для кристалла ВВО с углом $\theta = 45^\circ$ для накачки 800 нм. Угол неколлинеарности $\alpha = 13.6^\circ$. Горизонтальные компоненты вектора поляризации имеют одинаковую величину

ется и при $\varphi = \pi$ поляризации снова становится вертикальной. Еще одной особенностью является то, что для каждого значения угла φ существует некоторый угол φ^* , при котором вектор поляризации тождественно совпадает с вектором поляризации при угле φ . На рис. 2 это соответствует тому, что плоскость OCA пересекает окружность R в двух точках. Это происходит при всех углах φ , кроме одного значения, соответствующего случаю, когда эта плоскость касается поверхности конуса. В этом случае вектор-близнец совпадает с исходным.

3. Влияние анизотропии поляризационно-углового спектра СПР на степень перепутанности состояния в СПР-генераторах 1-го типа

Рассмотрим схему получения перепутанных по поляризации бифотонов в двухкристальном СПР-генераторе 1-го типа [6, 29]. Типичная схема такого генератора представлена на рис. 6.

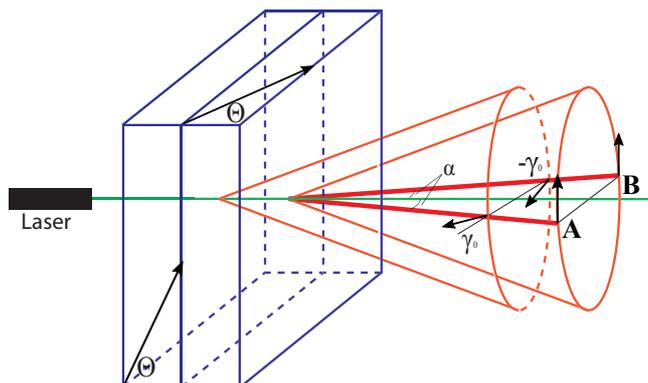


Рис. 6. Принципиальная схема двухкристального СПР-генератора 1-го типа. Стрелками указаны направления поляризации излучения СПР в обоих кристаллах с учетом эффекта Мигаллы

Два идентичных нелинейных кристалла, вырезанных под первый тип синхронизма, расположены последовательно и ориентированы ортогонально (оптические оси направлены под углом θ к направлению распространения накачки). Луч накачки, поляризованный под углом 45° к горизонтальному

направлению, возбуждает в этих кристаллах СПР в неколлинеарном режиме. Распространяясь в нелинейных кристаллах, излучение накачки распадается на обыкновенно и необыкновенно поляризованные волны. Необыкновенно поляризованная волна накачивает кристалл и генерирует излучение СПР. Обыкновенно поляризованная волна, не удовлетворяя условиям фазового синхронизма, проходит через кристалл, не рассеиваясь. Излучение, рассеянное в кристаллах представляет собой два практически совпадающих конуса.

В самой распространенной экспериментальной схеме (рис. 6) сбор осуществляется с двух диаметрально противоположных направлений ОА и ОВ. Если не учитывать поляризационную анизотропию, то состояние бифотонной пары на выходе данной схемы можно записать в виде

$$|\Psi_0\rangle = \frac{|HH\rangle + e^{i\delta}|VV\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (10)$$

где базисные вектора $|H\rangle$ и $|V\rangle$ имеют общепринятый смысл, а именно вектор $|V\rangle$ перпендикулярен главной плоскости накачки, а вектор $|H\rangle$ лежит в этой плоскости в направлении, перпендикулярном лучу СПР. Очевидно, что эффект Мигдалла снижает степень перепутанности генерируемого состояния, уменьшая тем самым показатель «запутанности». Действительно, вследствие эффекта Мигдалла, поляризация излучения в сигнальном и холостом пучках, генерируемых в первом кристалле, поворачивается на одинаковый по абсолютной величине угол γ_0 в противоположные стороны, а поляризация излучения, рождающегося во втором кристалле, эффекта поворота поляризации не испытывает. Генерируемое состояние нетрудно найти, модифицируя состояние (10). Для этого достаточно подействовать на H -поляризованные фотоны матрицей поворота на некоторый угол γ_0 вокруг направления луча СПР

$$\hat{S}(\gamma_0) = \begin{pmatrix} \cos \gamma_0 & \sin \gamma_0 \\ -\sin \gamma_0 & \cos \gamma_0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

В результате получим

$$|\Psi\rangle \propto \hat{S}(\gamma_0)|H\rangle \otimes \hat{S}(-\gamma_0)|H\rangle + e^{i\delta}|V\rangle \otimes |V\rangle. \quad (12)$$

Воспользовавшись рис. 2, нетрудно получить связь между углом γ_0 и углом γ , введенным в предыдущих разделах. Действительно, в рассматриваемой двухкристальной схеме вектор $|H\rangle$ в первом кристалле в базисе накачки имеет вид $|H\rangle = \{0, \cos \alpha, -\sin \alpha\}$. Угол γ_0 можно выразить через скалярное произведение этого вектора на вектор поляризации $\mathbf{o}_s(\varphi, \alpha, \theta)$, взятого для угла $\varphi = \pi/2$:

$$\gamma_0 = \arccos \left[\left(\mathbf{o}_s \left(\frac{\pi}{2}, \alpha, \theta \right) \cdot \mathbf{H} \right) \right]. \quad (13)$$

Из последнего выражения видно, что угол γ_0 есть функция от углов (α, θ) , явный вид которой определяется формулами (6), (7) и (13).

Одной из наиболее часто используемых характеристик перепутанности фотонов является «Tangle» [29]. Для факторизуемого состояния эта характеристика принимает значение 0, а для полностью перепутанного (например, белловского) — 1. Для чистого состояния, что соответствует рассматриваемому нами случаю, критерий перепутанности вводится следующим образом. Над волновой функцией $|\psi\rangle$ проводится полностью асимметричное преобразование в алгебре $SU(2)$:

$$|\tilde{\psi}\rangle = \hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2 |\psi^*\rangle, \quad (14)$$

где

$$\hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

— вторая из матриц Паули, * означает комплексное сопряжение. «Запутанность» («Tangle») определяется как «близость» состояния, полученного путем такого преобразования, к исходному:

$$T(\psi) = \left| \langle \psi | \tilde{\psi} \rangle \right|^2. \quad (15)$$

На рис. 7 изображены кривые, полученные в результате расчета «запутанности» («Tangle») по формуле (15) с учетом формул (11), (12) и (14).

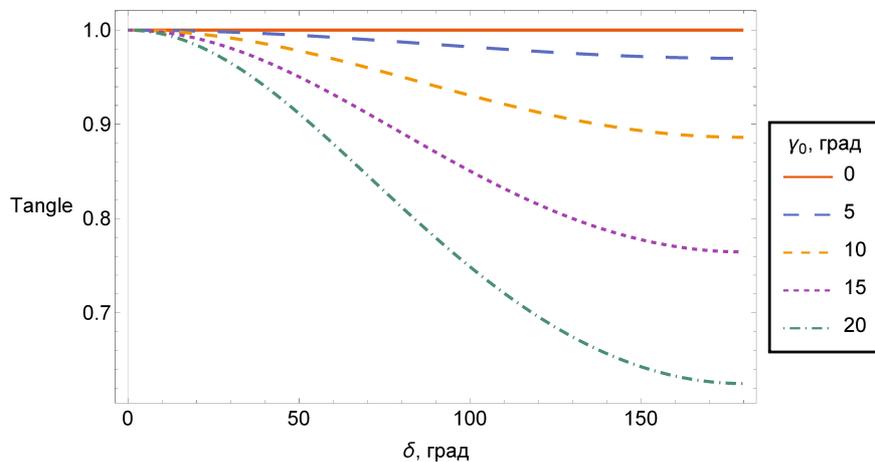


Рис. 7. Зависимость запутанности состояния (12) от фазы δ при различных углах γ_0

Отчетливо просматриваются две тенденции ухудшения степени перепутанности состояний, создаваемых двухкристалльным источником СПР 1-го типа. Во-первых, с увеличением угла γ_0 , а во-вторых, с увеличением фазовой расстройки δ . Оказалось, что перепутанность данного состояния имеет очень важное свойство: при $\delta = 0$ она не теряется. Максимальное же уменьшение перепутанности происходит при $\delta = \pi$. Чтобы понять причину, по которой не происходит потери перепутанности при $\delta = 0$, выпишем явный вид состояния (12) при $\delta = 0$:

$$|\Psi_{\delta=0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\widehat{S}(\gamma_0)|H\rangle \otimes |H\rangle + \widehat{S}(\gamma_0)|V\rangle \otimes |V\rangle \right), \quad (16)$$

что соответствует тому, что сигнальный (холостой) пучок «повернулся» как целое на угол γ_0 ($-\gamma_0$).

Заключение

В работе представлены результаты анализа влияния эффекта Мигдалла на степень поляризационной перепутанности состояний бифотонов, создаваемых СПР-генератором 1-го типа.

Также представлен детальный анализ поляризационно-углового спектра СПР в одноосных кристаллах при e - oo взаимодействии в базисе накачки. Показано, что наклон вектора поляризации в этом базисе определяется углом $\gamma(\alpha, \theta)$, который имеет прозрачный физический смысл, являясь углом между главными сечениями, принадлежащими лучу накачки и выбранному лучу СПР.

Исследования, результаты которых приведены в данной статье, дают теоретическую основу для нахождения путей полной компенсации эффекта Мигдалла, что позволит создать более качественные источники перепутанных по поляризации фотонов на основе СПР 1-го типа.

Пользуясь возможностью, авторы хотели бы выразить благодарность профессору А. С. Чиркину за постоянный интерес к работе и плодотворные дискуссии, докторам И. Е. Проценко и М. Ю. Сайгину за полезное сотрудничество.

Список литературы

1. Клышко Д.Н. // Всесоюзное совещание по нелинейным свойствам сред. Черногловка, 1966.
2. Клышко Д.Н. // Письма в ЖЭТФ. 1967. **6**, № 1. С. 490.
3. Ахманов С.А., Фадеев В.В., Хохлов Р.В., Чунаев О.Н. // Письма в ЖЭТФ. 1967. **6**, № 575.
4. Harris S.E., Oshman M.K., Byer R.L. // Phys. Rev. Letters. 1967. **18**, N 18. P. 732.
5. Magde D., Mahr H. // Phys. Rev. Letters. 1967. **18**, N 21. P. 905.
6. Kwiat P.G., Waks E., White A.G. et al. // Phys. Rev. A. 1999. **60**, N 2. P. R773.
7. Steinlechner F., Trojek P., Jofre M. et al. // Optics express. 2012. **20**, N 9. P. 9640.
8. Rangarajan R., Goggin M., Kwiat P. // Optics express. 2009. **17**, N 21. P. 18920.
9. Noh T.G., Kim H., Youn Ch. et al. // Optics express. 2006. **14**, N 7. P. 2805.
10. Lo H.K., Curty M., Tamaki K. // Nature Photonics. 2014. **8**, N 8. P. 595.
11. Бауместер Д., Экерт А., Цайлингер А. // Физика квантовой информации. М.: Постмаркет, 2002. С. 30.
12. Kim Y.H., Kulik S.P., Shih Y. // Phys. Rev. Letters. 2001. **86**, N 7. P. 1370.
13. Pfaff W., Hensen B.J., Bernien H. et al. // Science. 2014. **345**, N 6196. P. 532.
14. Mattle K., Weinfurter H., Kwiat P.G. et al. // Phys. Rev. Letters. 1996. **76**, N 25. P. 4656.
15. Schlosshauer M., Kofler J., Zeilinger A. // Annalen der Physik. 2013. **525**, N 4. P. A51.
16. Exter M.P. Van, Aiello A., Oemrawsingh S.S.R. et al. // Physical Review A. 2006. **74**, № 1. P. 012309.
17. Takeuchi S. // Japan. J. of Appl. Physics. 2014. **53**, N 3. P. 030101.
18. Ramirez-Alarcon R., Cruz-Ramirez H., U'Ren A.B. // Laser Physics. 2013. **23**, N 5. P. 055204.
19. Migdall A. // JOSA B. 1997. **14**, N 5. P. 1093.
20. Rangarajan R., U'Ren A.B., Kwiat P.G. // J. Modern Optics. 2011. **58**, N 3–4. P. 312.
21. Boeuf N., Branning D., Chaperot I. et al. // Optical Engineering. 2000. **39**, N 4. P. 1016.
22. Baek S.Y., Kim Y.H. // Phys. Rev. A. 2008. **77**, N 4. P. 043807.
23. Gong Y.X., Xu P., Shi J. et al. // Optics letters. 2012. **37**, N 21. P. 4374.
24. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. // Успехи физических наук. 1966. **88**, № 3. С. 439.
25. Magnitskiy S.A., Malachova V.I., Tarasevich A.P. et al. // Optics Letters. 1986. **11**, N 1. P. 18.
26. Magnitskiy S.A., Firsov V.V., Nagorskiy N.M. et al. // Laser Optics. International Conference. IEEE. 2014. P. 1.
27. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Курс теоретической физики. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М., 2005. С. 488.
28. Kato K. // IEEE J. of Quantum Electronics. 1986. **22**. P. 1013.
29. Peters N.A., Wei T.C., Kwiat P.G. // Phys. Rev. A. 2004. **70**, N 5. P. 052309.

Characterization of polarization-angular spectrum of type-I SPDC in BBO crystal

S. A. Magnitskiy^a, P. P. Gostev, D. N. Frolov, V. V. Firsov

Department of General Physics and Wave Processes, Faculty of Physics;
International Laser Center,
Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: ^asergeymagnitskiy@gmail.com.

We analyze the state of type-I SPDC polarization in nonlinear uniaxial crystals using a coordinate system connected with a pump beam. The entanglement loss due to the Migdall effect is examined.

The analytical expressions for polarization components of the signal and idler waves for the frequency-degenerate regime are obtained. The numerical results for BBO crystal are also adduced.

Keywords: polarization, spontaneous parametric down-conversion, non-collinear interaction, quantum state.

PACS: 42.25.Ja, 42.65.Lm, 42.70.Mr.

Received 20 May 2015.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2015).

1. Магницкий Сергей Александрович — канд. физ.-мат. наук, доцент; e-mail: sergeymagnitskiy@gmail.com.
2. Гостев Павел Павлович — студент.
3. Фроловцев Дмитрий Николаевич — студент.
4. Фирсов Владимир Владимирович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник.