

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Поглощение и генерация электромагнитных волн структурными неоднородностями твердого телаП. И. Пронин^a, Н. Э. Смирнов^b*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: ^a petr@phys.msu.ru, ^b smirnov@phys.msu.ru*

Статья поступила 20.04.2016, подписана в печать 11.05.2016.

Найдены условия интегрируемости уравнений электромагнитного поля в сплошной среде с дефектами и их волновые решения. Исследованы эффекты, вызванные воздействием дислокаций на распространение электромагнитных волн в твердом теле: изменение направления распространения электромагнитной волны в сплошной среде; вращение плоскости поляризации электромагнитной волны; возбуждение продольных компонент электромагнитной волны и связанное с этим изменение ее интенсивности. Получено уравнение энергетического баланса для электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций и показано, что электромагнитная волна возбуждает в твердом теле экситонные моды, локализованные на дислокациях.

Ключевые слова: твердое тело, дефекты, электродинамика, дислокации, электромагнитные волны, геометрическая оптика, экситон.

УДК: 537.877, 537.867, 537.9, 535.131, 538.911, 514.83, 514.754.7, 53.01, 53.043.

PACS: 61.72.-y, 61.72.Bb, 61.72.Lk, 41.20.-q, 42.15.-i, 78.90.+t.

Введение

В рамках калибровочного описания структурных дефектов в твердом теле [1–6] было показано, что в качестве модели сплошной среды с дефектами можно использовать пространство Римана–Картана $\mathcal{U}_4$ с неевклидовой метрикой $g_{\mu\nu}$ и несимметричным объектом связности $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$. При этом внутренние напряжения, возникающие в кристаллах вследствие наличия дефектов кристаллической решетки, моделируются как изменение геометрии континуума. Дислокациям тогда отвечает наличие ненулевых компонент в тензоре кручения $Q_{\mu\nu}^\alpha$ [2, 6]. В дальнейшем мы ограничимся случаем, когда можно пренебречь влиянием внешних напряжений на движение дислокаций внутри твердого тела (деформации малы или отсутствуют), и будем считать, что метрика многообразия, моделирующего твердое тело, совпадает с метрикой евклидова пространства, а связность задается лишь своими пространственными компонентами: $\Gamma_{jk}^i = Q_{jk}^i + Q_{jk}^i + Q_{kj}^i = \Gamma_{ijk}$. Также будем полагать, что распределение структурных дефектов стационарно и при взаимодействии с внешними полями меняется пренебрежимо мало. Такой подход позволит исследовать эффекты влияния дислокаций на электромагнитные процессы внутри твердых тел с линейными дефектами с макроскопической точки зрения, т. е. в случае, когда характерная длина волны физического процесса много больше параметров кристаллической решетки.

В разд. 1 мы найдем условия интегрируемости для системы уравнений электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распре-

лением дефектов. Базируясь на решениях уравнений электростатики и магнитостатики, в разд. 2 изучим волновые решения системы уравнений для электромагнитного поля в сплошной среде с заданным распределением дислокаций. Разд. 3 посвящен исследованию эффектов, вызываемых воздействием дислокаций на распространение электромагнитных волн в среде. В 4-м разд. получено уравнение энергетического баланса для электромагнитного поля в среде со структурными неоднородностями и проведено сопоставление качественных закономерностей «дислокационного поглощения» с данными экспериментальных исследований [7–15]. В заключении мы коротко остановимся на анализе полученных результатов и дальнейших перспективах исследований.

1. Электромагнитное поле в среде с дефектами

В работе [16] было показано, что экспериментально определяемому тензору $\hat{\rho}$ плотности дислокаций можно сопоставить тензор кручения $\hat{Q}$, равный

$$Q_{kl}^i = \varkappa \varepsilon_{jkl} \rho^{ij}, \quad (1)$$

где ε_{jkl} — полностью антисимметричный символ Леви-Чивиты, $\varkappa$ — некоторая константа (константа взаимодействия электромагнитного поля с дефектами), что согласуется с [1, 17]. Поскольку рассматривается чисто дислокационное свободное состояние и метрика g_{ij} совпадает с евклидовой δ_{ij} , мы не будем различать верхние и нижние индексы. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

В этом случае уравнения для электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распре-

лением дислокаций будут [16]:

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{D} &= \varkappa ((\hat{\rho})_{ij} - (\hat{\rho}^\top)_{ij}) \varepsilon^{ikj} D_k, \\ \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \operatorname{rot} \mathbf{H} &= 2\varkappa \hat{\rho}^\top \mathbf{H}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= \varkappa ((\hat{\rho})_{ij} - (\hat{\rho}^\top)_{ij}) \varepsilon^{ikj} B_k, \\ \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -2\varkappa \hat{\rho}^\top \mathbf{E},\end{aligned}\quad (2)$$

где $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля, $\mathbf{D}$ — индукция электрического поля, $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля, $\mathbf{B}$ — индукция магнитного поля, $(\hat{\rho}^\top)_{ij} = (\hat{\rho})_{ji}$ — транспонированная матрица тензора плотности дислокаций. Здесь и в дальнейшем $\hat{\rho}^\top \mathbf{E}$ означает $(\hat{\rho}^\top \mathbf{E})_i = (\hat{\rho}^\top)_{ij} E_j$ и т. п.

В случае антисимметричного тензора плотности распределения дислокаций ($\rho_{ij} = -\rho_{ji}$) эти уравнения можно записать в виде

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{D} &= (\mathbf{Q}, \mathbf{D}), \\ \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \operatorname{rot} \mathbf{H} &= -\frac{1}{2} [\mathbf{Q}, \mathbf{H}], \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= (\mathbf{Q}, \mathbf{B}), \\ \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} \mathbf{E} &= \frac{1}{2} [\mathbf{Q}, \mathbf{E}],\end{aligned}\quad (3)$$

где $(\mathbf{Q})_j = -2\varkappa \varepsilon_{jil} \rho^{il}$.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\rho_{e.\text{ef}} &= \frac{1}{4\pi} (\mathbf{Q}, \mathbf{D}) \quad \text{и} \quad \mathbf{j}_{e.\text{ef}} = -\frac{c}{2\pi} \varkappa \hat{\rho}^\top \mathbf{H}, \\ \rho_{m.\text{ef}} &= \frac{1}{4\pi} (\mathbf{Q}, \mathbf{B}) \quad \text{и} \quad \mathbf{j}_{m.\text{ef}} = \frac{c}{2\pi} \varkappa \hat{\rho}^\top \mathbf{E}.\end{aligned}\quad (4)$$

Эти величины будем называть «наведенными». Термин «наведенный» подразумевает эффективные величины, возникающие только в результате взаимодействия электромагнитного поля с дефектами. С учетом введенных обозначений уравнения электромагнитного поля будут:

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi \rho_{e.\text{ef}}, \\ \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \operatorname{rot} \mathbf{H} &= -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{e.\text{ef}}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 4\pi \rho_{m.\text{ef}}, \\ \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{m.\text{ef}}.\end{aligned}\quad (5)$$

Поскольку среда в целом нейтральна, то эти «наведенные» заряды и токи локализованы в области сосредоточения самих дефектов и удовлетворяют законам сохранения:

$$\frac{\partial \rho_{e.\text{ef}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{e.\text{ef}} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \rho_{m.\text{ef}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{m.\text{ef}} = 0. \quad (6)$$

Полученные законы сохранения являются условиями интегрируемости системы уравнений электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций.

Пусть только антисимметричная часть тензора плотности дислокаций отлична от нуля. Это отвечает распределению только краевых дислокаций в твердом теле, например, дислокационная стенка

из краевых дислокаций и пр. Тогда, предварительно умножив уравнение (6) на $\frac{4\pi}{c}$, получим

$$\frac{4\pi}{c} \left(\frac{\partial \rho_{e.\text{ef}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{e.\text{ef}} \right) = \frac{1}{2} (\mathbf{Q}, \operatorname{rot} \mathbf{H}) = 4\varkappa \rho_{kj} \partial_j H_k = 0. \quad (7)$$

Это равенство появляется как следствие отсутствия в среде дисклинаций [1, 17], так как $\operatorname{rot} \mathbf{Q} = 0$ в случае равенства нулю дивергенции тензора плотности дислокаций ($\operatorname{div} \hat{\rho} = \partial_j \rho_{ij} = 0$). Такое допущение вполне естественно в силу того, что количество дисклинаций в единице объема среды на много порядков меньше, чем дислокаций [18].

Аналогично из второго уравнения системы (6) получим

$$\begin{aligned}\frac{4\pi}{c} \left(\frac{\partial \rho_{m.\text{ef}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{m.\text{ef}} \right) &= \\ &= -\frac{1}{2} (\mathbf{Q}, \operatorname{rot} \mathbf{E}) = 4\varkappa \rho_{kj} \partial_j E_k = 0.\end{aligned}\quad (8)$$

Соотношения (7) и (8) указывают на анизотропизацию среды, следствием которой будет зависимость электромагнитного поля в том или ином направлении от распределения дислокаций.

2. Электромагнитные волны в сплошной среде с дислокациями

Уравнения электростатики и магнитостатики удобно записать как

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = (\mathbf{Q}, \mathbf{D}) \quad \text{и} \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} - \frac{1}{2} [\mathbf{Q}, \mathbf{E}] = 0, \quad (9)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = (\mathbf{Q}, \mathbf{B}) \quad \text{и} \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} - \frac{1}{2} [\mathbf{Q}, \mathbf{H}] = 0. \quad (10)$$

Поскольку в рассматриваемой модели векторное поле $\mathbf{Q}$ — потенциальное, представив его как $\mathbf{Q} = \operatorname{grad} \theta = \nabla \theta$, где θ — некоторая скалярная функция $\theta(\mathbf{r})$, из (9) получим

$$((\nabla - (\nabla \theta)), \mathbf{D}) = 0, \quad \left[\left(\nabla - \frac{1}{2} (\nabla \theta) \right), \mathbf{E} \right] = 0. \quad (11)$$

Подставив $\mathbf{D} = F_1 \mathbf{D}_0$ и $\mathbf{E} = F_2 \mathbf{E}_0$ в (11), где поля $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{D}_0$ удовлетворяют обычным уравнениям электростатики без источников

$$\operatorname{div} \mathbf{D}_0 = 0, \quad \text{и} \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_0 = 0, \quad (12)$$

убедимся в том, что скалярные функции F_1 и F_2 должны удовлетворять системе уравнений

$$\nabla F_1 - F_1 (\nabla \theta) = 0, \quad \text{и} \quad \nabla F_2 - (F_2 (\nabla \theta))/2 = 0. \quad (13)$$

Стало быть,

$$\mathbf{D} = C_1 \mathbf{D}_0 \exp(\theta) \quad \text{и} \quad \mathbf{E} = C_2 \mathbf{E}_0 \exp(\theta/2), \quad (14)$$

$$\mathbf{B} = C_3 \mathbf{B}_0 \exp(\theta) \quad \text{и} \quad \mathbf{H} = C_4 \mathbf{H}_0 \exp(\theta/2). \quad (15)$$

Учитывая, что статические возмущения не распространяются в среде [19, 20], преобразуем $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ к виду

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \mathbf{D}_1 \exp \left(\int \mathbf{Q} d\mathbf{r} \right), \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_1 \exp \left(\frac{1}{2} \int \mathbf{Q} d\mathbf{r} \right), \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_1 \exp \left(\int \mathbf{Q} d\mathbf{r} \right), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_1 \exp \left(\frac{1}{2} \int \mathbf{Q} d\mathbf{r} \right).\end{aligned}$$

В итоге получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D}_1 &= 0, \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}_1}{\partial t} = \exp\left(-\frac{1}{2} \int \mathbf{Q} d\mathbf{r}\right) \operatorname{rot} \mathbf{H}_1, \\ \operatorname{div} \mathbf{B}_1 &= 0, \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} = -\exp\left(-\frac{1}{2} \int \mathbf{Q} d\mathbf{r}\right) \operatorname{rot} \mathbf{E}_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Считая, что приведенными выше преобразованиями была скомпенсирована статическая поляризация, будем искать решение системы (16) в виде

$$\mathbf{D}_1 = \mathfrak{D}, \quad \mathbf{B}_1 = \mathfrak{B}, \quad \mathbf{E}_1 = \mathfrak{E} + \mathbf{E}_2, \quad \mathbf{H}_1 = \mathfrak{H} + \mathbf{H}_2, \quad (17)$$

где $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$ удовлетворяют системе уравнений Максвелла для электромагнитного поля в сплошной среде без дефектов при отсутствии сторонних зарядов и токов:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathfrak{D} &= 0, \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} - \operatorname{rot} \mathfrak{H} = 0, \\ \operatorname{div} \mathfrak{B} &= 0, \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} \mathfrak{E} = 0. \end{aligned}$$

После тривиальных вычислений получим систему уравнений для дополнительных полей, характеризующих отличие электромагнитной волны в сплошной среде с дислокациями от электромагнитной волны в той же среде без дислокаций:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}_2 &= \left(-1 + \exp\left(\frac{1}{2} \int \mathbf{Q} d\mathbf{r}\right)\right) \operatorname{rot} \mathfrak{H}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_2 &= \left(-1 + \exp\left(\frac{1}{2} \int \mathbf{Q} d\mathbf{r}\right)\right) \operatorname{rot} \mathfrak{E}. \end{aligned} \quad (18)$$

Соотношения (14), (16), (18) указывают на изменение диэлектрических и магнитных свойств среды при появлении в ней линейных дефектов, по сравнению с такой же сплошной средой, не содержащей структурных дефектов, а также на анизотропию распространения электромагнитных волн.

Решение первого уравнения (18) будем искать в виде $\mathbf{H}_2 = (\exp(\theta/2) - 1)\mathfrak{H} - \Phi_H$, где $\theta = -2\chi \int \rho_{ij} \varepsilon_{ijk} dx_k$, а Φ_H — вектор-функция от $\mathbf{r}$, удовлетворяющая уравнению

$$\operatorname{rot} \Phi_H = \frac{1}{2} [\mathbf{Q}, \mathfrak{H}] \exp(\theta/2) \quad (19)$$

$$\text{или } \varepsilon_{ijk} (\partial \Phi_{H_k} / \partial x_j) = \frac{1}{2} \exp(\theta/2) \varepsilon_{ijk} Q_j \mathfrak{H}_k.$$

Решение уравнения (19) содержит два слагаемых: $\Phi_H = \Phi_H^{(e)} + \Phi_H^{(a)}$, где $\Phi_H^{(e)} = \nabla F$, и F — скалярная функция от $\mathbf{r}$, а $\Phi_H^{(a)}$ удовлетворяет соотношению $\operatorname{rot} \Phi_H^{(a)} \neq 0$. Как хорошо известно [21], описание явлений часто существенно упрощается, если перейти от векторов к дуальным тензорам. Поэтому домножим (19) на ε_{lmi} и учтем, что $\varepsilon_{lmi} \varepsilon_{ijk} = \delta_{lj} \delta_{mk} - \delta_{lk} \delta_{mj}$:

$$\begin{aligned} (\delta_{lj} \delta_{mk} - \delta_{lk} \delta_{mj}) (\partial \Phi_{H_k} / \partial x_j) &= \\ &= \frac{1}{2} \exp(\theta/2) (\delta_{lj} \delta_{mk} - \delta_{lk} \delta_{mj}) Q_j \mathfrak{H}_k. \end{aligned} \quad (20)$$

Из (20) следует, что уравнение (19) выполняется тождественно, если $\Phi_H^{(a)}$ удовлетворяет одной из

систем уравнений:

$$\begin{aligned} \partial \Phi_{H_i}^{(a)} / \partial x^i &= \frac{1}{2} \exp(\theta/2) Q_i \mathfrak{H}_j \\ \text{или } \partial \Phi_{H_i}^{(a)} / \partial x^i &= -\frac{1}{2} \exp(\theta/2) Q_i \mathfrak{H}_j. \end{aligned} \quad (21)$$

Следовательно, в общем случае для $\Phi_H^{(a)}$ имеем выражение $\Phi_H^{(a)} = \alpha \Phi_H^{(1)} + \beta \Phi_H^{(2)}$, где α и β — некоторые константы (в общем случае α и β могут быть функциями времени), $\Phi_H^{(1)}$ — решение первой системы уравнений (21), а $\Phi_H^{(2)}$ — решение второй системы (21):

$$\begin{aligned} \Phi_H^{(1)} &= \frac{1}{2} \int \exp\left(\int \mathbf{Q} d\mathbf{r}/2\right) \mathfrak{H}(\mathbf{Q} d\mathbf{r}), \\ \Phi_H^{(2)} &= -\frac{1}{2} \int \exp\left(\int \mathbf{Q} d\mathbf{r}/2\right) \mathfrak{H}(\mathbf{Q} d\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (22)$$

Проводя аналогичные вычисления для второго уравнения системы (18), получим

$$\Phi_E = \Phi_E^{(e)} + \gamma \Phi_E^{(1)} + \xi \Phi_E^{(2)}, \quad (23)$$

где γ и ξ — некоторые константы (в общем случае функции времени), а $\Phi_E^{(e)} = \nabla \Psi$, Ψ — функция от x, y, z . Соответственно для $\Phi_E^{(1)}$ и $\Phi_E^{(2)}$ имеем следующее представление:

$$\begin{aligned} \Phi_E^{(1)} &= \frac{1}{2} \int \exp\left(\int \mathbf{Q} d\mathbf{r}/2\right) \mathfrak{E}(\mathbf{Q} d\mathbf{r}), \\ \Phi_E^{(2)} &= -\frac{1}{2} \int \exp\left(\int \mathbf{Q} d\mathbf{r}/2\right) \mathfrak{E}(\mathbf{Q} d\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, для электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций, описываемым антисимметричным тензором плотности дислокаций, в предположении, что все константы равны $\frac{1}{2}$ ($\alpha = \beta = \gamma = \xi = \frac{1}{2}$), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathfrak{E} + \mathfrak{E} \exp(\theta(\mathbf{r})/2) + \\ &+ \frac{1}{4} \int \exp(\theta(\mathbf{r})/2) [d\mathbf{r}, [\mathfrak{E}, \mathbf{Q}]] + \Phi_E^{(e)}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathfrak{H} + \mathfrak{H} \exp(\theta(\mathbf{r})/2) + \\ &+ \frac{1}{4} \int \exp(\theta(\mathbf{r})/2) [d\mathbf{r}, [\mathfrak{H}, \mathbf{Q}]] + \Phi_H^{(e)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Эта общая форма решений уравнений для электромагнитных полей в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций явно указывает на то, что в распространяющейся волне появляются компоненты с волновым вектором, коллинеарным $\mathbf{Q}$. Рассмотрим теперь некоторые частные случаи.

3. Физические эффекты распространения электромагнитных волн в среде с дефектами

Рассмотрим более подробно эффекты, к которым приводит наличие дислокаций в твердом теле. Из (25), (26) явно видно что наличие дислокаций приводит, в первую очередь, к изменению направления распространения электромагнитной волны. Действительно, пусть

$$\mathfrak{E} = \mathbf{e}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \mathbf{r}), \quad \mathfrak{H} = \mathbf{h}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \mathbf{r}), \quad (27)$$

тогда первые слагаемые в (25), (26) представляют собой нулевое приближение, а вторые слагаемые в слабом поле дефектов приводят к изменению электрических и магнитных свойств твердого тела и к изменению показателя преломления среды n .

Другой эффект — вращение плоскости поляризации и затухание электромагнитной волны при ее распространении в среде с дефектами.

Пусть в сплошной среде дислокации распределены таким образом, что $\mathbf{Q} = \{Q_0, 0, 0\}$ и $Q_0 = \text{const}$. Это соответствует тому, что в тензоре плотности распределения дислокаций отличны от нуля только компоненты ρ_{23} и ρ_{32} , причем, $\rho_{23} = -\rho_{32}$. Пусть в среде распространяется плоская волна, в которой $\mathbf{E} = \{0, E_p, 0\}$ и $\mathbf{H} = \{0, 0, H_p\}$, где $E_p = e_0 \cos(\omega t - k_0 x)$, $H_p = h_0 \cos(\omega t - k_0 x)$ и $\mathbf{k} = (k_0, 0, 0)$.

Тогда из (25) и (26) легко видеть, что в результате взаимодействия электромагнитной волны с линейными дефектами среды у первоначально плоскополяризованной волны появятся продольные компоненты. Проведем сначала вычисления для $\mathbf{E}$:

$$\mathbf{E} = \left\{ E_p (1 + \exp(Q_0 x/2)) - \frac{1}{4} \int \exp\left(\frac{Q_0 x}{2}\right) Q_0 E_p dx \right\} \mathbf{n}_y + \frac{1}{4} \mathbf{n}_x \int \exp\left(\frac{Q_0 x}{2}\right) Q_0 E_p dy, \quad (28)$$

где $\mathbf{n}_x$, $\mathbf{n}_y$, $\mathbf{n}_z$ — единичные векторы, направленные по осям OX , OY , OZ .

Подставив выражение для $\mathbf{E}$ в (28) и проинтегрировав, получим

$$\mathbf{E} = \{E_x, E_y, 0\}, \quad (29)$$

где

$$E_x = \frac{1}{4} Q_0 e_0 (Y + C_1) \exp(Q_0 x/2) \cos(\omega t - k_0 x), \quad (30)$$

$$E_y = e_0 \left\{ (1 + \exp(Q_0 x/2)) \cos(\omega t - k_0 x) - \frac{1}{4} \exp(Q_0 x/2) Q_0 \cos(\omega t - k_0 x + \varphi) \right\}, \quad (31)$$

где $\text{tg } \varphi = 2k_0/Q_0$, Y — текущее значение координаты точки по оси OY , C_1 — константа интегрирования.

Проведя аналогичные вычисления для напряженности магнитного поля $\mathbf{H}$, получим следующее решение:

$$\mathbf{H} = \{H_x, 0, H_z\}, \quad (32)$$

где

$$H_x = \frac{1}{4} Q_0 h_0 (Z + C_2) \exp(Q_0 x/2) \cos(\omega t - k_0 x), \quad (33)$$

$$H_z = h_0 \left\{ (1 + \exp(Q_0 x/2)) \cos(\omega t - k_0 x) - \frac{1}{4} Q_0 \exp(Q_0 x/2) \cos(\omega t - k_0 x + \varphi) \right\}, \quad (34)$$

где Z — текущее значение координаты точки по оси OZ , C_2 — константа интегрирования. Физически такое явление может быть объяснено тем, что каждая дислокация становится, как и любое препятствие, источником вторичных волн, согласно принципу Гюйгенса. В силу того, что эти волны удовлетворяют уравнениям электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций, их распространение будет регламентировано условиями (для плоских волн)

$$(\mathbf{Q}, [\mathbf{k}_0, \mathbf{H}]) = 0, \quad (\mathbf{Q}, [\mathbf{k}_0, \mathbf{E}]) = 0, \quad (35)$$

которые являются следствием уравнений (16), (18), (7), (8). Из-за того что в плоской волне векторы $\mathbf{k}_0$, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ взаимно ортогональны, приходим к выводу, что для выполнения (35) волновой вектор $\mathbf{k}$ должен быть коллинеарен вектору $\mathbf{Q}$.

Покажем справедливость (35). Подставив представление для волновых решений $\mathbf{E} = \exp(\theta/2) \times (\mathbf{E} + \mathbf{E}_2)$ и $\mathbf{H} = \exp(\theta/2) (\mathbf{H} + \mathbf{H}_2)$ в условия интегрируемости для электромагнитного поля в сплошной среде с линейными дефектами, получим

$$0 = (\mathbf{Q}, \text{rot } \mathbf{E}) = \exp(\theta) (\mathbf{Q}, \text{rot } \mathbf{E}) \quad (36)$$

и $0 = (\mathbf{Q}, \text{rot } \mathbf{H}) = \exp(\theta) (\mathbf{Q}, \text{rot } \mathbf{H}),$

т.е. $(\mathbf{Q}, \text{rot } \mathbf{E}) = 0$ и $(\mathbf{Q}, \text{rot } \mathbf{H}) = 0$. С другой стороны, трактуя соотношения $\text{rot } \mathbf{E}_2 = (\exp(\theta/2) - 1) \text{rot } \mathbf{E}$ как уравнение $\text{rot } \mathbf{E}_2 = \mathbf{j}_{\text{polar}}$, приходим к выводу, что соотношения (36) эквивалентны соотношениям типа $\text{div } \mathbf{j}_{\text{polar}} = 0$, что в стандартной электродинамике приводит к требованию поперечности распространяющейся электромагнитной волны.

Пусть падающая волна и волна, распространяющаяся в среде, плоские, тогда, используя стандартные выражения для $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(i(\omega t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})), \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i(\omega t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})), \quad (37)$$

получим из (36) с учетом (37)

$$(\mathbf{Q}, [\mathbf{k}_0, \mathbf{H}_0]) = 0, \quad (38)$$

$$(\mathbf{Q}, [\mathbf{k}_0, \mathbf{E}_0]) = 0. \quad (39)$$

Заметим, что равенство (38) выполняется, если $\mathbf{Q}$ лежит в плоскости, натянутой на векторы $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{H}_0$. Соотношение (39) выполняется, если $\mathbf{Q}$ лежит в плоскости, натянутой на векторы $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{E}_0$. С учетом ортогональности $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{H}_0$, $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{E}_0$, а также совместности условий (38) и (39) приходим к выводу, что $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{Q}$ должны быть коллинеарны в возбуждающей электромагнитной волне. Для объяснения того, что условия интегрируемости уравнений электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций оказались условиями на $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ в возбуждающей электромагнитной волне, привлечем модель «мертвого» слоя [22], в соответствии с которой вблизи границы раздела формируется переходный слой небольшой толщины с электромагнитными свойствами, совпадающими со

свойствами среды без дефектов, поэтому условия интегрируемости для системы уравнений, описывающих распространение электромагнитных волн в такой среде, будут являться дополнительными граничными условиями на поверхности раздела между «мертвым» слоем и сплошной средой с линейными дефектами.

4. Законы дислокационного поглощения

Полученные решения (29), (30), (31) и (32), (33), (34) можно рассматривать как указание на явления затухания электромагнитных волн в результате взаимодействия с дислокациями в среде и сдвиг фазы колебаний электромагнитной волны φ , который существенным образом зависит от распределения дислокаций. Понятно, что затухание будет приводить к эффекту аккумуляции энергии линейными дефектами в твердом теле. В частности, с учетом появления продольной моды в волновых решениях для электромагнитного поля в сплошной среде с линейными дефектами это должно приводить к возбуждению экситонных мод в твердом теле, в том числе дислокационных экситонов.

Уравнение энергетического баланса в сплошной среде есть [23]

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \mathbf{E} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) + \frac{c}{4\pi} \operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] = \mathcal{E}, \quad (40)$$

где первое слагаемое — это изменение внутренней энергии электромагнитного поля; второе — это дивергенция вектора Умова–Пойнтинга $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$, т.е. поток энергии электромагнитного поля через граничную поверхность внутрь выбранной области сплошной среды с линейными дефектами; $\mathcal{E}$ — изменение внутренней энергии единицы объема сплошной среды с линейными дефектами в исследуемой области.

Подставив выражения

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = c(\operatorname{rot} \mathbf{H} + 2\hat{\rho}^T \mathbf{H}), \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c(\operatorname{rot} \mathbf{E} - 2\hat{\rho}^T \mathbf{E}) \quad (41)$$

в (40), с учетом того что $-\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] = (\mathbf{E}, \operatorname{rot} \mathbf{H}) - (\mathbf{H}, \operatorname{rot} \mathbf{E})$, получим следующее выражение для изменения внутренней энергии единицы объема сплошной среды с дефектами при прохождении через нее электромагнитных волн:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} - \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E}) + \frac{c}{4\pi} \operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] + \\ &\quad + \frac{2\kappa c}{4\pi} (\mathbf{E} \hat{\rho}^T \mathbf{H} - \mathbf{H} \hat{\rho}^T \mathbf{E}) = \\ &= -\frac{\kappa c}{2\pi} (\mathbf{E} \hat{\rho}^{(a)} \mathbf{H} - \mathbf{H} \hat{\rho}^{(a)} \mathbf{E}) = -\frac{\kappa c}{2\pi} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{mnk} \rho_{ij}^{(a)} E_m H_n = \\ &= \frac{c}{4\pi} (\mathbf{Q}, [\mathbf{E}, \mathbf{H}]). \quad (42) \end{aligned}$$

Уравнение (42) указывает на эффекты типа аккумуляции энергии электромагнитного поля в окрестности дефектов среды.

Обсудим качественные закономерности дислокационного поглощения, вытекающие из выражения (42). В качестве примера рассмотрим случай параллельных друг другу дислокаций. Проинтегрировав (42) по поперечному сечению S этой области, найдем

$$\Delta \mathcal{E} = -\frac{c}{4\pi} \int_S (\mathbf{Q}, [\mathbf{E}, \mathbf{H}]) ds. \quad (43)$$

При отсутствии дислокаций поглощение $\Delta \mathcal{E}$ мало, поэтому можно считать, что векторное произведение $[\mathbf{E}, \mathbf{H}]$ практически не изменяется в поперечном сечении S . Тогда в линейном приближении $\Delta \mathcal{E}$ будет равно

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} &= -\frac{c}{4\pi} \left([\mathbf{E}, \mathbf{H}], \int_S \mathbf{Q} ds \right) = \\ &= -\frac{\kappa c}{2\pi} [\mathbf{E}, \mathbf{H}]_{i \varepsilon_{imn} \zeta_n} \int_S \rho_{mn} \zeta_n ds, \quad (44) \end{aligned}$$

где ζ — единичный вектор, сонаправленный с линиями дислокаций.

Но сечение S перпендикулярно линиям дислокаций, поэтому вектор ζ сонаправлен с вектором нормали $\mathbf{n}$ к поверхности S . Следовательно, интеграл в (44), в соответствии с определением [16], будет равен суммарному вектору Бюргерса $\mathbf{b}$ всех дислокаций, пересекающих поверхность S . Наши рассуждения позволяют получить для $\Delta \mathcal{E}$ выражение

$$\Delta \mathcal{E} = -\frac{\kappa c}{2\pi} ([\mathbf{E}, \mathbf{H}], [\mathbf{b}, \zeta]). \quad (45)$$

Анализируя (45), приходим к выводу, что оно выполняется и для отдельной дислокации, так как входящие в него величины определены как для распределения дислокаций, так и для одной дислокации. Отметим, что это поглощение отлично от нуля для дислокаций, имеющих ненулевую краевую компоненту, причем возбуждаемая экситонная мода, в соответствии с (45), локализована на дислокации. Следовательно, на краевых дислокациях в твердом теле должны наблюдаться локализованные на них экситоны. Действительно, в экспериментах по изучению фотолюминесценции в кристаллах германия (Ge) и кремния (Si) наблюдался дислокационный экситон, связанный с наличием в этих кристаллах 60° частичных дислокаций [7–11], причем в работах [12–15] было экспериментально показано, что этот экситон локализуется только на краевой компоненте 60° частичной дислокации и не наблюдается на винтовой.

Заключение

В последние годы получено достаточно экспериментальных данных о влиянии дефектов кристаллической структуры на электромагнитные явления [7, 24, 26, 27]. Эти результаты свидетельствуют о том, что наличие дислокаций приводит к вра-

щению плоскости поляризации электромагнитных волн, причем угол поворота плоскости поляризации зависит линейно от плотности распределения дислокаций, что согласуется с соотношениями (29)–(34).

В настоящей работе мы использовали метод геометрического описания твердых тел с дефектами для исследования влияния структурных неоднородностей на электрические и магнитные поля в твердом теле, т.е. пространство Римана–Картана $\mathcal{U}_4$ с метрикой, совпадающей с метрикой Минковского, и отличным от нуля кручением является адекватной моделью для твердого тела с дислокациями при исследовании взаимодействия электромагнитных полей с реальными твердыми телами. Показано, что стационарное распределение дислокаций вносит основной вклад в изменение электромагнитных свойств твердого тела.

Исследована полученная система уравнений (2) электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций. Показано, что в случае антисимметричного тензора плотности дислокаций взаимодействие последних с электромагнитным полем однозначно выражается через векторное поле $\mathbf{Q}$ — след тензора конторсии, взятый с обратным знаком. Найдены условия интегрируемости и граничные условия для системы уравнений электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций, а также получены дополнительные условия, выделяющие волновые решения. Получено уравнение энергетического баланса для электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций.

Найдены волновые решения системы уравнений для электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций для случая антисимметричного тензора $\hat{\rho}$. Исследованы эффекты, вызванные воздействием дислокаций на распространение электромагнитных волн в среде.

Выявлены основные особенности распространения электромагнитной волны в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций для случая антисимметричного тензора $\hat{\rho}$. Это, во-первых, изменение направления распространения электромагнитной волны; во-вторых, вращение плоскости поляризации электромагнитной волны; в-третьих, возбуждение продольных компонент электромагнитной волны в сплошной среде в процессе ее распространения и связанное с этим изменение ее интенсивности, в частности затухание.

С помощью уравнения энергетического баланса для электромагнитного поля в сплошной среде со стационарным распределением дислокаций найдено изменение внутренней энергии твердого тела, приходящееся на единицу длины дислокации, вызываемое взаимодействием дислокаций с электромагнитной волной и приводящее к затуханию последней. Причем это поглощение энергии электромагнитной волны локализовано в области дислокации, что при-

водит к тому, что выражение для дислокационного поглощения в первом приближении зависит только от индивидуальных характеристик дислокации: вектора Бюргерса дислокации и ориентации дислокации, а также вектора Умова–Пойнтинга электромагнитной волны. В соответствии с тем что электромагнитная волна при распространении в такой среде возбуждает продольные моды, можно сделать вывод о возбуждении в твердом теле экситонных мод, локализованных на дислокациях. Качественные закономерности, присущие этому явлению, в частности локализация экситонов только на краевых компонентах дислокаций, были сопоставлены с экспериментальными результатами по изучению фотолюминесценции в кристаллах германия и кремния, и показано их полное согласие.

Авторы выражают благодарность сотрудникам кафедры теоретической физики за многочисленные дискуссии и участникам семинара кафедры молекулярных процессов и экстремальных состояний вещества физического факультета МГУ за обсуждение затронутых здесь вопросов.

Список литературы

1. Kröner E. Continuum Theory of Defects. Series of Lectures Held at the Summer School on the Physics of Defects. Les Houches, 1980.
2. Кадич А., Эделен Д. Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций. М., 1987.
3. Kupferman R., Moshe M., Solomon J.P. // Arch. Ration. Mech. Anal. 2015. **216**, N 3. P. 1009.
4. Viswanathan K., Chandrasekar S. // J. Appl. Phys. 2014. **116**, P. 245103.
5. Hehl F., Lazar M. // Foundations of Physics. 2010. **40**, N 9. P. 1298.
6. Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.В. Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск, 1985.
7. Ossipyan Yu.A. // Cryst. Res. & Technol. 1981. **16**, N 2. P. 239.
8. Sauer R., Kisielowski-Kimmerich C., Alexander H. // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**, N 12. P. 1472.
9. Изотов А.Н., Колюбакин А.И., Шевченко С.А., Штейнман Э.А. // Докл. АН СССР. 1989. **305**, № 5. С. 1104.
10. Olajos J., Jia Y.-B., Engvall J. et al. // Phys. Rev. B. 1994. **49**, N 4. P. 2615.
11. Kamenev B.V., Tsybeskov L., Baribeau J.-M., Lockwood D.J. // Phys. Rev. B. 2005. **72**, N 19, P. 193306.
12. Леликов Ю.С., Ребане Ю.Т., Шремер Ю.Г. // ФТТ. 1990. **32**, № 9. С. 2778.
13. Леликов Ю.С., Ребане Ю.Т., Рувимов С.С. и др. // ФТТ. 1992. **34**, № 5. С. 1513.
14. Blumenau A.T., Lones R., Öberg S., Frauenheim T. // Phys. Rev. Lett. 2001. **87**, N 18. P. 187404.
15. Kawamura Y., Huang K.C.Y., Thombare Sh.V. et al. // Phys. Rev. B. 2012. **86**, N 3. P. 035306.
16. Пронин П.И., Смирнов Н.Э. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2016. № 2. С. 16.
17. Онами М., Ивасимидзу С., Гэнга К. и др. Введение в микромеханику. М., 1987.

18. Дисклинации. Экспериментальное исследование и теоретическое описание / Под ред. В.И. Владимирова. Л., 1986.
19. Frolov V.P., Zelnikov A. Introduction to Black Hole Physics. Oxford, 2011.
20. Чандрасекар С. Математическая теория черных дыр. М., 1986.
21. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М., 1991.
22. Агронович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов. М., 1979.
23. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. М., 1986.
24. Тяпунина Н.А., Белозерова Э.П. // Успехи физ. наук. 1988. **156**, № 4. С. 683.
25. Holt D.B., Yacobi B.G. Extended Defects in Semiconductors: Electronic Properties, Device Effects and Structures. Cambridge, 2007.
26. Paußler P., Lösche K. // Phil. Mag. A. 1983. **47**, N 1. P. 79.
27. Berezin M., Kazmenetskii E.O., Shavit R. // Journal of Optics. 2012. **14**, N 12. P. 125602.

Absorption and generation of electromagnetic waves by structural inhomogeneities of solid

P. I. Pronin^a, N. Ed. Smirnov^b

Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^apetr@phys.msu.ru, ^bsmirnov@phys.msu.ru.

The integrability conditions of the electromagnetic field equations in a continuum with defects and their wave solutions are found. The following dislocation effects on the electromagnetic wave propagation in a continuous medium are investigated: the change in the direction of the electromagnetic wave propagation in a continuous medium; the rotation of the polarization plane of electromagnetic field wave in a continuous medium; the excitation of longitudinal components of the electromagnetic wave in a continuous medium and the change in the electromagnetic wave intensity related to this phenomenon. The energy balance equation for the electromagnetic field in a continuum with a stationary distribution of dislocation is found and it is shown that an electromagnetic wave excites exciton modes localized at dislocations in the solid.

Keywords: solid, defects, electrodynamics, dislocations, electromagnetic waves, geometrical optic, exciton.

PACS: 61.72.-y, 61.72.Bb, 61.72.Lk, 41.20.-q, 42.15.-i, 78.90.+t.

Received 20 April 2016.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2016. **71**, No. 4. Pp. 349–355.

Сведения об авторах

1. Пронин Петр Иванович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-53-89, e-mail: petr@phys.msu.ru.
2. Смирнов Николай Эдуардович — науч. сотрудник; тел.: (495) 939-53-89, e-mail: smirnov@phys.msu.ru.