Кластер спутников как детектор гравитационных волн

М. В. Сажин[1,a], Я. Ли[2,b]

[1] *Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ). Россия, 119991, Москва, Университетский проспект, д. 13.*

[2] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

E-mail: [a] *moimaitre@mail.ru*, [b] *liyang19910203@163.com*

Статья поступила 17.12.2015, подписана в печать 10.02.2016.

Рассмотрено детектирование гравитационных волн кластером спутников. Детектор представляет собой оптический интерферометр, реализованный несколькими спутниками. Проведены расчеты для трех космических аппаратов. Вычислен полный отклик детектора на монохроматическую гравитационную волну, источником которой является двойная звезда.

Ключевые слова: гравитационные волны, детекторы гравитационных волн.

УДК: 530.1. PACS: 04.80.Nn, 95.55.Ym.

Введение

Попытки детектирования гравитационных волн предпринимаются уже свыше 50 лет. Первые детекторы гравитационных волн представляли собой цилиндрические тела, сделанные из различных металлов [1–7]. С тех пор было предложено много способов детектирования гравитационных волн. Свыше 30 лет назад появился грандиозный проект LIGO, который считается фаворитом среди наземных детекторов гравитационных волн [8–10]. Недавно введена в действие следущая очередь LIGO, которая обладает значительно большей чувствительностью.

Гравитационное излучение уже обнаружено по изменению орбиты двойного пульсара [11, 12], поэтому сомнений в существовании гравитационных волн нет. Физика гравитационных волн может оказаться значительно более сложной, чем следует из общей теории относительности (ОТО). Современные теории элементарных частиц и «теории всего на свете» (TOE) показывают большое разнообразие возможностей при высоких энергиях. Не исключено, что теория гравитации также является более сложной теорией и предсказания теории гравитационного излучения неполны [13–16]. Поэтому проверка ОТО в области слабых нестационарных полей (детектирование гравитационных волн) является задачей первостепенной важности для гравитационной физики.

Для надежной проверки теории гравитации и детектирования гравитационных волн необходимо поставить опыт типа опыта Герца: необходимо выбрать (или создать) излучатель гравитационных волн и детектор гравитационных волн с хорошо известными и контролируемыми характеристиками.

Опыт типа Герца рассматривался свыше 30 лет назад и, как показали оценки, такой опыт нельзя было провести на уровне текущих технологий [17]. К сожалению, такой опыт невозможен даже на уровне современных технологий. Однако можно несколько изменить метод проведения такого опыта. Можно рассматривать мощный излучатель гравитационных волн с полностью известными (но не контролируемыми) характеристиками и детектор гравитационных волн, который можно полностью контролировать. Такой опыт можно назвать опытом «квази» Герца.

В качестве такого излучателя можно выбрать подходящую двойную звезду с известными характеристиками, а в качестве детектора — кластер спутников на орбите вокруг Земли [18–21].

Мы рассмотрим эту схему измерения и обсудим диаграммы направленности различных конфигураций детекторов.

Будем рассматривать воздействие только монохроматической волны, поскольку это упрощает рассмотрение, не изменяя качественно результаты.

1. Взаимодействие между фотонами и гравитационной волной

Будем рассматривать движение лучей света и действия на них гравитационных волн в идеальном случае, представляя, что фотоны движутся внутри интерферометра, образованного полупрозрачными и непрозрачными зеркалами. Обобщение этого рассмотрения на движение фотонов между спутниками тривиально. Достаточно считать, что спутники являются непрозрачными зеркалами или конечным пунктом путешествия фотонов. Поэтому для упрощения терминологии ниже мы будем говорить о зеркалах интерферометра вместо того, чтобы упоминать спутники.

Строго говоря, проблема движения фотона в гравитационное поле излучения предполагает решение общековариантных уравнений Максвелла. Тем не менее, мы можем использовать приближение геометрическая оптики, предполагая, что оптическая длина волны λ_e гораздо меньше, чем другие характерные масштабы задачи: длина гравитационной волны λ_g

и размер плеча интерферометра l; в этом случае ответ может быть найден из уравнения геодезических линий для частиц с нулевой массой покоя:

$$\frac{dk_\alpha}{dp} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} k^\mu k^\nu. \tag{1}$$

Здесь $g_{\mu\nu}$ — пространственно-временная метрика в поле гравитационной волны, k^α — единичный вектор касательный к траектории фотона, p — аффинный параметр вдоль этой траектории. Наблюдаемая частота электромагнитного излучения связана с нулевой составляющей вектора: $\omega_e = ck_0$. Будем считать, что гравитационное излучение слабое и мы можем выразить метрику в виде двух слагаемых — метрики Минковского и небольшой поправки

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}. \tag{2}$$

Очень удобно описывать действие гравитационной волны на фотоны в синхронной системе отсчета. Можно показать, что в такой системе отсчета, в первом порядке разложения метрики по амплитуде гравитационной волны $h_{\mu\nu}$, зеркала покоятся, $x^\alpha = \mathrm{const}$, и их четырехмерные компоненты скорости $u^\alpha = (1, 0, 0, 0)$. Если гравитационная волна распространяется вдоль оси Oz, так что 4-мерный волновой вектор

$$k_\alpha = \frac{\Omega}{c}(1, 0, 0, 1),$$

то только три компоненты метрики (2) не равны нулю: $h_{ll} = -h_{22} = h_+$ и $h_{12} = h_\times$. Для произвольного направления гравитационной волны, когда ее волновой вектор

$$\frac{\Omega}{c}\boldsymbol{n} = \frac{\Omega}{c}(\sin\varphi\sin\theta, -\cos\varphi\sin\theta, \cos\theta), \tag{3}$$

где φ — азимутальный угол и θ — полярный угол (значение $\theta = 0$ соответствует распространению гравитационной волны вдоль оси Oz), метрика становится более сложной. Можно выразить поправки к метрике в виде волн двух независимых поляризаций h_+ и $h_\times$:

$$h_{\mu\nu} = h_+(n_\alpha x^\alpha)t_{\mu\nu} + h_\times(n_\alpha x^\alpha)s_{\mu\nu}. \tag{4}$$

Явные выражения для матриц $t_{\mu\nu}$ и $s_{\mu\nu}$ в виде аргумента углов φ и θ [11]:

$$t_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \cos^2\varphi - & (1+\cos^2\theta)\times & \sin\theta\cos\theta\times \\ -\cos^2\theta\sin^2\varphi & \times\sin\varphi\cos\varphi & \times\sin\varphi \\ (1+\cos^2\theta)\times & \sin^2\varphi - & -\sin\theta\cos\theta\times \\ \times\sin\varphi\cos\varphi & -\cos^2\theta\cos^2\varphi & \times\cos\varphi \\ \sin\theta\cos\theta\times & -\sin\theta\cos\theta\times & -\sin^2\theta \\ \times\sin\varphi & \times\cos\varphi & \end{pmatrix},$$

$$s_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\sin 2\varphi\cos\theta & \cos 2\varphi\cos\theta & \cos\varphi\sin\theta \\ \cos 2\varphi\cos\theta & \sin 2\varphi\cos\theta & \sin\varphi\sin\theta \\ \cos\varphi\sin\theta & \sin\varphi\sin\theta & 0 \end{pmatrix},$$

причем все компоненты матриц $t_{0\nu}$ и $s_{0\nu}$, содержащие хотя бы один нулевой индекс, равны нулю.

Теперь перейдем к анализу геодезического уравнения (1). Мы можем выразить его решение в виде разложения по малому параметру $h_{\mu\nu}$:

$$k_\alpha = k_\alpha^{(0)} + k_\alpha^{(1)} + \ldots \tag{5}$$

В нулевом приближении мы находим $dk_0^\alpha/dp = 0$, или $k_0^\alpha = \pi^\alpha = \mathrm{const}$. Уравнение для поправки первого порядка имеет вид

$$\frac{dk_\alpha^{(1)}}{dp} = \frac{1}{2}\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha}\pi^\mu\pi^\nu. \tag{6}$$

Его решение дает значение вектора k^α в некоторой точке p на траектории:

$$k_\alpha^{(1)}(p) = k_\alpha^{(1)}(0) + \frac{1}{2}\pi^\mu\pi^\nu\int_0^p \frac{\partial h_{\mu\nu}(x^\alpha(p'))}{\partial x^\alpha(p')}\,dp'. \tag{7}$$

В уравнении (7) интегрирование проводится вдоль траектории фотона, а пространственно-временные координаты, от которых зависят поправки к метрике, в свою очередь определяются параметрически:

$$x^\alpha(p) = \pi^\alpha p + x^\alpha(0). \tag{8}$$

Значение фазы электромагнитной волны при достижении точки p может быть вычислено из уравнения

$$\psi(p) = \psi(0) + \pi^\alpha\int_0^p k_\alpha(p')dp', \tag{9}$$

поскольку фаза электромагнитной волны связана с волновым вектором соотношением $k_\alpha = \frac{\partial\psi}{\partial x^\alpha}$.

Вначале вычислим изменение волнового вектора фотона вдоль его траектории. Будем полагать, что фотон выходит из точки $p = 0$ и принимается в точке p. Тогда решение уравнения геодезических представимо в виде

$$k_\alpha(p) = \pi_\alpha + k_\alpha^{(1)}(0) + \frac{1}{2}\frac{\tau n_\alpha}{\nu}(h_+(\nu p + \xi) - h_+(\xi)) + \\ + \frac{1}{2}\frac{\sigma n_\alpha}{\nu}(h_\times(\nu p + \xi) - h_\times(\xi)). \tag{10}$$

Здесь введены обозначения $\nu = n_\alpha\pi^\alpha$, $\xi = n_\alpha x^\alpha$, $\tau = \pi^\alpha\pi^\beta t_{\alpha\beta}$, $\sigma = \pi^\alpha\pi^\beta s_{\alpha\beta}$.

Постоянную $k_\alpha^{(1)}(0)$ можно найти из условия нормировки $k_\alpha(p)k^\alpha(p) = 0$. Явный вид этой постоянной:

$$k_\alpha^{(1)}(0) = \frac{1}{2}\frac{\tau n_\alpha}{\nu}h_+(\xi) + \frac{1}{2}\frac{\sigma n_\alpha}{\nu}h_\times(\xi), \tag{11}$$

а решение окончательно имеет вид

$$k_\alpha(p) = \pi_\alpha + \frac{1}{2}\frac{\tau n_\alpha}{\nu}h_+(\nu p + \xi) + \frac{1}{2}\frac{\sigma n_\alpha}{\nu}h_\times(\nu p + \xi). \tag{12}$$

Рассмотрим простой пример движения фотона по прямой линии между двумя зеркалами, например, в резонаторе Фабри–Перо, которые расположены вдоль оси Oy. Пусть фотон выходит из точки $\boldsymbol{r} = 0$ в момент t. На расстоянии l от точки излучения фотона находится зеркало, от которого фотон отражается и направляется в начальную точку. Фотон отражается в момент $t_r = t + l/c$ в точке $y = -l$

и возвращается в точку излучения $\boldsymbol{r}=0$. Приход фотона в точку $y=-l$ вызывает сдвиг частоты:

$$k_\alpha(l)=\pi_\alpha+\frac{1}{2}\frac{\tau n_\alpha}{\nu}h_+(\nu l+\xi)+\frac{1}{2}\frac{\sigma n_\alpha}{\nu}h_\times(\nu l+\xi).$$

На обратном пути возникает дополнительный сдвиг частоты, который вычисляется по такой же формуле, единственное отличие заключается в замене π^α на вектор $\boldsymbol{\pi}^\alpha$, соответствующий обратному движению фотона:

$$k_\alpha(2l)=\boldsymbol{\pi}_\alpha+\frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{\tau} n_\alpha}{\boldsymbol{\nu}}h_+(\boldsymbol{\nu}\,2l+\boldsymbol{\xi})+\frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{\sigma} n_\alpha}{\boldsymbol{\nu}}h_\times(\boldsymbol{\nu}\,2l+\boldsymbol{\xi}), \tag{13}$$

где $\boldsymbol{\xi}=\nu l$.

Выберем $\varphi=0$, тогда полное изменение частоты при путешествии фотона туда-обратно будет

$$\frac{\delta\omega}{\omega}=\frac{1}{2}(1+\sin\theta)h(t)-\sin\theta h(t+(1-\sin\theta)l/c)-\\ -\frac{1}{2}(1-\sin\theta)h(t+2l/c). \tag{14}$$

Это уравнение было получено в работе [12] другим методом при решении задачи детектирования гравитационных волн с помощью доплер-слежения за космическими аппаратами; здесь h — одна из поляризационных компонент.

Основной характеристикой уравнения (14) является зависимость частотного сдвига $\delta\omega/\omega$ из-за троекратного действия гравитационной волны на фотоны: в момент появления гравитационного волнового фронта на фотон в точке излучения, в момент прибытия фотона, отраженного (переизлученного) от второго зеркала, как следствие взаимодействия фотонов и фронта ГВ и, наконец, в момент возвращения фотона в точку излучения, когда гравитационная волна по-прежнему действовала на систему зеркал. Для короткого гравитационно-волнового всплеска ($\Delta t\ll l/c$) структура функции (14) гарантирует, что ее профиль повторяется три раза в сдвиге частоты непрерывного потока фотонов между зеркалами. Этот результат имеет четкую интерпретацию, если вспомнить о том, что в релятивистском смещении частоты сдвиг пропорционален разности потенциалов между точками излучения и приема фотонов.

Подобные свойства должен иметь отклик сдвига фазы фотона на действие гравитационной волны. Чтобы вычислить его, мы должны проинтегрировать уравнения (12) и (13) в соответствии с уравнением (9). Это дает

$$\Delta\psi=\psi(2l)-\psi(0)=\\ =-\frac{i}{2}\frac{c}{\lambda_e}\left(\frac{\tau}{\nu}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{h_+(\Omega)}{\Omega}\exp(i\Omega\xi/c)(\exp(i\Omega\nu l/c)-1)+\right.\\ +\frac{\boldsymbol{\tau}}{\boldsymbol{\nu}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{h_+(\Omega)}{\Omega}\exp(i\Omega\boldsymbol{\xi}/c)(\exp(i\Omega\boldsymbol{\nu}l/c)-1)+\\ +\frac{\sigma}{\nu}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{h_\times(\Omega)}{\Omega}\exp(i\Omega\xi/c)(\exp(i\Omega\nu l/c)-1)+\\ \left.+\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\nu}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{h_\times(\Omega)}{\Omega}\exp(i\Omega\boldsymbol{\xi}/c)(\exp(i\Omega\boldsymbol{\nu}l/c)-1)\right). \tag{15}$$

Здесь $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\xi}$, $\boldsymbol{\nu}$ — величины, соответствующие обратному движению луча света. Кроме того, мы использовали обозначения для фурье-амплитуд двух поляризаций:

$$h_+(n_\alpha x^\alpha)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}h_+(\Omega)\exp(i\Omega n_\alpha x^\alpha),$$

$$h_\times(n_\alpha x^\alpha)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}h_\times(\Omega)\exp(i\Omega n_\alpha x^\alpha).$$

Кроме точных уравнений, полезно также проанализировать уравнения в пределе, когда длина гравитационной волны значительно больше, чем плечо интерферометра $\lambda_{\mathrm{GW}}\gg l$.

Вначале проанализируем вариацию частоты. Разложим все члены в триплетном отклике (14) в ряд Тейлора в окрестности точки t с точностью до линейных членов. Тогда

$$h(t+(1-\sin\theta)l/c)\approx h(t)+\frac{\partial h(t)}{\partial t}\cdot(1-\sin\theta)l/c,$$

$$h(t+2l/c)\approx h(t)+\frac{\partial h(t)}{\partial t}\cdot\frac{2l}{c},$$

и после приведения подобных членов получаем

$$\frac{\delta\omega}{\omega}=-\cos^2\theta\frac{l}{c}\frac{\partial h(t)}{\partial t}. \tag{16}$$

Таким образом, после прохождения света туда-обратно возникает частотный сдвиг, который пропорционален скорости изменения гравитационного потенциала, вызванного гравитационной волной, умноженного на длину пробега фотона.

Аналогичным образом можно вычислить набег фазы в поле гравитационной волны в пределе $\lambda_{\mathrm{GW}}\gg l$:

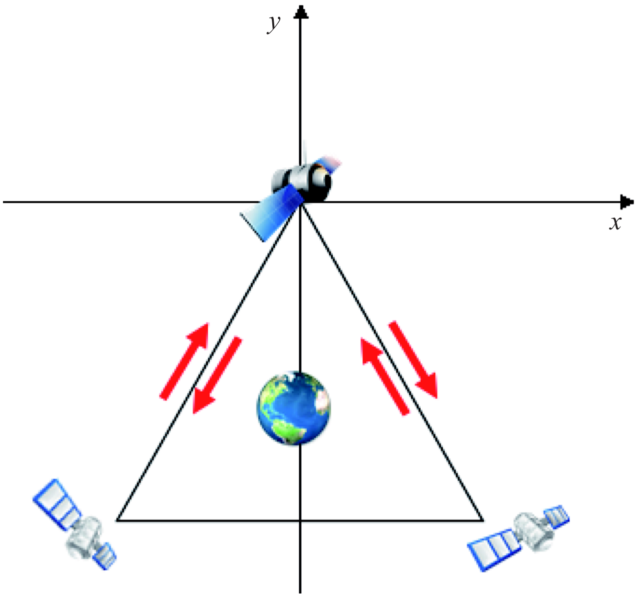
$$\Delta\psi=\frac{l}{2\lambda_e}\big((\tau+\boldsymbol{\tau})h_+(\Omega t)+(\sigma+\boldsymbol{\sigma})h_\times(\Omega t)\big). \tag{17}$$

В дальнейшем мы будем использовать уравнения (15), (17) для вычисления фазового отклика интерферометров различных конфигураций на гравитационную волну.

2. Космический оптический интерферометр в поле гравитационной волны

Проанализируем воздействие плоской монохроматической гравитационной волны на интерферометр Майкельсона в плоскости XY, имеющий центр в начале координат и с плечами, образующими равностороний треугольник (рисунок). Спутник, находящийся в центре системы координат, обозначим цифрой 0, два других спутника — 1 и 2.

Вычислим отклик системы на монохроматическую, плоскую гравитационную волну от двойной



Кластер спутников, реализующий детектор гравитационных волн

звезды. Будем считать, что эксцентриситет двойной звезды равен нулю. Тогда амплитуды обеих поляризаций можно обозначить как

$$h_+ = h_0 \frac{1+\cos^2 i}{2} \cos\left(\frac{4\pi}{P}\left(t-\frac{d}{c}\right)-2\omega\right),$$
$$h_\times = -h_0 \cos i \sin\left(\frac{4\pi}{P}\left(t-\frac{d}{c}\right)-2\omega\right), \tag{18}$$

где

$$h_0 = 7.6\cdot 10^{-22}\cdot\left(\frac{1\ \text{кпк}}{d}\right)\left(\frac{m_{\text{ch}}}{m_\odot}\right)\left(\frac{1\ \text{ч}}{P}\right). \tag{19}$$

Здесь i — угол наклона плоскости двойной системы к лучу зрения, ω — угловое расстояние перицентра двойной системы от узла, P — орбитальный период двойной системы,

$$m_{\text{ch}} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1+m_2)^{1/5}}$$

— «chirp mass».

Обозначим волновой вектор фотонов, которые двигаются от спутника 0 к спутнику 1, как

$$\boldsymbol{\pi}_{(1)\alpha} = (1, \cos\phi_1, \sin\phi_1); \tag{20}$$

вектор, соответствующий движению в обратном направлении, обозначим $\boldsymbol{\pi}_{(1)\alpha}$. Волновой вектор фотонов, которые двигаются от спутника 0 к спутнику 2, обозначим как

$$\boldsymbol{\pi}_{(2)\alpha} = (1, \cos\phi_2, \sin\phi_2), \tag{21}$$

а вектор, соответствующий движению в обратном направлении, обозначим $\boldsymbol{\pi}_{(2)\alpha}$.

Соответственно величины τ и σ для каждого из путей будут иметь вид

$$\tau_{(1)} = \frac{1}{2}\sin^2\theta + \frac{1}{2}\left(1+\cos^2\theta\right)\cos 2(\varphi-\phi_1) = \boldsymbol{\tau}_{(1)}, \tag{22}$$

$$\tau_{(2)} = \frac{1}{2}\sin^2\theta + \frac{1}{2}\left(1+\cos^2\theta\right)\cos 2(\varphi-\phi_2) = \boldsymbol{\tau}_{(2)}, \tag{23}$$

$$\sigma_{(1)} = \cos\theta\sin 2(\phi_1-\varphi) = \boldsymbol{\sigma}_{(1)}, \tag{24}$$

$$\sigma_{(2)} = \cos\theta\sin 2(\phi_2-\varphi) = \boldsymbol{\sigma}_{(2)}. \tag{25}$$

Гравитационные волны, излучаемые двойными звездами, имеют длину волны, сильно превосходящую расстояние между спутниками. Спутники, обращающиеся по орбитам вокруг Земли, реализуют базу интерферометра не более, чем расстояние до Луны, что соответствует временному масштабу примерно 1 с. Даже самая короткопериодическая двойная звезда имеет период 321 с, а следовательно, длина гравитационных волн от такой системы более чем в сто раз превосходит плечо интерферометра.

Поэтому при вычислении набега фазы, вызванного гравитационными волнами, будем рассматривать случай, когда длина гравитационной волны значительно превосходит плечо интерферометра (17).

Вычислим разность фаз волны, которая прошла по плечу 1 туда и обратно, с волной, которая прошла по плечу 2 туда и обратно. Такая разность фаз будет определяться уравнением

$$\Delta\psi = \frac{l}{2\lambda_e}\big((\tau_1+\boldsymbol{\tau}_1-\tau_2-\boldsymbol{\tau}_2)h_+(\Omega t) + (\sigma_1+\boldsymbol{\sigma}_1-\sigma_2-\boldsymbol{\sigma}_2)h_\times(\Omega t)\big). \tag{26}$$

Сразу отметим, что выражение (26) зависит от угла между плечами, а также от ориентации плоскости спутников и орбиты двойной звезды относительно прямой, соединяющей центр двойной звезды и начало координат системы спутников. После того как подставим в уравнение (26) выражения

$$\tau_1+\boldsymbol{\tau}_1-\tau_2-\boldsymbol{\tau}_2 = 2\left(1+\cos^2\theta\right)\sin(\Delta\phi)\sin(2(\varphi-\phi_1)-\Delta\phi),$$
$$\sigma_1+\boldsymbol{\sigma}_1-\sigma_2-\boldsymbol{\sigma}_2 = \cos\theta\sin(\phi_1-\phi_2)\cos(2(\varphi-\phi_1)-\Delta\phi),$$

где $\Delta\Psi = \phi_1-\phi_2$, а также выражения для двух поляризаций метрики (19), получим выражение вида

$$\Delta\psi(t) = \frac{l}{\lambda_e}h_0\sin(\Delta\phi)N_r\cos\left(\frac{4\pi}{P}\left(t-\frac{d}{c}\right)-2\omega+\Psi\right), \tag{27}$$

где

$$\cos\Psi = \left(\frac{1+\cos^2 i}{2}\right)\left(\frac{\tau_1+\boldsymbol{\tau}_1-\tau_2-\boldsymbol{\tau}_2}{N_r}\right), \tag{28}$$

$$\sin\Psi = \cos i\left(\frac{\sigma_1+\boldsymbol{\sigma}_1-\sigma_2-\boldsymbol{\sigma}_2}{N_r}\right), \tag{29}$$

$$N_r = \left\{\left(\frac{1+\cos^2 i}{2}(\tau_1+\boldsymbol{\tau}_1-\tau_2-\boldsymbol{\tau}_2)\right)^2 + \cos^2 i\,(\sigma_1+\boldsymbol{\sigma}_1-\sigma_2-\boldsymbol{\sigma}_2)^2\right\}^{-1/2}. \tag{30}$$

Отклик детектора зависит не только от сферических координат φ и θ, но также от угла наклона плоскости ι и от угла между плечами интерферометра $\Delta\Psi$.

В простейшем случае, когда $\theta = 0$, $\iota = 0$, для смещения фазы луча лазера получаем выражение

$$\Delta\psi(t) = 4\frac{l}{\lambda_e}h_0\sin(\Delta\Psi)\cos\left(\frac{4\pi}{P}\left(t - \frac{d}{c}\right) - 2\omega + \Psi\right). \tag{31}$$

Интерферометрические нерезонансные детекторы гравитационных волн используют согласованные пучки электромагнитных волн для мониторирования относительных колебаний частоты или фазы (гомодинный способ обнаружения). Наблюдаемые низкочастотные колебания частоты лазера обусловлены несколькими причинами:

1) колебания частоты источника электромагнитного сигнала около 0;

2) относительные движения электромагнитного источника и зеркала (или усиления транспондеров);

3) временные вариации индекса преломления вдоль плеча интерферометра;

4) переменное гравитационное поле, например, проходящей гравитационной волны.

При попытках наблюдения гравитационных волн космическими системами необходимо контролировать источники на относительно низких частотах и в процессе анализа данных использовать оптимальные алгоритмы на основе разных характерных откликов интерферометра на сигнал и на шум. Путем сравнения фаз электромагнитных пучков, которые распространяются вдоль перпендикулярных плеч интерферометра Майкельсона с равными длинами, флуктуации колебаний частоты могут быть удалены, что позволяет детектировать уровень гравитационных волновых сигналов на много порядков ниже, чем флуктуации частоты лазера.

Принципиально другая ситуация возникает при неравных плечах интерферометра. Такая ситуация является ожидаемой в космическом эксперименте, в котором расстояние между спутниками нельзя сделать равным с точностью до нескольких оптических длин волн. На орбите вокруг Земли это расстояние можно сделать и поддерживать с ошибкой в десять километров. Наличие такой разности в размерах плеч интерферометра приводит к исчезновению интерференции между пучками, хотя и позволяет наблюдать требуемую разность фаз при употреблении специальных алгоритмов обработки информации, которые называются TDI (time delay interferometry).

В случае космического интерферометра флуктуация частоты лазера, как ожидается, будет равна примерно

$$|C(f)| \approx 10^{-14}/\mathrm{Hz}.$$

В миллигерцовом диапазоне частот, который соответствует частотам двойных белых карликов, при различии длины плеч в несколько десятков километров выражение для амплитуды Фурье-компоненты мощности флуктуаций частоты колебаний лазера имеет вид

$$|\Delta C(f)| \approx |C(f)| \cdot 4\pi f |L_1 - L_2|/\mathrm{c},$$

где $L_1 - L_2$ — разность длин плеч интерферометра, f — частота накопления сигнала. При разности длин плеч 10 км, частоте гравитационной волны 6 мГц вклад флуктуаций частоты лазера в общий шум получается

$$|\Delta C(f)| \approx 2.5 \cdot 10^{-20}/\mathrm{Hz}.$$

Такая величина шума флуктуаций частоты хотя и значительно меньше, чем в космическом эксперименте LISA, все же недопустимо велика для детектирования гравитационных волн и требует применения алгоритмов TDI.

Одним из способов TDI алгоритма является проход лазерных лучей по маршруту спутник $1 to$ спутник $2 \to$ спутник 3 против хода часовой стрелки и по ходу часовой стрелки.

Необходимо отметить, что сдвиг фаз волны при одном проходе по замкнутому контуру в направлении против хода часовой стрелки будет такого же порядка, как (27), сдвиг фаз волны при проходе по замкнутому контуру в направлении по ходу часовой стрелки будет такого же порядка, как (27), но знак сдвига фаз будет противоположным. Разность фаз в двух разных направлениях будет содержать малый множитель, в нашем случае равный

$$\Omega l \approx 0.01.$$

Поэтому проход по часовой стрелке и против часовой стрелки можно использовать как референс-сигнал TDI.

Заключение

Таким образом, мы показали, что максимальный отклик на гравитационные волны от двойной системы достигается при разности углов $\Delta\phi = 90^\circ$. Известно, что для космического детектора LISA выбран угол между плечами 60°. Такое значение $\Delta\phi$ приводит к отклику несколько подавленному по сравнению с максимальным, хотя разница невелика. Для использования алгоритмов TDI можно применять проходы лазерных пучков по замкнутому контуру трех спутников по часовой стрелке и против часовой стрелки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 13-02-00; 15-52-53070-ГФЕН).

Авторы выражают благодарность В. Н. Семенцову за помощь в работе.

Список литературы

1. *J. Weber* // Phys. Rev. 1960. **117**. P. 306.
2. *Braginskii V.B., Zel'dovich Ya.B., Rudenko V.N.* // JETP Lett. **10**. P. 280.
3. *Ju L., Blair D.G., Zhao C.* // Rep. Prog. Phys. 2000. **63**. P. 1317.
4. *Abramovici A., Althouse W.E., Drever R.W.P.* at al. // Science. 1992. **256**, N 5055. P. 325.
5. *Aasi J.* et al. // Phys. Rev. 2013. **D87**. 022002.

6. *TAMA Collaboration* // Prog. Theor. Phys. Supplement. 1999. **136**. P. 72.
7. *AIGO* // http://www.aigo.org.au/.
8. *Hulse R.A., Taylor J.H.* // Astrophys. J. 1975. **195**. P. L51.
9. *Taylor J.H., Fowler L.A., McCulloch P.M.* // Nature. Feb. 8. 1979. **277**. P. 437.
10. *Weisberg J.M., Taylor J.H., Rasio F.A., Stairs I.H.* // Astron. Soc. Pacific Conf. Ser. 2005. **328**.
11. *Rubakov V.A., Tinyakov P.G.* // Physics Uspekhi. 2008. **51**, Iss. 8. P. 759.
12. *Dubovsky S.L., Rubakov V.A., Tinyakov P.G.* // Phys. Rev. D (Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology). 2000. **62**. 105011.
13. *Грищук Л.П., Сажин М.В.* // Журн. эксп. и теор. физ. 1975. **68**, № 5. С. 1569.
14. *Braginsky V.B., Grishchuk L.P., Doroshkievich A.G.* et al. // Symposium Sponsored by the International Astronomical Union Dordrecht. Warsaw, Poland, September 5–8, 1973. (IAU Symposium № 64.) D. Reidel Publishing Co., 1974. P. 54.
15. *Брагинский В.Б., Грищук Л.П., Дорошкевич А.Г.* и др. // Журн. эксп. и теор. физ. 1973. **65**, № 11. P. 1729.
16. *Грищук Л.П., Сажин М.В.* // Журн. эксп. и теор. физ. 1973. **65**, № 8. С. 441.
17. *Сажин М.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1982. **23**, № 3. С. 45.
18. *Власов И.Ю., Сажина О.С., Семенцов В.Н.* и др. // Астрон. журн. 2015. **92**, № 6. С. 1.
19. *Luo Jun, Chen Li-Sheng, Duan Hui-Zong* et al. // TianQin: a space-borne gravitational wave detector. Classical and Quantum Gravity. Accepted for publication.
20. *Сажин М.В.* // ЖЭТФ. 1998. **113**. С. 398.
21. *Estabrook F.B., Wahlquist H.D.* // Gravit. 1975. **6**. P. 439.

A satellite cluster as a gravitational-wave detector

M. V. Sazhin[1,a], **Yang Li**[2,b]

[1] *Sternberg State Institute of Astronomy, Moscow State University, Moscow 119191, Russia.*
[2] *Department of Celestial Mechanics, Astrometry and Gravimetry, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*
E-mail: [a] *moimaitre@mail.ru,* [b] *liyang19910203@163.com.*

The detection of gravitational waves by a cluster of satellites is considered. The detector is an optical interferometer formed of several satellites. The calculations for three spacecraft are given. The complete detector response to the monochromatic gravitational wave generated by a binary star is computed.

Keywords: gravitational waves, gravitational-wave detectors.
PACS: 04.80.Nn, 95.55.Ym.
Received 17 December 2015.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2016. **71**, No. 3. Pp. 317–322.

Сведения об авторах

1. Сажин Михаил Васильевич — доктор физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-50-06, e-mail: moimaitre@mail.ru.
2. Ли Ян — студент; тел.: (495) 939-11-00, e-mail: liyang19910203@163.com.