Вакуум Саввиди с центральными вихрями

В. Ч. Жуковский[a], В. С. Фанасков[b]

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: [a] zhukovsk@phys.msu.ru, [b] fanaskov.vladimir@physics.msu.ru

Статья поступила 11.08.2015, подписана в печать 15.09.2015.

В рамках теории Янга–Миллса с группой $SU(2)$ методом фонового поля получен однопетлевой эффективный потенциал постоянного хромомагнитного поля и бесконечно тонкого вихря. Обсуждается возможная взаимосвязь между вакуумом Саввиди и спагетти-вакуумом.

Ключевые слова: вакуум Саввиди, спагетти-вакуум, однопетлевой эффективный потенциал, конфайнмент, метод фонового поля, регуляризация при помощи дзета-функции.

УДК: 530.1, 53.01, 539.1.01. PACS: 12.38.Aw, 12.40.Ee, 11.15.Kc, 11.15.Tk.

Введение

Как известно, хорошо разработанным аналитическим вычислительным методом квантовой теории поля является теория возмущений, которая хорошо применяется для описания процессов квантовой электродинамики. К сожалению, в случае неабелевых теорий физические эффекты при низких энергиях не описываются в рамках теории возмущений. При этом при развитии непертурбативных подходов одна из основных проблем — корректное определение вакуума. Действительно, гамильтонова формулировка теории рассеяния предполагает, что асимптотические состояния являются собственными функциями невозмущенного гамильтониана в представлении Гейзенберга. Однако теория Янга–Миллса обладает самодействием, поэтому перенос слагаемых $\sim A^n$, $n \geqslant 3$ (A — 4-потенциал калибровочного поля) в гамильтониан, отвечающий возмущению, требует обоснования, и в конечном счете оказывается ошибочным, что проявляется, например, в отсутствии конфайнмента и спонтанного нарушения киральной симметрии как следствий квантовой теории поля. Для спасения теории возмущений предлагается подобрать вакуумное состояние таким образом, чтобы вышеописанная процедура стала корректной. На пути решения этой проблемы были предложены различные модели вакуума [1], а также эффективные теории. Почти все они феноменологические по своей природе [2], поэтому требуют обоснования на основе теории Янга–Миллса. В настоящей работе сделана попытка такого обоснования для теории спагетти-вакуума.

1. Спагетти-вакуум

Модель спагетти-вакуума (копенгагенский вакуум [3]), была создана для объяснения явления конфайнмента кварков. Основным объектом модели является центральный вихрь [4]:

$$\mathrm{P}\exp\left(ig\int_C dx^\mu A_\mu(x)\right) \in Z(SU(N)), \tag{1}$$

$$\lim_{C\to\infty} W(C) = \lim_{C\to\infty} \mathrm{Tr}\,\mathrm{P}\exp\left(ig\int_C dx^\mu A_\mu(x)\right) = (-1)^{2J}, \tag{2}$$

где Pexp — экспонента, упорядоченная вдоль пути (подробное определение можно найти, например, в [5]); A_μ — 4-потенциал калибровочного поля; C — окружность, лежащая в плоскости, перпендикулярной вихрю; $Z(SU(N)) = U(1)^{N-1}$ — центр группы $SU(N)$; $W(C)$ — петля Вильсона, охватывающая вихрь; J — вес представления группы $SU(N)$.

В простейшем виде спагетти-вакуум представляется случайно распределенными, невзаимодействующими, запутанными произвольным образом центральными вихрями в пространстве Минковского.

Чтобы понять, почему такая модель воспроизводит конфайнмент кварков в фундаментальном представлении, достаточно вспомнить, что прямоугольная петля Вильсона по контуру $\Gamma = R\times T$, $T\to\infty$ следующим образом выражается через потенциал взаимодействия бесконечно тяжелых кварков [6, 7]:

$$W(\Gamma) \sim \exp(-V(R)T). \tag{3}$$

Отсюда для модели линейного конфайнмента $V(R) \sim \sigma R$ [8, с. 21] немедленно следует закон площадей

$$\langle W(\Gamma)\rangle \sim \exp(-\sigma RT) \sim \exp(-S). \tag{4}$$

Если теперь рассмотреть ансамбль невзаимодействующих вихрей, то легко понять, что число вихрей, пересекающих данную петлю, подчиняется распределению Пуассона [9], откуда сразу же следует закон площадей, а значит и линейный конфайнмент для бесконечно тяжелых кварков. В то же время для кварков конечной массы удовлетворительных критериев конфайнмента не существует.

Вакуум, наполненный центральными вихрями, характерен для некоторых простых статистических систем (Z_2-калибровочная теория на квадратной решетке), демонстрирующих конфайнмент [10, гл. 6], а также для решеточных вычислений [11]. К сожалению, в континуальном пределе модель выглядит крайне искусственной по следующим причинам [4]:

- теорема Деррика [12] запрещает существование бесконечных вихрей на классическом уровне. Если же и существуют какие-то более сложные по форме решения типа вихрей, то они нам неизвестны;
- неизвестно, как вихри взаимодействуют сами с собой и друг с другом, могут ли они распадаться на множество и объединяться в один;
- несмотря на то что в статистической механике присутствуют центральные вихри, их статистика может быть описана только в простейших случаях малых размерностей $d = 2, 1$, когда вихри представляют собой элементарные степени свободы, в терминах которых можно переписать гамильтониан системы. В более сложных стучаях (например, в теории Янга–Миллса $G = SU(N)$ $D = 3+1$) статистической механики для вихрей не существует.

В третьем разделе мы вернемся к проблеме возникновения центральных вихрей и наметим пути ее решения.

2. Вакуум Саввиди

Вакуум Саввиди [13] — модель, которая возникла при попытке прямого обобщения действия Гейзенберга–Эйлера на неабелев случай [14]. Если взять в качестве фоновой конфигурации постоянное хромомагнитное поле $H^a_\mu = H\delta^{a3}\eta_{\mu z}$ $(a = 1, 2, 3)$ в модели Янга–Миллса с группой $SU(2)$, то для эффективного действия в одной петле (калибровка фонового поля) получим [15, с. 252]

$$V_1 = \frac{H^2}{2} + \frac{11}{48\pi^2}(gH)^2\left(\ln\frac{gH}{M^2} + C\right) - i\frac{(gH)^2}{8\pi}, \quad (5)$$

где M — масштаб перенормировки; H — перенормированное значение поля; g — перенормированный заряд; C — числовая константа, значение которой не оказывает существенного влияния на результат.

Следует иметь в виду, что эффективный потенциал зависит от выбора калибровочного условия. Более того, его экстремумы не зависят от фиксации калибровки только вне рамок теории возмущений. Все это ставит под вопрос возможность извлечения физических следствий из вида эффективного потенциала (подробное обсуждение проблемы смотрите в [16], а также в цитируемых там работах). Несмотря на вышеописанные проблемы, общепринято полученную добавку к потенциалу расценивать как эффект квантовых поправок, а сам потенциал воспринимать как энергию системы.

Легко видеть, что действительная часть эффективного потенциала имеет нетривиальный минимум

$$gH_{\min} = M^2 e^{-24\pi^2/11g^2} \quad (gH \ll M^2), \quad (6)$$

причем ее значение оказывается ниже пертурбативного вакуума, т. е. отрицательным. Здесь следует добавить, что значение поля H в выражении (6) лежит вне рамок применимости однопетлевого приближения. Более того, несложно понять, что выражение (6) вообще не может быть доказано в рамках теории возмущений, так как в аргументе экспоненты константа связи содержится в знаменателе. Однако если принять, что (6) остается справедливым при любых значениях H, то наличие минимума позволяет предположить, что в теории Янга–Миллса под действием квантовых флуктуаций самопроизвольно возникает конденсат виртуальных глюонов, т. е. вакуум теории возмущений $H = 0$ нестабилен к образованию ненулевого поля. Можно было бы принять это поле за новое вакуумное состояние, если бы не ряд существенных недостатков:

- вакуум Саввиди обладает выделенными направлениями как в конфигурационном, так и в групповом пространствах;
- потенциал имеет мнимую часть (впервые получено в [17]).

Первый недостаток можно устранить, дополнив модель доменными стенками и выбрав различные направления поля в каждом домене. При таком способе коррекции все внимание сведется к конкретизации свойств доменных стенок и к обоснованию их введения. Вторая проблема, по всей видимости, относится к трудностям определения теории Янга–Миллса в инфракрасной области и не может быть устранена в рамках теории возмущений. Однако при конечной температуре, благодаря возможности образования конденсата временной компоненты потенциала $A_4 \neq 0$, вакуум стабилизируется [18, 19]. Важно отметить, что вакуум Саввиди не является феноменологической теорией. Для его вывода была использована только теория Янга–Миллса, и никакие дополнительные объекты вроде вихрей, мешков или струн не были привнесены извне.

3. Вакуум Саввиди с тонким вихрем

Для вычисления однопетлевого эффективного действия проведем квантование калибровочного поля методом Фаддеева–Попова [20, 21, гл. 69, 73]:

$$\mathcal{L}_{FP} = \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_{gf} + \mathcal{L}_{gh}, \quad (7)$$

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_a, \;\; F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig\left[A_\mu, A_\nu\right], \quad (8)$$

$$\mathcal{L}_{gf} = -\frac{1}{2\xi}\left(\overline{D}^{ab}_\mu a^\mu_b\right)^2, \;\; \overline{D}^{ab}_\mu = \delta^{ab}\partial_\mu + gf^{acb}\overline{A}^c_\mu, \quad (9)$$

$$\mathcal{L}_{gh} = b^a\overline{D}^\mu_{ab}D^{bc}_\mu c_c, \;\; D^{bc}_\mu = \delta^{bc}\partial_\mu + gf^{b\alpha c}A^\alpha_\mu, \quad (10)$$

b, c — поля духов. В формулах выше предполагается разложение поля на фоновую составляющую и флуктуации:

$$A_\mu(x) = \overline{A}_\mu(x) + a_\mu(x). \quad (11)$$

Более того, все дальнейшие расчеты проведены в калибровке фонового поля $\xi \to 0$ и при условии, что фоновое поле подчиняется уравнениям движения:

$$\overline{D}_\mu F^{\mu\nu}\left(\overline{A}\right) = 0. \quad (12)$$

Для большей определенности приводим разложение по генераторам алгебры $SU(2)$:

$$A_\mu = A_\mu^a T^a, \quad (A_\mu)^\dagger = A_\mu, \quad \mathrm{Tr}\, A_\mu = 0, \tag{13}$$

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a, \quad (F_{\mu\nu})^\dagger = F_{\mu\nu}, \quad \mathrm{Tr}\, F_{\mu\nu} = 0, \tag{14}$$

$$T^a = \frac{\tau^a}{2}, \quad [T^a, T^b] = if^{abc}T^c, \; f^{abc} = \epsilon^{abc}, \quad \mathrm{Tr}\left(T^a T^b\right) = \frac{1}{2}\delta^{ab}, \tag{15}$$

где τ^a — матрицы Паули. Несложно получить действие в квадратичном приближении для поля флуктуаций и полей духов:

$$S = \int d^4x \left[\frac{1}{2} a_a^\mu \left(\eta_{\mu\nu}\left(\overline{D}_\alpha \overline{D}^\alpha\right)^{ab} + 2gf^{acb}F_{\mu\nu}^c(\overline{A})\right) a_b^\nu + b^a \overline{D}_{ab}^\mu \overline{D}_\mu^{bc} c_c\right]. \tag{16}$$

В качестве фонового поля выбираем следующую конфигурацию:

$$\overline{A}_\mu^a(r) = \delta^{a3}\eta_{\mu\phi}\left(\frac{\mu}{gr} + \frac{rH}{2}\right), \tag{17}$$

где $\eta_{\mu\phi}$ — метрический тензор (в конфигурационном пространстве выбрана цилиндрическая система координат (r, ϕ, z)), первое слагаемое $\overline{A}_\phi = \frac{\mu}{gr}$ — потенциал Ааронова–Бома, $\mu = \mathrm{const}$ — полный поток вихревого поля, отвечающий за хромомагнитное поле тонкого соленоида, проходящего через начало координат перпендикулярно плоскости x, y. Далее для упрощения расчетов мы совершаем поворот Вика, что всегда можно сделать в любом порядке теории возмущений. Так как в качестве фонового поля выбрана конфигурация (17), обратный переход к пространству Минковского не требуется, потому что поворот Вика затрагивает только компоненту A_0. Следует отметить, что такой выбор фонового поля не согласуется с требованием (12) в пространстве $\mathbb{R}^4$, поэтому далее мы рассматриваем пространство $\mathbb{R}^4/\{r = 0, \; \forall\phi, \; \forall z, \; \forall t\}$.

Перейдя к евклидову пространству и вводя цилиндрические координаты $x, y, z \to r, \phi, z$, получим после квадрирования уравнений для поля флуктуаций следующие уравнения:

$$-D^2_{\sigma_v\sigma_h} W_{\sigma_v\sigma_h} = 0, \tag{18}$$

где

$$-D^2_{\sigma_v\sigma_h} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2}\left(-i\frac{\partial}{\partial\phi} + \sigma_v\mu + \frac{r^2 gH}{2}\right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \sigma_h \cdot 2gH, \tag{19}$$

где $\sigma_v = \pm$, $\sigma_h = \pm$ — знаковые множители для векторной и спиновой частей оператора (19). В терминах введенных операторов вклад в однопетлевой эффективный потенциал, полученный после интегрирования по полям духов и полю a_μ, переписывается в следующем виде:

$$V_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{ren}} = \sum_{\sigma_v = \pm,\, \sigma_h = \pm} \frac{1}{2} \ln \frac{\det\left(-D^2_{\sigma_v\sigma_h}\right)}{\det\left(-D_0^2\right)}, \tag{20}$$

где оператор

$$-D_0^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \tag{21}$$

соответствует случаю выключенных фоновых полей $H = 0$, $\mu = 0$. Спектр операторов (20) легко получить, модифицируя хорошо известное решение для уравнения Клейна–Гордона–Фока в цилиндрических координатах [22, гл. 4]:

	$l < 0$	$l \geqslant 0$
$-D^2_{+-}$	$2gH\left(n + \frac{3}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$	$2gH\left(n + \nu + \frac{3}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$
$-D^2_{++}$	$2gH\left(n - \frac{1}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$	$2gH\left(n + \nu - \frac{1}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$
$-D^2_{--}$	$2gH\left(n + \nu + \frac{3}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$	$2gH\left(n + \frac{3}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$
$-D^2_{-+}$	$2gH\left(n + \nu - \frac{1}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$	$2gH\left(n - \frac{1}{2}\right) + p_3^2 + p_4^2$

(22)

Здесь l — орбитальный момент, p_3 — импульс, соответствующий плоской волне вдоль оси z; p_4 — энергия; $\nu \in (0, 1)$, $\mu = \nu + N, N = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$; $n = 0, 1, \ldots$. Каждый уровень вырожден с кратностью $\frac{gH}{4\pi}S$ (S — площадь образца), которая может быть получена стандартными методами в цилиндрических координатах или на основе сравнения спектра при $\nu \to 0$ со спектром в декартовых координатах [23, гл. 15].

При этом стоит помнить, что задача решается в контексте квантовой механики, т. е. предполагается, что операторы, отвечающие наблюдаемым, являются самосопряженными [24, гл. 1]. Непосредственное применение теоремы фон Неймана [24, 25, гл. 2, 3] показывает, что операторы $D^2_{\pm\pm}$ не являются самосопряженными и нуждаются в расширении. В настоящей работе мы используем частный вид регуляризации, в котором рассмотрение начинается с соленоида конечного размера с некоторым несингулярным полем внутри, согласованным на стенках с полем вне соленоида. При помощи такого трюка устраняется сингулярность потенциала, т. е. задача становится корректно определенной. Тонкость заключается в том, что после устремления радиуса соленоида к нулю (т. е. после восстановления исходной конфигурации) произвольное поле внутри соленоида полностью исчезает из потенциала, но сам его выбор влияет на спектр и волновые функции. В таблице представлен результат, соответствующий выбору постоянного поля внутри соленоида (исчерпывающий анализ проблемы содержится в [26]).

Хорошо известно, что детерминант оператора может быть выражен через его дзета-функцию [27–30]. Пусть для некоторого оператора A найден полный набор собственных функций

$$A\psi_n = \lambda_n \psi_n, \tag{23}$$

собственные значения могут быть как дискретными, так и непрерывными. Будем считать, что, как и в конечномерном случае,

$$\ln\det A = \sum_n \ln\lambda_n, \tag{24}$$

где сумму следует понимать в обобщеном смысле. Определим дзета-функцию оператора A:

$$\zeta_A(s) = \sum_n \frac{1}{\lambda_n^s}. \tag{25}$$

Отсюда немедленно следует[1], что

$$\ln\det A = -\zeta_A'(0). \tag{26}$$

В рамках вычисления эффективного действия нам необходимо получить выражение для следующей дзета-функции:

$$\zeta(s) = \frac{gH}{4\pi}\sum_{\pm}\sum_{n=0}^{\infty}\int\frac{dp_3}{2\pi}\times \times\int\frac{dp_4}{2\pi}\frac{M^{2s}}{\left(2gH(n+\frac{1}{2}\pm 1)+p_3^2+p_4^2\right)^s} + + \frac{gH}{4\pi}\sum_{\pm}\sum_{n=0}^{\infty}\int\frac{dp_3}{2\pi}\times \times\int\frac{dp_4}{2\pi}\frac{M^{2s}}{\left(2gH(n+\nu+\frac{1}{2}\pm 1)+p_3^2+p_4^2\right)^s}.$$

После интегрирования по импульсам результат выражается через дзета-функцию Гурвица:

$$\zeta(s) = \frac{(gH)^2}{4\pi^2}\left(\frac{M^2}{2gH}\right)^s\frac{1}{s-1}\times \times\left(\zeta_H\left(s-1,\frac{3}{2}+\nu\right)+\zeta_H\left(s-1,-\frac{1}{2}+\nu\right)\right). \tag{27}$$

Теперь мы должны взять производную и положить $s=0$. В приближении

$$(gH)^2\ln(M^2/gH)\gg H^2 \tag{28}$$

окончательный результат принимает вид

$$V_2 = \frac{H^2}{2}+\frac{11}{48\pi^2}(gH)^2\ln\frac{gH}{M^2}+\nu^2\frac{(gH)^2}{8\pi^2}\ln\frac{gH}{M^2} - - i\frac{(gH)^2}{8\pi}B(\nu), \tag{29}$$

$$B(\nu) = 1-\nu, \quad \nu\leqslant\frac{1}{2}; \quad B(\nu)=\frac{1}{2}, \quad \nu\geqslant\frac{1}{2}. \tag{30}$$

При выводе эффективного потенциала можно было бы обойтись и без приближения (28), которое противоречит условию применимости однопетлевого приближения, однако как и в случае выражения (5), результат будет рассматриваться в инфракрасной области, т. е. вне рамок теории возмущений, так что учет членов, исключаемых условием (28), неактуален.

Легко видеть, что для действительных частей потенциалов имеем $\mathrm{Re}(V_2)_{\min} < \mathrm{Re}(V_1)_{\min}$, т. е. рождение тонкого вихря предпочтительно с точки зрения энергии.

Заключение

В работе получен однопетлевой эффективный потенциал (29) для конфигурации (17), сравнение с эффективным потенциалом вакуума Саввиди (5) позволяет заключить, что рождение тонкого вихря энергетически выгодно. С учетом результата работы Дьяконова [31], в которой доказано, что среди прочих вихрей центральные вихри обладают меньшей энергией, можно предположить, что вакуум Саввиди распадается на центральные вихри. Как уже было отмечено выше, в работе [18] показано, что вакуум Саввиди стабилизируется при конечной температуре. Соответственно при понижении температуры до критической, когда вакуум перестает быть стабильным, начинается его распад на центральные вихри. Коль скоро центральные вихри ассоциируются с явлением конфайнмента, упомянутая критическая температура должна быть непосредственно связана с температурой фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент. К сожалению, наши простые расчеты не позволяют ничего сказать о характере фазового перехода. Для выяснения типа перехода потребуется детальная информация по крайней мере о взаимодействии вихрей друг с другом. С другой стороны, зная из численного моделирования [1, гл. 8, п. 4], что для группы $SU(2)$ фазовый переход является переходом второго рода, а для группы $SU(3)$ — первого, можно попытаться построить модель взаимодействия вихрей. Результат (29) не может считаться полным по той причине, что мы ограничили рассмотрение одним возможным самосопряженным расширением. Авторы работы затрудняются представить физические рассуждения, которые позволили бы отдать предпочтение тому или иному самосопряженному расширению, поэтому выбор был сделан из соображений удобства. Сингулярность, с которой мы имеем дело, не возникает непосредственно для вихря, имеющего конечную толщину. Однако вычисления в этом случае могут быть выполнены только численно. Несмотря на то, что аналитические расчеты сами по себе не могут выявить перехода к фазе деконфайнмента, было бы неплохо располагать эффективным потенциалом, аналогичным (29), при конечной температуре. Можно предполагать, что рождение вихря будет повышать энергию системы при определенных значениях параметров.

Список литературы

1. *Shuryak E.V.* The QCD Vacuum, Hadrons and Superdense Matter. Vol. 71. Singapore: World Scientific, 2004.
2. *Hartmann S.* // Models as Mediators: Perspectives on Natural and Social Science / Ed. by M.S. Morgan, M. Morrison. Cambridge, 1999. P. 326.

[1] Приведенное рассуждение следует рассматривать не как строгое математическое доказательство, а как иллюстрацию на символьном уровне. Выражение (26) само по себе является определением и в доказательстве не нуждается.

3. *Nielsen H.B., Olesen P.* // Nuclear Phys. B. 1979. **160**, N 2. P. 380.
4. *Diakonov D., Maul M.* // Phys. Rev. D. 2002. **66**, N 9. P. 096004.
5. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. РХД, 2001. (*Peskin M., Schroeder D.* An Introduction to Quantum Field Theory. Westview Press, 1995.)
6. *Makeenko Y.M.* // Phys. Atom. Nucl. 2010. **73**, N 5. P. 878.
7. *Симонов Ю.А.* // УФН. 1996. **166**. С. 337.
8. *Greensite J.* An Introduction to the Confinement Problem. B.; Heidelberg: Springer, 2011.
9. *Del Debbio, Faber M., Greensite J., Olejnik S.* // Phys. Rev. D. 1997. **55**, N 4. P. 2298.
10. *Xiao-Gang W.* Quantum Field Theory of Many-Body Systems from the Origin of Sound to an Origin of Light and Electrons. N. Y., 2004.
11. *Greensite J.* // Progress in Particle and Nuclear Phys. 2003. **51**, N 1. P. 1.
12. *Derrick G.H.* // J. of Math. Phys. 1964. **5**, N 9. P. 1252.
13. *Savvidy G.K.* // Phys. Lett. B. 1977. **71**. P. 133.
14. *Dunne G.V.* // From Fields to Strings: Circumnavigating Theoretical Physics. 2005. **1**. P. 445.
15. *Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В.* Калибровочные поля. М., 1986.
16. *Andreassen A., Frost W., Schwartz M.D.* // Physi. Rev. Lett. 2014. **113**, N 24. P. 241801.
17. *Nielsen N. K., Olesen P.* // Nucl. Phys. B. 1978. **144**. P. 376.
18. *Ebert D., Zhukovsky V.Ch., Vshivtsev A.S.* // Intern. J. of Mod. Phys. A. 1998.**13**, N 11. P. 1723.
19. *Starinets A.O., Vshivtsev A.S., Zhukovskii V.Ch.* // Phys. Lett. B. 1994. **322**. P. 403.
20. *Славнов А.А., Фаддеев Л.Д.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М., 1988.
21. *Srednicki M.* Quantum Field Theory. Cambridge, 2007.
22. *Соколов А.А., Тернов И.М.* Релятивистский электрон. Наука, 1983. (*Sokolov A.A., Ternov I.M.* Radiation from Relativistic Electrons. American Institute of Physics. 1986.)
23. *Ландау Л.Д., Лифшиц Л.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория). М., 2004.
24. *Gitman D.M., Tyutin I.V., Voronov B.L.* Self-Adjoint Extensions in Quantum Mechanics: General Theory and Applications to Schrödinger and Dirac Equations with Singular Potentials // Springer Science & Business Media. 2012. Vol. 62.
25. *Bonneau G., Faraut J., Valent G.* // Amer. J. Phys. 2001.**69**, N 3. P. 322.
26. *Gavrilov S.P., Gitman D.M., Smirnov A.A., Voronov B.L.* Focus on Mathematical Physics Research // Nova Science Publishers. 2004. P. 131–168.
27. *Вшивцев А.С., Кисунько А.Г., Клименко К.Г., Перегудов Д.В.* Препринт ИФВЭ 96-58. Протвино: ОТФ, 1996.
28. *Dunne G.V.* // J. Phys. A: Mathematical and Theoretical. 2008. **41**, N 30. P. 304006.
29. *Elizalde E.* et al. Zeta regularization techniques with applications. World Scientific, 1994.
30. *Elizalde E.* Ten Physical Applications of Spectral Zeta Functions // Springer Science & Business Media. 1995. Vol. 35.
31. *Diakonov D.* // Mod. Phys. Lett. A. 1999. **14**, N 25. P. 1725.

A Savvidy vacuum with center vortices

V. Ch. Zhukovsky[a]**, V. S. Fanaskov**[b]

Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: [a] *zhukovsk@phys.msu.ru,* [b] *fanaskov.vladimir@physics.msu.ru.*

The one loop $SU(2)$ effective potential of a constant chromomagnetic field and thin vortex has been obtained using the background field method in the scope of the Yang–Mills theory. The possible relationship between a Savvidy vacuum and a spaghetti vacuum is discussed.

Keywords: Savvidy vacuum, spaghetti vacuum, one-loop effective potential, confinement, background field method, zeta-function regularization.
PACS: 12.38.Aw, 12.40.Ee, 11.15.Kc, 11.15.Tk.
Received 11 August 2015.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2016. **71**, No. 1. Pp. 65–69.

Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — доктор физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.
2. Фанасков Владимир Сергеевич — студент; e-mail: fanaskov.vladimir@physics.msu.ru.