

ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Накат нелинейно деформированных морских волн на берег бухты параболического сеченияО. И. Диденкулов^{1,a}, И. И. Диденкулова^{1,2,b}, Е. Н. Пелиновский^{1,3}¹ Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева.
Россия, 603950, Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24.² Институт морских систем при Таллинском технологическом университете.
Эстония, 12618, Таллин, Академия теэ, д. 15А.³ Институт прикладной физики РАН. Россия, 603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46.
E-mail: ^a didenkulov@gmail.com, ^b dii@hydro.appl.sci-nnov.ru

Статья поступила 21.02.2016, подписана в печать 11.03.2016.

Рассмотрен накат длинных волн на берег в бухте параболического сечения с составным дном, где область постоянной глубины вдоль главной оси бухты сопряжена с участком постоянного уклона дна. Исследование проведено аналитически в рамках нелинейной теории мелкой воды в приближении, что высота начальной волны мала по сравнению с глубиной бассейна, а отражение от излома дна пренебрежимо мало. Подробно рассмотрены три типа падающих волн: синусоидальная волна и одиночные волны положительной и отрицательной полярностей. Показано, что нелинейная деформация синусоидальной волны на участке постоянной глубины происходит быстрее, чем у одиночных волн положительной и отрицательной полярности. При этом укрупнение одиночных волн отрицательной полярности происходит несколько быстрее, чем у одиночных волн положительной полярности. Следует отметить, что у волн положительной полярности укрупняется передний, а у волн отрицательной полярности — задний фронт волны. При накате таких нелинейно деформированных волн на берег бухты параболического сечения различия в крутизне могут иметь решающее значение, поскольку высота наката волн на берег в бухте параболического сечения прямо пропорциональна крутизне подходящей к откосу волны и может привести к аномальным заплескам волн на берег.

Ключевые слова: накат длинных волн на берег, бухта параболического сечения, нелинейная деформация, волны с асимметричным профилем.

УДК: 551.46. PACS: 92.10.Nm.

Введение

Теория наката нелинейных волн на берег активно развивается уже более полувека. Первое решение этой проблемы для волн на плоском откосе было найдено в 1958 г. Карриером и Гринспаном [1]. Поскольку волны в прибрежной зоне сильно различаются по форме, да и сама береговая линия весьма разнообразна, то задача наката волн на берег не имеет единого универсального решения и нуждается в учете особенностей каждого конкретного региона. Именно поэтому современная литература содержит большое количество работ, посвященных накату различных типов волн на берег в бухтах и бассейнах разнообразной формы, приведем здесь лишь некоторые из них [2–9].

Известно, что накат асимметричных волн с крутым передним фронтом часто приводит к аномально большим заплескам на берег, что неоднократно наблюдалось при подходе волн цунами, в частности во время индонезийского цунами 2004 г. и японского цунами 2011 г. [10–13]. В рамках нелинейной теории мелкой воды для случая плоского откоса в работах [8, 9] нами было предложено теоретическое объяснение этого эффекта. Было показано, что максимальная высота наката волн растет с ростом

крутизны переднего склона подходящей к откосу волны, в то время как максимальная глубина осушения берега практически не зависит от крутизны волны.

Важно отметить, что последние катастрофические последствия цунами часто наблюдались не на открытых берегах, а в бухтах, где происходит усиление волн на берегу, вызванное их геометрической фокусировкой [14–20]. Так было во время цунами в Индийском океане 2004 г. [10], цунами на Самоа 2009 г. [11, 12], а также во время японского цунами 2011 г. [13]. Объединение этих двух эффектов (геометрической фокусировки внутри бухты и влияния крутизны переднего фронта волны) может привести к образованию аномально высокого заплеска волны на берег, что и исследовано в настоящей работе для случая бухты параболического сечения.

1. Математическая модель

Рассмотрим движение длинных волн в линейно наклоненной бухте параболического сечения, форма которой описывается уравнением

$$z(x, y) = \begin{cases} -h_0 + \beta|y/y_0|^2, & x < -L, \\ -\alpha x + \beta|y/y_0|^2, & x > -L, \end{cases}$$

где $h_0 = \alpha L$, α — угол берегового склона, β — положительный коэффициент, x и y — соответственно продольная и поперечная координаты, L — длина откоса, а y_0 — опорная ширина канала. Для наглядности форма бухты также изображена на рис. 1.

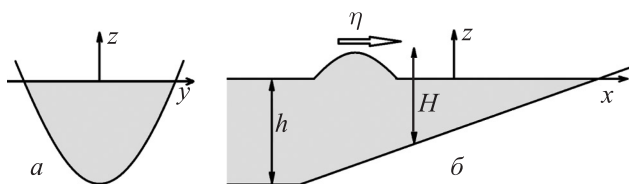


Рис. 1. Поперечное сечение (а) и продольная проекция (б) бухты

Для описания длинных волн в узких бухтах используются нелинейные уравнения мелкой воды, записанные в гидравлическом приближении [21]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{2H}{3} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g \frac{dh}{dx}, \quad (1)$$

где $u(x, t)$ — усредненная по сечению скорость потока воды, $H(x, t)$ — полная, а $h(x)$ — невозмущенная глубина канала вдоль его главной оси, g — гравитационная постоянная. Уравнения (1) могут быть получены из двумерных уравнений мелкой воды в приближении узости бухты, т.е. когда опорная ширина канала y_0 много меньше длины волны. В этом случае скорость потока в поперечном направлении много меньше скорости потока в продольном направлении. Пренебрегая ускорением в поперечном направлении, мы получим постоянное смещение водной поверхности в поперечном направлении бухты, а интегрируя по ширине бухты, получим исходные уравнения (1) для потока воды, усредненного по поперечному сечению бухты.

Уравнения (1) представляют собой нелинейную гиперболическую систему уравнений. На подвижной границе имеет место кинематическое граничное условие

$$H(x, t) = 0,$$

определяющее движение подвижного уреза в ее узкой части. Другое граничное условие ставится далеко от берега, что будет сделано далее. Таким образом, в целом необходимо решить нелинейную гиперболическую систему уравнений с неизвестной движущейся границей (урезом) и некоторым полем на входе в бухту, где глубина постоянна.

Отметим, что при накате волн в линейно наклоненной бухте любого сечения в отсутствие участка ровного дна уравнения нелинейной теории мелкой воды (1) имеют строгое аналитическое решение, получаемое с помощью преобразования Карриера–Гринспана [22]. Случай бухты параболического сечения отдельно подробно рассмотрен в [21]. Однако наличие «сшивки» линейного склона и участка постоянной глубины вдоль главной оси бухты существенно усложняет задачу, поэтому здесь огра-

ничимся асимптотическим решением. Для этого, во-первых, будем считать, что «сшивка» производится в «линейной» зоне, т.е. далеко от берега, где волну можно считать линейной. Во-вторых, будем считать угол линейного откоса вдоль главной оси бухты достаточно малым, чтобы можно было пренебречь отражением от излома.

Аналогично тому, как это было сделано ранее для одномерной задачи в [8], разделим процесс эволюции волн в бухте параболического сечения на два этапа. Этап 1: нелинейная деформация волн в параболическом канале постоянной глубины ($x < -L$) и этап 2: накат нелинейно деформированных волн на берег бухты параболического сечения ($x > -L$). Отдельно рассмотрим эти два этапа.

На этапе 1 будем считать волну почти линейной, т.е. амплитуда волны на этапе 1 мала по сравнению с глубиной на участке постоянной глубины. Тем не менее, при распространении на большие расстояния нелинейные эффекты в волне могут накопиться и привести к нелинейной деформации формы волны. Нелинейная деформация волн в параболическом канале постоянной глубины ($h(x) = h_0 = \text{const}$) на этапе 1 была рассмотрена в [23]. Кратко воспроизведем основные результаты, полученные в [23], и рассмотрим более подробно случаи распространения периодических и одиночных волн.

Решение уравнений (1) при $\alpha = 0$ есть риманова волна [23]:

$$\eta(x, t) = \eta_0 \left(t - \frac{x + x_0}{V(\eta)} \right), \quad (2)$$

где нелинейная скорость движения различных участков волны имеет вид

$$V(\eta) = c_0 \left[4 \sqrt{1 + \frac{\eta}{h_0}} - 3 \right], \quad (3)$$

где $c_0 = \sqrt{2gh_0/3}$ — линейная скорость длинных волн в канале параболического сечения. Это решение удовлетворяет граничному условию при $x = x_0$

$$\eta(x_0, t) = \eta_0(t),$$

$$u(x_0, t) = \sqrt{6} \left(\sqrt{g[h_0 + \eta_0(t)]} - \sqrt{gh_0} \right)$$

и описывает форму волны, входящей в бухту. Поскольку мы будем анализировать волны относительно малой амплитуды на ровном шельфе, то в диапазоне относительных амплитуд $(-0.1, +0.1)$ выражение (3) можно аппроксимировать первыми двумя членами разложения Тейлора (рис. 2):

$$V(\eta) \approx c_0 \left[1 + 2 \frac{\eta}{h_0} \right]. \quad (4)$$

При распространении римановой волны ее передний фронт становится более крутым, после чего, если канал достаточно протяженный, волна преобразуется в ударную (в рамках теории мелкой воды

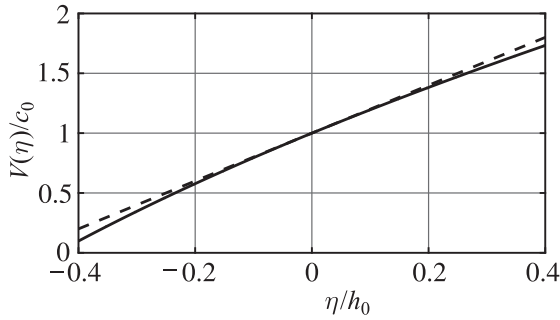


Рис. 2. Зависимость скорости движения участков волны от ее амплитуды. Сплошная линия — формула (3), пунктирная — приближенное выражение (4)

в бор). Крутизна переднего фронта римановой волны может быть найдена явно из уравнения (2):

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{V^{-1}(\eta_0) \frac{d\eta_0}{d\tau}}{1 + (x + x_0) \frac{dV^{-1}(\eta_0)}{d\tau}}, \quad \tau = t - \frac{x + x_0}{V(\eta)}, \quad (5)$$

и она стремится к бесконечности на «длине обрушения»:

$$X_{Br} = \frac{1}{\max \left(-\frac{dV^{-1}}{dt} \right)}, \quad V^{-1} = \frac{1}{V}. \quad (6)$$

Максимальная крутизна на профиле волны (5) достигается в точке на профиле с изначально большой крутизной (dV^{-1}/dt) и может быть выражена простой формулой

$$s = \max \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \frac{s_0}{1 - \frac{x + x_0}{X_{Br}}}, \quad (7)$$

где s_0 — крутизна начальной волны. Эти выражения справедливы для волны любой амплитуды, не обязательно малой.

Важно отметить, что нелинейная скорость V в точном решении (2) оказывается отрицательной для впадин большой амплитуды. В этом случае критическую полную глубину и амплитуду волны, при которой $V = 0$, можно рассчитать как

$$H_{cr} = \left(\frac{9}{16} \right) h_0, \quad \eta_{cr} = -\frac{7}{16} h_0. \quad (8)$$

Аналогичный эффект также наблюдался и на ровном дне [24], в этом случае критическая амплитуда составила $\eta_{cr}/h_0 = -5/9$.

Если использовать приближенную формулу (4), то критическая амплитуда волны окажется равной $\eta_{cr}/h_0 = -1/2$. Это значение отличается от точного в (8) на малую величину $1/16$, так что в принципе приближенным выражением (4) можно пользоваться в достаточно широком диапазоне изменения высот волн, а не только для малоамплитудных волн.

Поле скоростей римановой волны в канале параболического сечения описывается уравнением

$$u(\eta) = \sqrt{6} \left(\sqrt{g(h_0 + \eta)} - \sqrt{gh_0} \right). \quad (9)$$

Из (9) следует, что скорость потока положительна под гребнем волны и отрицательна под впадиной.

Соответствующий параметр в этом случае — это число Маха, которое обозначает отношение скорости течения (9) к скорости волны (3). Число Маха меняется от нуля в линейном пределе до бесконечности при критической глубине, что демонстрирует сильную нелинейность волн на мелкой воде.

2. Результаты и их обсуждение

Монохроматическая волна. В качестве примера рассмотрим трансформацию монохроматической волны

$$\eta_0(t) = A \sin(\omega t).$$

Длина обрушения монохроматической волны согласно (6) с помощью приближенной формулы (4) в приближении малых амплитуд находится в простой форме

$$\frac{X_{Br}}{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{A}{h_0} \right)^{-1},$$

где $\lambda = c_0 T$ — начальная длина волны, $T = 2\pi/\omega$ — ее период.

Крутизна волны при распространении вдоль участка постоянной глубины $-x_0 \leq x \leq -L$ увеличивается. При этом чем больше начальная амплитуда волны, тем более асимметричной она становится в конце участка постоянной глубины. Максимальная крутизна фронта этой волны около откоса может быть выражена как

$$\frac{s_{max}}{s_0} = \left(1 - 4\pi \left(\frac{x_0 - L}{\lambda} \right) \frac{A}{h_0} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Ее зависимость от параметра нелинейности волны A/h_0 представлена на рис. 3 для различных значений параметра $(x_0 - L)/\lambda$, характеризующего отношение длины пути, который проходит волна, к длине волны. Видно, что сначала достаточно долго крутизна растет довольно медленно и почти не меняется, но с некоторого момента (как правило, в этот момент крутизна достигает значения $s/s_0 = 2$) начинается интенсивный рост крутизны до бесконечности.

Одинокая волна солитоноподобной формы положительной полярности. Рассмотрим теперь

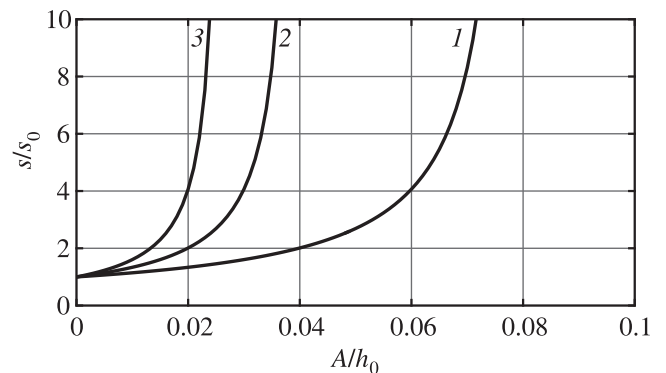


Рис. 3. Изменение максимальной крутизны переднего фронта синусоидальной волны при ее подходе к откосу в рамках приближенного решения (10); цифрами показаны значения параметра $(x_0 - L)/\lambda$

одинокую волну солитоноподобной формы положительной полярности

$$\eta_0(t) = A \operatorname{sech}^2(t/T).$$

Следуя той же схеме, что и в предыдущем случае монохроматической волны, получим выражение для длины обрушения одиночной солитоноподобной волны малой амплитуды:

$$\frac{X_{\text{Br}}}{\lambda} = \sqrt{3} \frac{h_0}{A} \left(\frac{3}{8} + \frac{A}{h_0} \right).$$

Здесь $\lambda = c_0 T$ имеет смысл полуширины солитона.

Пользуясь выражением (7), найдем, как меняется крутизна волны с изменением ее амплитуды:

$$\frac{s_{\text{max}}}{s_0} = \left[1 - \frac{8\sqrt{3}}{3} \left(\frac{x_0 - L}{\lambda} \right) \frac{A}{h_0} \left(\frac{1}{3 + 8A/h_0} \right) \right]^{-1}.$$

Изменение крутизны волны в зависимости от ее амплитуды показано на рис. 4. Из рис. 4 видно, что крутизна ведет себя так, как наблюдалось для монохроматической волны, однако меняется более медленно (см. рис. 3).

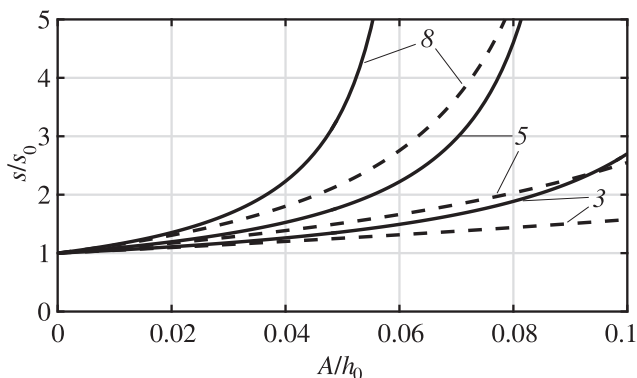


Рис. 4. Изменение максимальной крутизны переднего фронта солитоноподобной волны положительной (штриховая линия) и отрицательной (сплошная линия) полярности при ее подходе к откосу; цифрами показаны значения параметра $(x_0 - L)/\lambda$

Одинокую волну солитоноподобной формы отрицательной полярности. Рассмотрим также одиночную волну солитоноподобной формы отрицательной полярности

$$\eta_0(t) = -A \operatorname{sech}^2(t/T).$$

В этом случае длина обрушения рассчитывается как

$$\frac{X_{\text{Br}}}{\lambda} = \sqrt{3} \frac{h_0}{A} \left(\frac{3}{8} - \frac{A}{h_0} \right).$$

При этом относительная амплитуда отрицательной уединенной волны не может быть большой и превышать $3/8$, иначе волна опрокинется еще на входе в бухту. Изменение максимальной крутизны одиночной волны отрицательной полярности при ее распространении описывается

$$\frac{s_{\text{max}}}{s_0} = \left[1 - \frac{8\sqrt{3}}{3} \left(\frac{x_0 - L}{\lambda} \right) \frac{A}{h_0} \left(\frac{1}{3 - 8A/h_0} \right) \right]^{-1},$$

что также отображено на рис. 4. Принципиальным отличием от двух других сценариев является то, что в волне отрицательной амплитуды максимальная крутизна реализуется не на переднем, а на заднем фронте волны. Качественно крутизна отрицательной волны меняется по тому же сценарию, что и для двух других рассмотренных типов волн, и соответствует усиливающемуся росту крутизны волны с увеличением ее (отрицательной) амплитуды. При этом изменения максимальной крутизны в случае одиночной волны отрицательной полярности происходят медленнее, чем в случае синусоидальной волны, но быстрее, чем в случае одиночной волны положительной полярности.

На этапе 2 нелинейно деформированная риманова волна (2) накатывается на берег. Если сопряжение между участками дна достаточно гладкое (мал угол откоса), то можно пренебречь отражением от кромки шельфа и считать риманову волну (2) падающей в задаче наката. Накат волн в бухте параболического сечения подробно обсуждается в работе [21] и описывается простой формулой, зависящей от производной по времени от падающей на откос волны:

$$R_{\text{max}} = 4\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L}{\sqrt{gh_0}} \max \left[\frac{d\eta(-L, t)}{dt} \right]. \quad (11)$$

Максимум выражения в квадратных скобках в случае волн малой амплитуды прямо пропорционален максимальной крутизне подходящей к откосу волны s . Удобно переписать формулу (11) с нормировкой на начальную крутизну волны s_0 :

$$R_{\text{max}} = R_0 \frac{s}{s_0}, \quad R_0 = 4\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L}{\sqrt{gh_0}} \max \left(\frac{d\eta_0}{dt} \right). \quad (12)$$

Здесь R_0 соответствует максимальной высоте наката начального (недеформированного) импульса. Таким образом, в отличие от случая плоского откоса (где $R_{\text{max}} \sim \sqrt{s}$), в бухте параболического сечения влияние асимметрии подходящей к берегу волны более значительно и максимальная высота наката волны на берег прямо пропорциональна крутизне ее переднего фронта при подходе к береговому откосу (в точке $x = -L$). Из формулы (12) следует, что максимальная высота наката волн на берегу полностью определяется максимальной крутизной подходящей к склону волны, рассчитанной на этапе 1.

Заключение

Таким образом, мы рассмотрели накат длинных волн различной формы (периодическая синусоидальная волна, а также одиночные волны положительной и отрицательной полярности), распространяющихся в бухте параболического сечения с составной формой дна вдоль главной оси бухты, где участок постоянной глубины сопряжен с линейным уклоном дна. Накат волн в такой бухте изучен в рамках нелинейной теории мелкой воды с помощью двух приближений. Первое из них заключается в малости

амплитуды по сравнению с глубиной воды, а второе — в малости уклона откоса, так что отражением волн от излома дна можно пренебречь. В этом приближении исследование динамики длинных волн в составной бухте параболического сечения можно разбить на два этапа, где на первом этапе исследуется нелинейная деформация волн вдоль участка постоянной глубины, а на втором рассматривается непосредственно накат этих волн на берег. В результате было показано, что изменение максимальной крутизны у знакопеременной синусоидальной волны при ее распространении на участке с постоянной глубиной h в бассейне параболического сечения происходит существенно быстрее, чем у одиночных волн положительной или отрицательной полярностей. Так, при распространении синусоидальной волны с относительной амплитудой $A/h = 0.02$ на расстояние, сравнимое с тремя длинами волн, ее крутизна увеличивается в 4 раза, в то время как крутизна одиночных волн положительной или отрицательной полярности с той же амплитудой и на том же расстоянии увеличивается только в 1.1 раза. Следует также отметить, что у волн положительной полярности максимальная крутизна волны наблюдается на переднем фронте волны, в то время как у волн отрицательной полярности — на заднем. Также показано, что крутизна одиночной волны отрицательной полярности увеличивается быстрее, чем у такой же волны положительной полярности. На втором этапе при накате такой волны на берег линейно наклоненной бухты параболического сечения влияние крутизны оказывается определяющим. Показано, что высота наката волн на берег в бухте параболического сечения прямо пропорциональна крутизне подходящей к откосу волны. То есть усиление в бухте параболического сечения куда более сильное, чем в случае наката на плоский откос, где высота наката пропорциональна корню из крутизны [8], что также неоднократно наблюдалось во время подхода волн цунами, в частности в случае цунами на Самоа 2009 г. [11, 12].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 16-17-00041).

Список литературы

1. Carrier G.F., Greenspan H.P. // J. Fluid Mech. 1958. 4. P. 97.
2. Доценко С.Ф. // Морск. гидрофиз. исслед. 2005. № 4. С. 11. (Dotsenko S.F. // Physical Oceanography. 2005. 15, N 4. P. 211.)
3. Бернацкий А.В., Носов М.А. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2012. 48. № 4. С. 481. (Bernatskiy A.V., Nosov M.A. // Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics. 2012. 48, N 4. P. 427.)
4. Kânoglu U. // J. Fluid Mech. 2004. 513. P. 363.
5. Synolakis C.E. // J. Fluid Mech. 1987. 185. P. 523.
6. Tadeipalli S., Synolakis C. // Proc. R. Soc. London. 1994. 445. P. 99.
7. Tinti S., Tonini R. // J. Fluid Mech. 2005. 535. P. 33.
8. Диденкулова И.И., Заубо Н., Куркин А.А. и др. // Доклады РАН. 2006, 410, № 5, С. 676. (Didenkulova I.I., Zahibo N., Kurkin A.A. et al. // Doklady Earth Sciences. 2006. 411, N 8. P. 1241.)
9. Didenkulova I. // Applied Wave Mathematics: Selected Topics in Solids, Fluids, and Mathematical Methods. Heidelberg: Springer, 2009. P. 265.
10. Lavigne F., Paris R., Grancher D. et al. // Pure Appl. Geophys. 2009. 166. P. 259.
11. Okal E.A., Fritz H.M., Synolakis C.E. et al. // Seismol. Res. Lett. 2010. 81, N 4. P. 577.
12. Didenkulova I. // Nat. Hazards. 2013. 65, N 3. P. 1629.
13. Tsuji Y., Satake K., Ishibe T. et al. // Pure Appl. Geophys. 2014. 171. P. 3183.
14. Didenkulova I., Pelinovsky E. // Phys. Lett. A. 2009. 373, N 42. P. 3883.
15. Didenkulova I., Pelinovsky E. // Pure Appl. Geophys. 2011. 168, N 6–7. P. 1239.
16. Jay D.A. // J. Geophys. Res. 1991. 99, N C10. P. 20, 585–20, 598.
17. Friedrichs C.T., Aubrey D.G. // J. Geophys. Res. 1994. 99, N C2. P. 3321.
18. Prandle D. // J. Phys. Oceanogr. 2003. 33. P. 2738.
19. Savenije H.H., Toffolon M., Haas J., Veling E.J. // J. Geophys. Res. 2008. 113. P. C10025.
20. Levin B.V., Nosov M.A. Physics of tsunamis. Springer, 2016.
21. Didenkulova I., Pelinovsky E. // Physics of Fluids. 2011. 23, N 8. P. 086602.
22. Rybkin A., Pelinovsky E., Didenkulova I. // J. Fluid Mech. 2014. 748. P. 416.
23. Didenkulova I., Pelinovsky E. // Nonlinearity. 2011. 24. P. R1.
24. Диденкулова И.И., Заубо Н., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. // Изв. РАН. Физ. атмосферы и океана. 2006. 42, № 6. С. 839. (Didenkulova I.I., Zahibo N., Kurkin A.A., Pelinovsky E.N. // Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics. 2006. 42, N 6. P. 773.)

The run-up of nonlinearly deformed sea waves on the coast of a bay with a parabolic cross-section

O. I. Didenkulov^{1,a}, I. I. Didenkulova^{1,2,b}, E. N. Pelinovsky^{1,3,c}

¹ Alekseev Nizhny Novgorod State Technical University, Nizhny Novgorod 603950, Russia.

² Marine Systems Institute at the Tallinn University of Technology, Tallinn 12618, Estonia.

³ Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod 603950, Russia.

E-mail: ^a didenkulov@gmail.com, ^b dii@hydro.appl.sci-nnov.ru, ^c pelinovsky@hydro.appl.sci-nnov.ru.

The run-up of long waves on the coast of a bay with a parabolic cross-section, where the region of constant depth along the principal axis of the bay is connected with the linearly inclined segment, is considered. The study is carried out analytically in the framework of the nonlinear shallow-water theory under the approximation that the height of the initial wave is small compared to the basin depth, and the reflection

from the inflection point of the bottom is negligibly small. Three types of incident waves, viz., a sinusoidal wave and solitary waves of positive and negative polarities, are considered in detail. It is shown that a sinusoidal wave undergoes nonlinear deformation at a segment of constant depth faster than solitary waves of positive and negative polarities. Solitary waves of negative polarity steepen somewhat faster than solitary waves of positive polarity. Waves of positive polarity steepen at wave front, while waves of negative polarity steepen at wave rear. These differences in steepness may become crucial at the wave run-up stage, since the wave run-up height on the coast of a bay with a parabolic cross-section is directly proportional to the steepness of a wave that arrives at the slope and can lead to the anomalous run-up of waves on the coast.

Keywords: long wave run-up on the coast, bay with a parabolic cross-section, nonlinear deformation, waves with an asymmetric profile.

PACS: 92.10.Hm.

Received 21 February 2016.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2016. **71**, No. 3. Pp. 323–328.

Сведения об авторах

1. Диденкулов Олег Игоревич — аспирант; тел.: (831) 436-04-89, e-mail: didenkulov@gmail.com.
2. Диденкулова Ирина Игоревна — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (831) 436-04-89, e-mail: dii@hydro.appl.sci-ppov.ru.
3. Пелиновский Ефим Наумович — доктор физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник, профессор; тел.: (831) 416-48-39, e-mail: pelinovsky@hydro.appl.sci-ppov.ru.