

## БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

**Дозовые ядра тонкого луча и дифференциального тонкого луча фотонов со спектром терапевтических аппаратов с источником  $^{60}\text{Co}$  в воде и их аналитическая аппроксимация**В. А. Климанов<sup>1,2,3,a</sup>, А. Н. Моисеев<sup>4</sup>, М. А. Колыванова<sup>2,3,b</sup>,  
В. Л. Ромоданов<sup>1</sup>, А. П. Черняев<sup>2,c</sup><sup>1</sup> *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».*  
*Россия, 115409, Москва, Каширское ш., д. 31.*<sup>2</sup> *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра ускорителей и радиационной медицины. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*<sup>3</sup> *Федеральный медицинский биофизический центр имени А. И. Бурназяна.*  
*Россия, 123182, Москва, ул. Живописная, д. 46.*<sup>4</sup> *Лечебно-реабилитационный центр Минздрава РФ. Россия, 125367, Москва, Ивановское шоссе, д. 3.*  
*E-mail: <sup>a</sup> vaklimanov@mephi.ru, <sup>b</sup> kolyvanova@physics.msu.ru, <sup>c</sup> a.p.chernyaev@yandex.ru*

Статья поступила 16.10.2015, подписана в печать 13.05.2016.

Методом Монте-Карло, используя комплекс EGSnrc, выполнен расчет пространственных распределений поглощенной энергии, или дозовых ядер (dose kernel) в воде для дифференциального тонкого луча (differential pencil beam or point spread function) и тонкого луча (pencil beam) фотонов со спектром гамма-терапевтических аппаратов серии РОКУС-М. Спектр фотонов аппарата РОКУС-М был определен также методом Монте-Карло. Полученные данные по дозовым ядрам аппроксимированы отдельно для радиального распределения первичного и рассеянного компонентов дозовых ядер суммами экспоненциальных функций, деленными на квадрат радиуса для дифференциального тонкого луча и деленными на радиус для тонкого луча. Такие аппроксимации делают возможным прямое применение хорошо известных модельных методов расчета трехмерных дозовых распределений в дистанционной лучевой терапии. Для проверки аппроксимационных формул в работе предложена простая аналитическая методика, которую можно использовать также для независимого оперативного контроля дозовых распределений по оси терапевтических пучков, что является важной рекомендацией в программе «Гарантия качества лучевой терапии».

*Ключевые слова:* дистанционная лучевая терапия, терапевтический гамма-аппарат РОКУС-М, дифференциальный тонкий луч фотонов, тонкий луч фотонов, трехмерное дозиметрическое планирование, метод «сжатие в конусы», метод «тонкий луч», независимый контрольный расчет доз.

УДК: 615.849.5. PACS: 87.55.kd.

**Введение**

В системах трехмерного дозиметрического планирования (СДП) дистанционной лучевой терапии пучками гамма-квантов широкое применение нашли модельные методы [3], основанные на использовании дозовых ядер (англ. *dose kernel*) для элементарных источников фотонов. Эти дозовые ядра, представляющие собой относительные пространственные распределения энергии, поглощенной в единице объема водной среды вблизи произвольной точки пространства, обычно предварительно рассчитываются методом Монте-Карло. Наиболее популярными моделями стали модель дифференциального тонкого луча (ДТЛ) (Differential pencil beam, часто называемая также «Point spread function») и модель тонкого луча (ТЛ) (Pencil beam) [2].

Начиная с работ [1, 2] методы дозовых ядер (kernel methods) постепенно стали наиболее популярными в СДП-облучении. Особенно широкое распространение они получили с приходом трех-

мерного дозиметрического планирования и разработкой новых технологий и методик облучения [3]. Их несомненными достоинствами являются хорошая приспособленность к расчету дозы в сложной негомогенной трехмерной геометрии и высокая скорость расчета. Несмотря на бурное развитие вычислительной техники, что позволяет в отдельных случаях применять и более строгие методы, интерес к этим методам и их актуальность не пропали и в настоящее время из-за очень большого объема расчетов, выполняемых при планировании лучевой терапии [3].

Совершенствование техники и технологий ЛТ, повышение требований к точности расчета (суммарная погрешность к отпускаемой дозе < 5 % [3]) дозы инициировало разработку специализированных дозовых ядер, предназначенных для использования в конкретных технологиях ЛТ. Так, развитие метода стереотаксического облучения и радиохирургии вызвало появление ряда работ, в которых были пред-

ложены дозовые ядра для узких пучков с круглым поперечным сечением, например, феноменологическая модель в работе [4]. Появление технологии IMRT (лучевая терапия с поперечной модуляцией интенсивности пучков) стимулировало разработку дозовых ядер для так называемых FSPB (расходящийся пучок фотонов с малым квадратным поперечным сечением). Такие ядра были получены, например, в работе [5]. Когда выяснилось, что существовавшие в то время методы дозовых ядер в некоторых случаях не обеспечивают требуемую точность, в частности при расчете дозы в гетерогенных средах и наклонном падении излучения на пациента, то был создан на базе модели ТЛ новый алгоритм, названный ААА (анизотропный аналитический алгоритм). Теоретический фундамент этого алгоритма был заложен в работах [6, 7], а реализация его проведена в СДП «Эклипс» в 2009 г. [8]. Интерес к усовершенствованию методов дозовых ядер не пропадает и в настоящее время. Прогресс вычислительной техники, разработка новых технологий ЛТ и новых программ, решающих задачи переноса излучений, стимулировали в ряде случаев пересмотр имеющихся данных по дозовым ядрам, определение их с меньшими статистическими и систематическими погрешностями, с большей детализацией результатов и с привязкой к конкретному типу терапевтических установок (см., например, [9–11]). В некоторых работах были разработаны методы получения дозовых ядер не расчетным путем, а на основе экспериментальных измерений дозовых распределений в водном фантоме [8, 12].

В большинстве работ изучались дозовые ядра для фотонов со спектром тормозного излучения. Но появлялись и работы, в которых исследовались дозовые ядра для моноэнергетических источников фотонов. Наиболее детальная информация в этом направлении была получена в [13, 14]. В этих работах методом Монте-Карло были рассчитаны дозовые ядра для большого набора моноэнергетических источников фотонов в геометрии ДТЛ и ТЛ в диапазоне энергии от 0.1 до 25.0 МэВ.

Прямое использование данных по дозовым ядрам в виде числовых массивов при дозиметрическом планировании ЛТ встречает определенные трудности. Причина в том, что строгое определение значения доз в конкретных точках связано с численным расчетом многомерных интегралов (по трехмерному пространству, по направлениям падения и по спектру пучка фотонов) [1–3]. В то же время расчет дозового распределения при предварительном дозиметрическом планировании ЛТ проводится в нескольких сотнях тысяч точек внутри пациента в сложной трехмерной гетерогенной геометрии, причем планировщик с помощью СДП повторяет такие расчеты десятки раз (а система оптимизации сотни и тысячи раз) с целью выбора наиболее оптимального плана облучения, изменяя число полей облучения, размеры

и форму полей, направления пучков и т.д. Вторая причина связана с тем, что пространственные зависимости дозовых ядер имеют очень высокие градиенты [3, 15], затрудняющие интерполяцию численных данных. Поэтому при практическом применении методов дозовых ядер немаловажным фактором является форма, корректность и компактность способов представления и интерполяции их значений. От этого сильно зависит время и погрешность расчета. В этом отношении очень полезными при расчете дозы от терапевтических пучков оказались аналитические аппроксимационные выражения, предложенные для дозовых ядер ДТЛ и ТЛ тормозных фотонов в работах [1, 2].

Развивая модель дифференциального тонкого луча, в работе [1] была найдена удобная аналитическая аппроксимация для дозового ядра ДТЛ фотонов и обобщена на случай гетерогенных сред (только для различия сред по плотности). Эта форма содержит четыре эмпирических коэффициента, значения которых подбирались в работе [1] с помощью нелинейного метода наименьших квадратов с использованием результатов расчета дозовых ядер ДТЛ методом Монте-Карло. Аналогичная работа была выполнена в работе [2] для модели тонкого луча фотонов (ТЛ). В обеих работах значения эмпирических коэффициентов приводятся для непрерывных спектров тормозного излучения с максимальной энергией 4, 6, 10, 15 и 24 МэВ. Результаты расчета дозовых ядер по предложенным аппроксимационным формулам, как утверждают авторы [1, 2], удовлетворительно совпадают (значения погрешностей не приводятся) с исходными данными, полученными методом Монте-Карло, за исключением ближней и дальней зон по отношению к источникам. Из графических сравнений, приводимых в работах [1, 2], можно сделать вывод, что расхождения в этих зонах достигают ~20–25%.

Эти аналитические аппроксимации легли в основу двух быстрых классических алгоритмов расчета трехмерных дозовых распределений, которые создали авторы работ [1, 2] и назвали «Свертка в конусы» (Collapsed cone convolution) и «Тонкий луч» (A pencil beam model). Ускорение расчетов в них достигается с помощью аналитического интегрирования по пространственной переменной, что стало возможным за счет удобных функциональных форм аппроксимационных выражений для дозовых ядер, введения дискретизации по угловой переменной в методе ДТЛ, триангуляции поля облучения в методе ТЛ и усреднения дозовых ядер по спектру пучков.

Для моноэнергетических источников фотонов в геометрии ТЛ аппроксимационные формулы были предложены в работах [13, 14], причем отдельно для первичного и рассеянного компонентов дозового ядра. Они обладали большей точностью (среднеквадратичная погрешность < 5%), чем аппрокси-

мационные формулы работы [2], однако оказались менее удобными при расчете дозы в ЛТ через интегрирование по облучаемому объему.

Конец XX в. ознаменовался началом широкого внедрения в ЛТ медицинских линейных электронных ускорителей (ЛУЭ), которые пришли на смену терапевтическим гамма-установкам с  $^{60}\text{Co}$ . Процесс замены сначала шел достаточно быстро. Так, например, если в США в 1980-е гг. насчитывалось больше тысячи гамма-аппаратов с  $^{60}\text{Co}$ , то к 2007 г. их количество уменьшилось до 100, в Японии до 60, больше всего гамма-аппаратов к 2007 г. оставалось в Китае — 500, Индии — 256 и в России — 250 [16, 17]. Однако в настоящее время процесс замены гамма-аппаратов замедлился, так как по сравнению с ЛУЭ они наряду с недостатками обладают рядом преимуществ: меньшей стоимостью, большей надежностью и сроком службы и меньшей стоимостью обслуживания. В модернизированном виде выпуск некоторых новых моделей гамма-аппаратов с  $^{60}\text{Co}$ , по своим техническим характеристикам близким к ЛУЭ [17], продолжается и сейчас. В первую очередь, отметим модель Theratron-Equinox фирмы MDS Nordion (Канада), оснащенную многолепестковым коллиматором, и модель Teragam фирмы Saiberga (Канада). Необходимая информация по этим гамма-аппаратам имеется на сайтах [18, 19].

В СССР производство терапевтических гамма-аппаратов с  $^{60}\text{Co}$  началось в конце 1960-х гг. [20]. Это были модели АГАТ-С, АГАТ-Р (завод в г. Нарва) и РОКУС (ротационная конвергентная установка) (завод «Равенство» в Ленинграде) [20]. После распада Советского Союза выпуск АГАТов был прекращен, а РОКУСов на некоторое время приостановлен. Но в 2007 г. ОАО «Равенство» объявило, что оно готово по отдельным заказам производить компьютеризированный комплекс РОКУС-АМ с новой системой управления, а совместно с ООО «Агат-Чернобыль» имеет возможность предложить всем владельцам РОКУСов, которые выработали технический ресурс, проведение модернизации этих аппаратов [21].

Вместе с тем модернизацией только техники обойтись сегодня нельзя. Комплексы РОКУСов работают сейчас в связке с устаревшими СДП, не отвечающими современным требованиям к точности расчета доз [3]. К сожалению, существующие коммерческие СДП являются закрытыми и не допускают своего использования в других системах. В связи с этим возникает насущная необходимость проведения открытых исследований и разработок по данной теме.

РОКУС-М является типичным представителем кобальтовых аппаратов по конструкции источников и по системе коллимирования пучков. Используемые в них источники имеют размеры, сравнимые с длиной свободного пробега испускаемых фотонов (цилиндры диаметром и высотой  $\sim 20$  мм), поэто-

му спектр выходящего из них излучения состоит не из двух линий со средней энергией 1.25 МэВ (энергии испускаемых фотонов для радионуклида  $^{60}\text{Co}$  равны 1.17 и 1.33 МэВ), а модифицируется вследствие поглощения и рассеяния фотонов в источнике и головке аппарата. Данные же по дозовым ядрам для элементарных источников ДТЛ и ТЛ фотонов со спектром пучка РОКУС-М в литературе отсутствуют. Отсюда возникает потребность в получении дозовых ядер ДТЛ и ТЛ фотонов со спектром, характерным для гамма-аппаратов типа РОКУС-М, и в их аналитической аппроксимации в форме, удобной для аналитического интегрирования по пространственной переменной при расчете дозы от терапевтических пучков.

### 1. Методы получения дозовых ядер и их аналитической аппроксимации

В терапевтических аппаратах РОКУС-М применяются наборные источники из тонких дисков или дробы [22]. Они помещаются в цилиндрические капсулы из нержавеющей стали с двойной герметизацией. Диаметр капсулы 23 мм и высота 22.5 мм. Толщина торцевой стенки капсулы, служащей рабочей поверхностью, равна 0.6–1.2 мм. Объемная плотность активной части составляет примерно 5.0–5.9 г/см<sup>3</sup> [22].

Излучение, выходящее через рабочую торцовую поверхность источника, коллимируется первичным коллиматором конической формы и затем проходит через диафрагму, обеспечивающую получение прямоугольных полей размером от  $2 \times 2$  до  $20 \times 20$  см на расстоянии 75 см от источника. Данная геометрия облучения была смоделирована в геометрическом модуле MCNP4C2 [23] и показана на рис. 1.

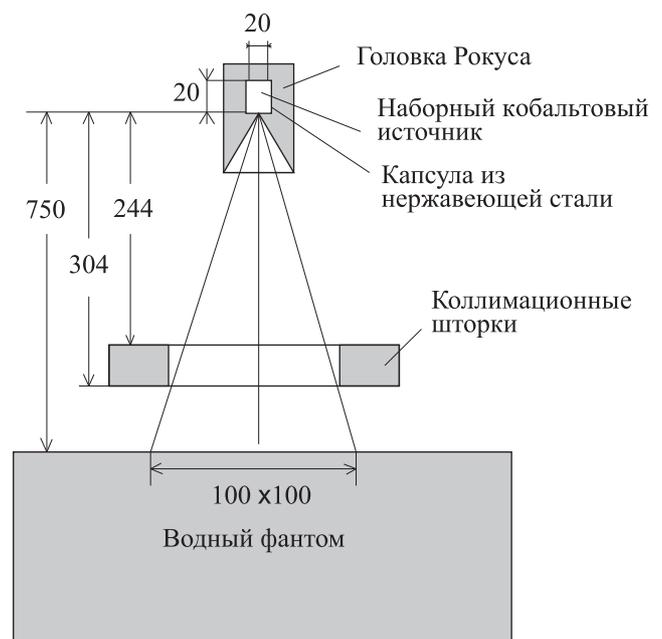


Рис. 1. Геометрия головки гамма-терапевтического аппарата РОКУС, смоделированная в среде MCNP4C2, (размеры даны в мм)

Энергетическое распределение фотонов, усредненное по полю  $20 \times 20$  см, было рассчитано методом Монте-Карло также с помощью MCNP4C2. Полученный спектр показан на рис. 2. Средняя энергия фотонов этого спектра равна 1.058 МэВ.

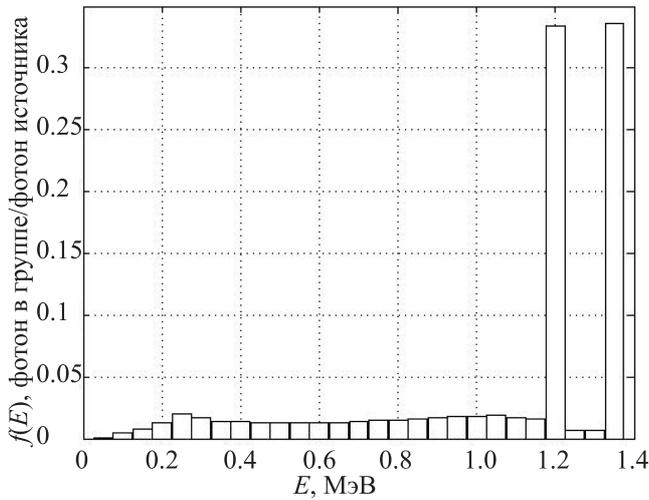


Рис. 2. Энергетическое распределение пучка фотонов гамма-аппарата РОКУС-М, усредненное по полю  $20 \times 20$  см. Ширина группы в спектре 40 кэВ

Энергетический спектр пучка РОКУС-М был записан в библиотеку спектров EGSnrc [24] и для этого спектра с помощью подпрограммы *edknrc* были рассчитаны методом Монте-Карло в сферической геометрии дозовое ядро ДТЛ и с помощью подпрограммы *dosrznrc* в цилиндрической геометрии дозовое ядро ТЛ. Геометрия этих элементарных источников и принятые обозначения координат, от которых зависят дозовые ядра, показаны на рис. 3.

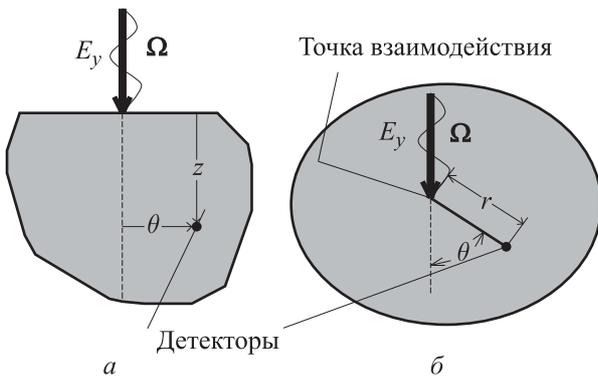


Рис. 3. Геометрии элементарных источников фотонов и их геометрические переменные: а — тонкий луч; б — дифференциальный тонкий луч

Расчеты дозовых ядер, выполненные ранее в работах [1, 2, 13, 14], были проведены с помощью EGS4 [25] или GEWATER, являющейся подпрограммой комплекса ЭЛИЗА [26]. В настоящей работе в качестве расчетного инструмента выбран EGSnrc, являющийся улучшенной версией EGS4. В частности, существенной модификации подверглось моделирование транспорта низкоэнергетических фото-

нов и электронов, включены учет связи электронов в атоме и процессы релаксации атомов после комптоновского рассеяния и фотопоглощения фотонов и др. Комплекс EGSnrc многократно тестировался и верифицировался на экспериментальных данных (например, в работах [27–29]). В настоящее время он является в каком-то смысле «золотым стандартом» при расчете переноса электронов и фотонов в области низких и средних энергий, с которым сравнивают результаты расчета по другим программам (MCNP, PENELOPE, GEANT4 и др.), реализующим метод Монте-Карло [28, 30]. Одновременно EGSnrc имеет дружественный интерфейс и высокое быстродействие.

Дадим для полноты изложения определение дозового ядра для ДТЛ (DPB) фотонов в соответствии с [1]. Пусть фотоны с заданным энергетическим спектром и направлением движения  $\Omega$  испытывают первое взаимодействие со средой в точке  $\mathbf{r}'$ . Тогда дозовое ядро для ДТЛ определяется как относительная доля от энергии фотонов, поглощаемая в единице объема вблизи произвольной точки  $\mathbf{r}$ , и обозначается как  $K_{DPB}(E, \Omega, \mathbf{r}', \mathbf{r})$ . В бесконечной однородной среде в силу азимутальной симметрии это ядро, кроме энергии, зависит от расстояния между точкой взаимодействия и точкой расчета  $r$  и полярного угла  $\theta$ , измеряемого от направления движения фотона. Так как в настоящей работе исследуется ДТЛ с непрерывным спектром аппарата РОКУС-М, будем обозначать его дозовое ядро  $K_{DPB}(r, \theta)$ .

В геометрии ТЛ (PB) дозовое ядро определяется [2] как относительная доля от энергии точечного мононаправленного источника фотонов (ТЛ), падающего нормально на поверхность полубесконечной водной среды, которая поглощается в единице объема вблизи точки с координатами  $(z, r)$ . Будем обозначать его  $K_{PB}(z, r)$ .

Расчет  $K_{DPB}(r, \theta)$  проведен в сферической системе координат для ячеек, образуемых пересечением сферических поверхностей для значений  $r$  в интервале от 0.025 до 50.0 см и конусов для значений углов  $\theta$  таких же, как и в работе [2] (48 равноотстоящих значений в интервале от 0 до  $180^\circ$ ). Расчет  $K_{PB}(z, r)$  выполнялся в цилиндрической системе координат для ячеек, образуемых пересечением цилиндрических поверхностей для значений  $r$  в интервале от 0.025 до 45 см и плоскостей для значений  $z$  от 0.2 до 40 см. Статистическая погрешность расчета в обеих геометриях была  $\leq 2\%$ , достигая в отдельных ячейках при больших углах  $\theta$  и больших  $r$  значения 5%.

Как отмечалось выше, в работах [1, 2] авторы предложили для дозовых ядер ДТЛ (DPB) и ТЛ (PB) фотонов для ряда спектров тормозного излучения в интервале от 6 до 18 МВ аппроксимационные выражения, удобные для аналитического интегрирования по облучаемому объему при трехмерном

расчете дозы в ЛТ. Эти формулы имеют следующий вид:

$$K_{ДРВ} = (A_{\theta}e^{-a_{\theta}r} + B_{\theta}e^{-b_{\theta}r}) / r^2 \quad \text{для ДТЛ}; \quad (1)$$

$$K_{РВ} = (A_{\theta}e^{-a_{\theta}r} + B_{\theta}e^{-b_{\theta}r}) / r \quad \text{для ТЛ}, \quad (2)$$

где  $A$ ,  $a$ ,  $B$ ,  $b$  — эмпирические коэффициенты, зависящие для данного спектра фотонов от угла  $\theta$  для ДТЛ и от глубины точки расчета для ТЛ. Экспоненциальные члены в формулах приближенно описывают ослабление излучения за счет взаимодействия, а знаменатели — за счет геометрии.

Значения эмпирических коэффициентов определялись подгонкой под результаты расчета методом Монте-Карло с помощью нелинейного метода наименьших квадратов.

Важной особенностью предложенных выражений является также то, что первый член в формулах приближенно описывает вклад в дозовое ядро от первичного компонента (доза от электронов, образующихся при взаимодействии с водой первичного излучения), а второй член — вклад рассеянного компонента (доза от фотонов, рассеянных в воде) [1, 2]. Однако значения погрешностей для такого представления не приводятся.

Фотоны со спектром гамма-аппаратов с  $^{60}\text{Co}$  и других радионуклидов в работах [1, 2] не рассматривались, но аналогичный по идеям подход для фотонов со спектром пучка аппаратов типа РОКУС-М был развит нами в работах [31, 32]. Расчет дозовых ядер выполнялся для воды отдельно для первичного компонента и для рассеянного компонента. При проведении аппроксимации мы сохранили функциональную форму отдельных членов, как в формулах (1) и (2), но увеличили число членов в аппроксимационных выражениях. Сравнение результатов расчета по аппроксимационным формулам с исходными данными, полученными методом Монте-Карло, показало, что для обоих компонентов дозового ядра ДТЛ погрешность аппроксимации уменьшается при увеличении членов до трех, а далее практически не изменяется. В случае же дозового ядра ТЛ оптимальное число членов для обоих компонентов равняется четырем. Предложенные нами аппроксимационные формулы для воды (обобщение на другие легкие среды будет опубликовано позднее) имеют вид

$$K = K_p + K_s;$$

$$K_{ДРВ,j}(r, \theta) = \sum_{i=1}^3 C_i(\theta) e^{-k_i(\theta)r} / r^2 \quad \text{для ДТЛ}; \quad (3)$$

$$K_{РВ,j}(z, r) = \sum_{i=1}^4 C_i(z) e^{-k_i(z)r} / r \quad \text{для ТЛ},$$

где  $r$ ,  $z$ ,  $\theta$  — координаты точек детектирования (см. рис. 3);  $K_{ДРВ}$  — дозовое ядро для дифференциального тонкого луча;  $K_{РВ}$  — дозовое ядро для тонкого луча;  $j$  равняется  $p$  (первичный компонент) или  $s$  (рассеянный компонент);  $C_i(\theta)$ ,

$k_i(\theta)$  и  $C_i(z)$ ,  $k_i(z)$  — эмпирические коэффициенты для ДТЛ и ТЛ соответственно, значения которых определялись методом нелинейной регрессии в сочетании с методом случайного поиска через подгонку результатов расчета по формулам (3) к результатам расчета методом Монте-Карло. Примененная для нахождения эмпирических коэффициентов методика была апробирована авторами ранее в работе [33] и более подробно описана в работе [31].

Увеличение числа членов в аппроксимационных формулах (3) по сравнению с формулами (1) и (2), конечно, несколько увеличивает время расчета дозовых распределений в методах «Сжатие в конусы» [1] и «Тонкий луч» [2]. Но это увеличение невелико (примерно 10%), так как основное расчетное время в этих методах уходит на лучевой анализ трехмерной геометрии объекта.

## 2. Результаты исследования

Полученные нами результаты расчета дозовых ядер для терапевтических гамма-аппаратов серии «РОКУС-М», результаты аппроксимации и коэффициенты, входящие в аппроксимационные формулы, были описаны нами в работах [31, 32]. Сравнение результатов аппроксимации с исходными данными для некоторых типичных случаев показаны на рис. 4. Как видно, результаты аппроксимации для первичных компонентов обоих элементарных источников совпадают с расчетами методом Монте-Карло в значимой области в пределах  $\pm 5\%$ , исключение представляют значения  $r \geq 0.5$  см, где совпадение ухудшается (расхождение возрастает до 20%). Однако в этой области суммарное значение дозового ядра определяется рассеянным компонентом. Для рассеянного компонента ситуация обратная. Расхождение между результатами аппроксимации и данными, полученными методом Монте-Карло, существенно увеличивается при малых  $r \leq 0.02$  см, оставаясь приемлемым в остальной области ( $\pm 5\%$ ). Особенно сильное расхождение наблюдается для рассеянного компонента ДТЛ при малых  $r$  и  $\theta \leq 15^\circ$ , достигая двух-трехкратного превышения результатов аппроксимации над данными, полученными методом Монте-Карло. Однако в этой области значения первичного компонента больше, чем на два порядка, превышают рассеянный, так что погрешность аппроксимации суммарного значения дозового ядра остается в пределах  $\pm 5\%$ .

При расчете дозовых распределений от терапевтических пучков жесткие требования к погрешности предъявляются к определению полного значения дозы в отдельных вокселях. При этом в расчетные выражения входят дозовые ядра в интегральной форме (определенные интегралы по радиальной переменной). Поэтому представляет интерес сравнение интегралов от значений дозового ядра ДТЛ, полученных методом Монте-Карло и по аппроксимационной формуле (3), по радиусам для разных направлений.

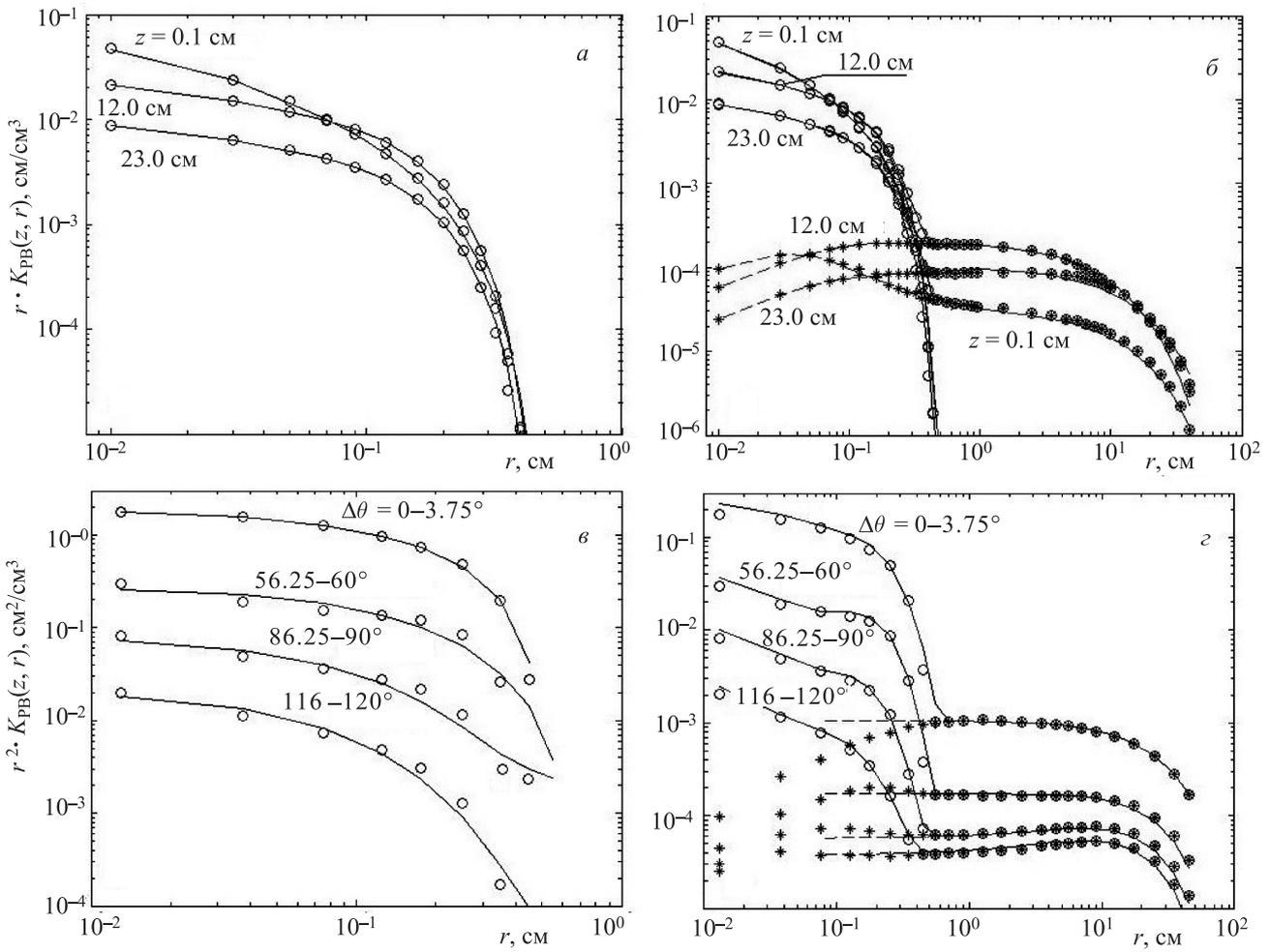


Рис. 4. Сравнение результатов аппроксимации (кривые) отдельных компонентов и суммарного значения дозового ядра тонкого луча (РВ) (а, б) и дифференциального тонкого луча (DPB) (в, г) с результатами расчета методом Монте-Карло (маркеры) для первичного (левые графики) и рассеянного компонентов и суммарного значения дозовых ядер (правые графики). Обозначения: о — маркеры для первичного компонента и суммарного значения; \* — маркеры для рассеянного компонента

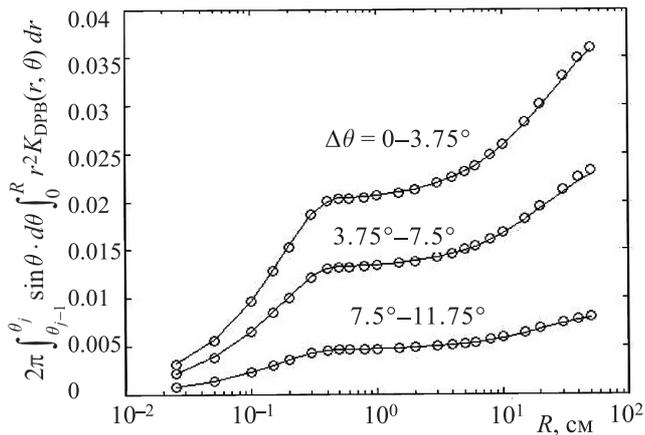


Рис. 5. Сравнение интегралов от значений дозового ядра ДТЛ (DPB), полученных по аппроксимационной формуле (—) и методом Монте-Карло (о) для разных значений  $\Delta\theta$  в зависимости от  $R$

Оно показывается на рис. 5. Расхождение в этом случае < 5%.

Для дополнительной проверки аппроксимационных формул и входящих в них коэффициентов в ра-

боте были выполнены расчеты в условиях типичных для ЛТ (РВ). С этой целью методом Монте-Карло по EGSnrc были рассчитаны центрально-осевые распределения поглощенной дозы и ее компонентов в водном фантоме для дисковых мононаправленных источников со спектром пучка гамма-терапевтических аппаратов типа РОКУС-М, фотоны которых нормально падали на поверхность водного фантома (рис. 6). Средняя расходимость терапевтических пучков находится в пределах 3–4°, но для целей определения адекватности аппроксимационных формул для дозовых ядер эта расходимость не имеет существенного значения. В такой же геометрии эти дозовые распределения определялись с помощью полученных в работе аппроксимационных формул.

Применяя принцип обратимости, нетрудно показать, что интеграл по радиальной переменной от нуля до  $R$  от произведения радиальной переменной на значение дозового ядра ТЛ (РВ) на конкретной глубине  $z$  в воде, умноженный на  $2\pi$ , эквивалентен дозе, создаваемой дисковым мононаправленным источником радиусом  $R$  на той же глубине  $z$

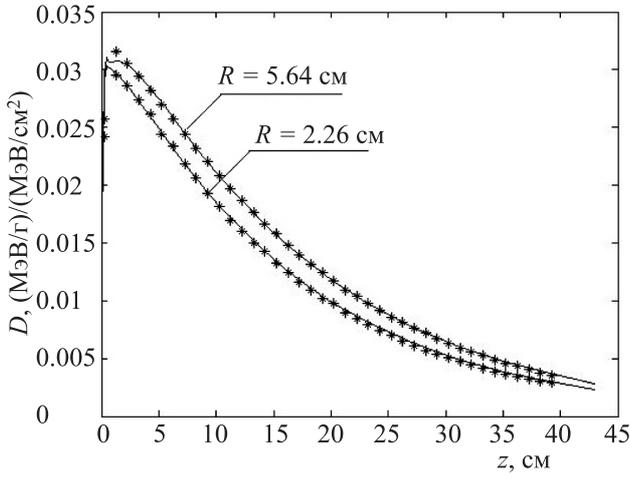


Рис. 6. Сравнение дозовых распределений в воде вдоль оси дисковых мононаправленных источников фотонов со спектром терапевтического аппарата РОКУС-М радиусом  $R = 5.64$  см (эквивалент по площади стандартному пучку  $10 \times 10$  см) радиусом  $R = 2.26$  см (эквивалент по площади пучку  $4 \times 4$  см), полученных прямым расчетом методом Монте-Карло (черные кружки) и рассчитанных по формуле (4) (—). Доза выражена в МэВ/г и нормирована на единичное значение флюенса энергии при однородном распределении его по площади облучаемой поверхности, т. е. на  $1.0 \text{ МэВ/см}^2$

в полубесконечной среде при условии нормального падения фотонов на среду и одинаковом спектре (см., например, [34]). Именно данное свойство дозового ядра ТЛ и использовалось для дополнительной проверки «интегральной» точности аппроксимации данного ядра (с точки зрения погрешности расчета дозы от пучков фотонов, подобных терапевтическим пучкам). Доза в фантоме на оси дискового мононаправленного источника после такого интегрирования дозового ядра, взятого в аппроксимационном виде, равна

$$D_j(z, R) = 2\pi \int_0^R r K_{PB,j}(z, r) dr = 2\pi \sum_{i=1}^4 \frac{C_{j,i}(z)}{k_{j,i}(z)} [1 - e^{-k_{j,i}(z)R}], \quad (4)$$

где  $C_{j,i}$  и  $k_{j,i}$  — коэффициенты аппроксимационной формулы для  $j$ -го компонента дозового ядра ТЛ (РВ) на глубине  $z$ .

В виде примера некоторые результаты сопоставления значений указанных интегралов с прямыми расчетами дозы показаны на рис. 6. Как видно, расчет по формуле (4) немного превышает результаты прямого расчета методом Монте-Карло только на глубинах  $z = 0.5 - 1.5$  см (максимальная погрешность 5% при  $z = 0.5$  см). Заметим, что на этой глубине доза, создаваемая пучками фотонов, определяется не фотонами, а электронами, «загрязняющими» пучок [3]. Поэтому расчет дозы в этой области базируется на экспериментальных данных [3].

Проверку «интегральной» точности расчета дозы, используя аппроксимационную формулу дозового ядра для ДТЛ, строго говоря, необходимо было бы проводить в рамках программы, реализующей метод «Сжатие в конусы». Однако коммерческие системы дозиметрического планирования, применяющие данный метод, являются закрытыми по отношению к введению в них подобных данных. Создание же собственной универсальной программы весьма трудоемко. С другой стороны, для решения более ограниченной по целям задачи алгоритм расчета дозы при наличии азимутальной симметрии можно существенно упростить. В настоящей работе для расчета центрально-осевого дозового распределения, создаваемого дисковыми мононаправленными источниками, на базе аппроксимационной формулы (3) для дозового ядра ДТЛ предлагается следующий алгоритм.

Выделим в водном фантоме (рис. 7) элемент рассеивающего объема  $dV$ , образуемый пересечением конусных и сферических поверхностей, расположенный на глубине  $z$  в фантоме на расстоянии  $t$  от точки расчета и ориентированный под углом  $\theta_n$  по отношению к этой точке. Вклад в дозу (для воды поглощенная энергия в единице объема численно равна поглощенной дозе) рассеянного излучения от фотонов, испытывающих первое взаимодействие в этом объеме, равен

$$dD_s(z_d, \theta_n) = \mu e^{-\mu z} dv \sum_{i=1}^3 C_i(\theta_n) \frac{e^{-k_i(\theta_n)t}}{t^2}, \quad (5)$$

где  $\mu$  — эффективный линейный коэффициент ослабления фотонов со спектром пучка аппарата «РОКУС-М»;  $C_i(\theta)$ ,  $k_i(\theta)$  — коэффициенты аппроксимационной формулы (3) для рассеянного компонента дозового ядра ДТЛ, зависящие от угла  $\theta$ ;  $t$ ,  $z$  и  $z_d$  — координаты, определение которых показано на рис. 7;  $dv = 2\pi \cdot t^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot dt$ . Аналогично рассматривается и вклад в дозу и от первичного компонента.

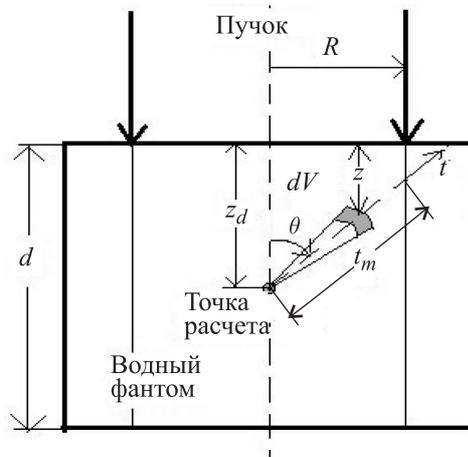


Рис. 7. Геометрия расчета центрально-осевого распределения поглощенной дозы в водном фантоме на основе дозового ядра ДТЛ для дискового мононаправленного источника

Проведя интегрирование выражения (5) по переменной  $t$ , получаем вклад в искомый компонент от объема, заключенного между двумя конусными поверхностями с углами раствора  $\theta_{j-1}$  и  $\theta_j$  и сферой радиусом  $t_m$ :

$$D_s(z_d, \theta_n) = 2\pi(\cos \theta_{j-1} - \cos \theta_j)\mu e^{-\mu z_d} \times \sum_{i=1}^3 C_i(\theta_n) \frac{1 - e^{-\{k_i(\theta_n) - \mu \cos \theta_n\}t_m}}{k_i(\theta_n) - \mu \cos \theta_n}, \quad (6)$$

где  $\theta_n = (\theta_{j-1} + \theta_j)/2$ .

Полное значение компонента получаем суммированием вклада (6) по всем дискретным значениям угла  $\theta_n$ , для которых рассчитывались значения дозового ядра ДТЛ, т. е.

$$D_s(z) = \sum_{n=1}^{48} D_s(z, \theta_n). \quad (7)$$

На рис. 8 показано сравнение результатов расчета центрально-осевого распределения в воде для полной дозы и для рассеянного компонента дозы по описанной выше методике с результатами прямого расчета этих распределений методом Монте-Карло. Расхождение между данными не выходит за пределы погрешностей их определения. Среднеквадратичная погрешность меньше 5.0%, максимальная погрешность наблюдается на глубине 0.25 см и равняется 19%. Но, как отмечалось выше, расчет дозы вблизи поверхности проводится на основе обработки экспериментальных данных для конкретных пучков.

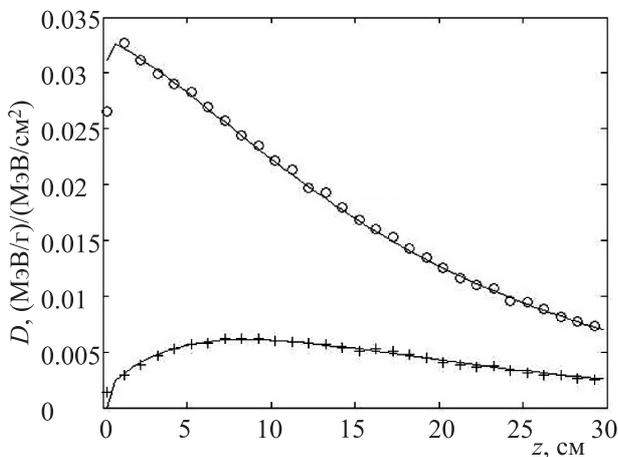


Рис. 8. Сравнение центрально-осевых распределений суммарной дозы и дозы от рассеянного излучения в воде для дискового мононаправленного источника фотонов радиусом 5.64 см со спектром аппаратов типа РОКУС-М, полученных по методике настоящей работы (кривые) и рассчитанных методом Монте-Карло по EGSnrc ( $\circ$ ,  $+$ ). Доза выражена в МэВ/г и нормирована на единичное значение флюенса энергии при однородном распределении его по площади облучаемой поверхности, т. е. на  $1.0 \text{ МэВ/см}^2$

В результате исследований авторами работы методом Монте-Карло были получены значения первичного, рассеянного и суммарного компонентов до-

зовых ядер ТЛ и ДТЛ фотонов с энергетическим спектром терапевтического аппарата РОКУС-М для воды и предложены аппроксимационные формулы для этих величин. Аналитическая форма предложенных формул позволяет существенно ускорить многомерное интегрирование дозовых ядер по облучаемому объему, что требуется при расчетах трехмерных дозовых распределений, создаваемых терапевтическими пучками в ЛТ. Для верификации полученных формул и входящих в них коэффициентов в работе предложены простые аналитические методики. Анализ показал, что средняя погрешность аппроксимации дозовых ядер в интегральной форме оказалась меньше 5%.

Отметим, что разработанная в работе методика расчета дозовых распределений на основе аппроксимационных формул для дозовых ядер ТЛ и ДТЛ в сочетании с поправкой на расходимость пучка (геометрическое ослабление в зависимости от расстояния до источника по закону обратных квадратов) будет полезна для оперативных контрольных расчетов дозы в дистанционной лучевой терапии, особенно в таких технологиях, как стереотаксис и радиохирurgia, где часто применяются осесимметричные пучки фотонов с круговым поперечным сечением. Для оперативных независимых расчетов дозы на оси пучков прямоугольного поперечного сечения можно воспользоваться формулами перехода к эквивалентному пучку с квадратным сечением, а от него к эквивалентному пучку с круглым сечением [3]. Проведение таких независимых контрольных расчетов настоятельно рекомендуется международными организациями в публикациях по программе «Гарантия качества лучевой терапии», например в публикации [35], с целью уменьшения вероятности различного рода ошибок при планировании облучения.

Важно, что полученные для воды значения дозовых ядер элементарных источников, могут, используя принцип масштабирования, применяться для определения дозовых ядер и в других средах с небольшим атомным номером, когда основным процессом взаимодействия является некогерентное (комптоновское) рассеяние.

### Список литературы

1. Ahnesjo A. // Med. Phys. 1989. **16P**. P. 577.
2. Ahnesjo A., Saxner M., Trepp A. // Med. Phys. 1992. **19**. P. 263.
3. Handbook of Radiotherapy Physics. Theory and Practice / Ed. by F. Mayles, A. Nahum, J. Rosenwald. Taylor & Francis Group, 2007.
4. Nizin P.S. // Med. Phys. 1999. **26(9)**. P. 1893.
5. Ostapiac O.Z., Zhu Y., Van Duk J. // Med. Phys. 1997. **24(5)**. P. 743.
6. Ulmer W., Pyry J., Kaissl W.A. // Phys. Med. Biol. 2005. **50(4)**. P. 1767.
7. Tillikainen L., Helminen H., Torsti T. et al. // Phys. Med. Biol. 2008. **53**. P. 3821.

8. Varian Medical Systems. Eclipse Algorithms Reference Guide // P/N B 502612R01A. August 2009.
9. Khazaei V.M., Kanmali A., Geramifar P. // Med. Phys. 2015. **42**. P. 3367.
10. Huang J., Childress N., Kry S. // Med. Phys. 2013. **41**. P. 271.
11. Egashira Y., Nishina T., Hotla K. et al. // Phys. Med. Biol. 2013. **58**. P. 1169.
12. Azcona J.D., Barbes B., Wang L. // Phys. Med. Biol. 2016. **61**. P. 50.
13. Донской Е.Н., Климанов В.А., Смирнов В.В. и др. // Медицинская физика. 1997. № 4. С. 38.
14. Климанов В.А., Козлов Е.Б., Трошин В.С. и др. // Медицинская радиология и радиационная безопасность. 2000. **45**(5). С. 55.
15. Климанов В.А. Радиобиологическое и дозиметрическое планирование лучевой и радионуклидной терапии. Ч. 1. М.: НИЯУ МИФИ, 2011.
16. Костылев В.А. // Медицинская физика. 2009. № 3. С. 5.
17. Бочарова И.А., Каплюкова Н.В. // Медицинская физика. 2007. № 1(33). С. 16.
18. <http://ru.mednow.com>
19. <http://www.cpce.ru>
20. Ратнер Т.Г. // Медицинская физика. 2014. № 2(62). С. 96.
21. Альбицкий Л.Л., Кульбицкий Б.Л., Князев С.А. и др. // Медицинская физика. 2007. № 2. С. 78.
22. Сулькин А.Г. Гамма-терапевтические аппараты. М.: Энергоатомиздат, 1986.
23. MCNP — A General Monte Carlo N-Particle Transport Code. Version 4C / Ed. by J.F. Briesmeister. LANL, LA-13709-M, April 2000.
24. Kawrakow I. // Med. Phys. 2000. **27**. P. 485.
25. Nelson W.R., Hirayama H., Rogers D.W.O. The EGS Code System / SLAC. Report Slac-265.
26. Донской Е.Н. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Матем. моделир. процессов. 1993. Вып. 1. С. 3.
27. Sawkey D., O'Shea T., Faddegon B.A. // Med. Phys. 2010. **37**. P. 3272.
28. Ali E.S.M., McEwen M.R., Rogers D.W.O. // Med. Phys. 2012. **39**(10).
29. Song T., Zhou L., Jiang S. // Med. Phys. 2012. **39**. P. 3819.
30. Maigne L., Perrot Y., Chaart D.R.S. et al. // Phys. Med. Biol. 2011. **56** (3). P. 811.
31. Климанов В.А., Моисеев А.Н., Могиленец Н.Н. // Медицинская физика. 2014. **4**(64). С. 5.
32. Климанов В.А., Моисеев А.Н., Могиленец Н.Н. // Медицинская физика. 2015. **2**(66). С. 7.
33. Моисеев А.Н., Климанов В.А. // Альманах клинической медицины. 2008. **XVII**. Ч. 1. С. 350.
34. Климанов В.А., Крамер-Агеев Е.А., Смирнов В.В. Радиационная дозиметрия. М.: НИЯУ МИФИ, 2014.
35. Fraass B., Doppke K., Hunt M. et al. // Med. Phys. 1998. **55**(10). P. 1773.

**The dose kernels of pencil and differential pencil photon beams with the spectrum of treatment machines with a  $^{60}\text{Co}$  source in water and their analytical approximation**

V. A. Klimanov<sup>1,2,3,a</sup>, A. N. Moiseev<sup>4</sup>, M. A. Kolyvanova<sup>2,3,b</sup>, V. L. Romodanov<sup>1</sup>, A. P. Chernyaev<sup>2,c</sup>

<sup>1</sup>Department of Medical Physics, Faculty of Experimental and Theoretical Physics, National Research Nuclear University «MEPhI». Moscow 115409, Russia.

<sup>2</sup>Department of Accelerator Physics and Radiation Medicine, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

<sup>3</sup>State Research Center — Burnasyan Federal Medical Biophysical Center, Federal Medical Biological Agency, Moscow 123182, Russia.

<sup>4</sup>Federal State Autonomous Institution «Medical Rehabilitation Center», Russian Federation Ministry of Health, Moscow 125367, Russia.

E-mail: <sup>a</sup>[vaklimanov@mephi.ru](mailto:vaklimanov@mephi.ru), <sup>b</sup>[kolyvanova@physics.msu.ru](mailto:kolyvanova@physics.msu.ru), <sup>c</sup>[a.p.chernyaev@yandex.ru](mailto:a.p.chernyaev@yandex.ru).

This article presents the results of calculations by the Monte Carlo method in the EGSnrc toolkit of the spatial distributions of absorbed energy or dose kernels in water for a pencil beam or differential pencil beam (point spread function) with the spectrum of ROKUS-M treatment machines. The photon spectrum of the ROKUS-M machines was also calculated by the Monte Carlo method. The calculated dose-kernel results were approximated separately for the radial distribution of the primary and the scattered component of dose kernels by sums of exponential functions divided by the squared radius for a differential pencil beam and by the radius for a pencil beam. This approximation makes direct implementation possible for wellknown model-based techniques for finding 3D dose distributions in external radiation therapy. A simple analytical procedure to verify approximation formulas is proposed. It is also applicable in independent checks of dose distributions along the treat beam axis, which is an important guideline of the Radiation Therapy Quality Assurance Program.

**Keywords:** external radiation therapy, photons, ROKUS treatment machine, pencil beam, differential pencil beam, 3D treatment planning, collapsed cone convolution, pencil beam algorithm.

PACS: 87.55.kd.

Received 16 October 2015.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2016. **71**, No. 4. Pp. 431–439.

**Сведения об авторах**

1. Климанов Владимир Александрович — доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: [vaklimanov@mephi.ru](mailto:vaklimanov@mephi.ru).
2. Моисеев Алексей Николаевич — канд. физ.-мат. наук, медицинский физик, отделение радиологии и лучевой терапии.
3. Кольванова Мария Александровна — и. о. зав. лабораторией; e-mail: [kolyvanova@physics.msu.ru](mailto:kolyvanova@physics.msu.ru).
4. Ромоданов Вадим Леонидович — доктор физ.-мат. наук, профессор.
5. Черняев Александр Петрович — доктор физ.-мат. наук, зав. кафедрой, профессор; e-mail: [a.p.chernyaev@yandex.ru](mailto:a.p.chernyaev@yandex.ru).