# Ондуляторы и генерация рентгеновских импульсов в лазерах на свободных электронах с самоусилением спонтанного излучения

# К.В. Жуковский

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. E-mail: zhukovsk@physics.msu.ru

Статья поступила 06.07.2016, подписана в печать 28.07.2016.

Приводится теоретическое исследование и сравнительный анализ источников излучения синхротронного типа, в частности ондуляторов и лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), работающих в рентгеновском диапазоне. Делается акцент на получение более короткого импульса излучения, исследуются системы ондуляторов и соответствующие им ЛСЭ, наиболее перспективные с точки зрения генерации высокочастотных сверхкоротких импульсов такого излучения, в том числе в рентгеновском диапазоне. Исследуется возможность использования генерации высших гармоник. Показаны преимущества и недостатки однопроходной (без отражающих элементов) и многопроходной (с зеркалами) схем генерации ЛСЭ. Исследуются конструктивные возможности ондуляторов и ЛСЭ для уменьшения длительности импульса лазерного излучения от таких источников с целью генерации фемтосекундных импульсов. Оцениваются перспективы развития рентгеновских лазеров на свободных электронах и пути улучшения качества излучения с заданными характеристиками от таких источников.

*Ключевые слова*: ондуляторное излучение, генерация гармоник, лазер на свободных электронах (ЛСЭ), самоусиление спонтанного излучения.

УДК: 539.12.01., 535-3, 535.8. РАСS: 41.60.-т, 41.60.Ар, 41.60.Сг.

#### Введение

Синхротронное излучение (СИ) и ондуляторное излучение (ОИ) находятся в центре внимания ученых с момента их открытия более полувека назад. Ондуляторное излучение было предсказано советским физиком Гинзбургом [1] и было затем открыто в точном соответствии с предсказанным [2] в середине XX в. В последующие годы была разработана строгая теория излучения релятивистских частиц и к настоящему времени она практически доведена до своего совершенства. Детальное исследование движения и излучения релятивистских электронов в постоянном и в периодическом магнитных полях проведено, например, в [3-7]. В настоящее время ОИ и его теория снова привлекают внимание ученых в связи с разработкой и появлением лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), способных излучать в рентгеновском диапазоне [9] и отвечающим запросам на источники высокочастотного излучения с высокой когерентностью [8]. Интерес к последним диктуется возможностью исследовать с помощью такого излучения процессы на масштабе нанометра и меньше с временным разрешением фемтосекунд. СИ, как и ОИ, происходит при движении релятивистских зарядов по круговой траектории для СИ и по змеевидной траектории для ОИ [10]. Разница в характеристиках получаемого излучения при этом обусловлена различным масштабом длины, на которой формируется излучения: так наблюдатель видит СИ с короткого участка круговой траектории, а ОИ собирается со всей длины ондулятора, которая имеет порядок метров. Это определяет качественные

различия между СИ и ОИ: СИ представляет для пользователя короткие импульсы с очень широким спектром, а ОИ характеризуется узким спектром нескольких гармоник и достаточно длительными банчами излучения, которые зависят от ускорителя электронов; теоретически ондуляторное излучение может быть непрерывным.

Синхротронное и ондуляторное излучения имеют общую природу. Релятивистские заряды интенсивно излучают энергию в виде электромагнитных волн при движении с ускорением. Простым следствием релятивистского преобразования Лоренца для углов tg  $\theta = \frac{\sin \theta'}{\gamma(\beta + \cos \theta')}$  является то, что излучение от релятивистских электронов оказывается направленным в узкий угол порядка  $\theta \approx \frac{1}{\gamma}$  (см., например, [3]). Заряд, движущийся по круговой орбите радиуса R, производит высоконаправленное СИ в узкий угол, который захватывает наблюдателя или пользователя в течение очень короткого промежутка времени, пока заряд проходит из точки A в точку B (рис. 1).

Обозначив моменты времени, в которые электрон находится в точках A и B соответственно, как  $t_{A,B}$ , запишем интервал времени, в течение которого СИ от электрона на круговой орбите достигает наблюдателя как  $\Delta t = t_B - t_A$ . С учетом того что скорость релятивистского электрона v из-за его массы всегда меньше чем скорость фотона, движущегося со скоростью света c, легко выразить интервал времени  $\Delta t = t_B - t_A$  через длину дуги, которую проходит электрон, и через путь, который проходит СИ:  $\Delta t = \frac{\operatorname{arc length}}{v} - \frac{\operatorname{radiation path}}{c}$ . Обращаясь к рис. 1, получаем следующее выражение для  $\Delta t$  через угол  $\theta$ :



Рис. 1. Схематичное представление СИ с участка круговой траектории

 $\Delta t = \frac{R \cdot 2\theta}{n} - \frac{2R \sin \theta}{c}$ . С учетом высокой направленности излучения ультрарелятивистских частиц в малые углы  $\theta \cong (1/2)\gamma$ , sin  $\theta \approx \theta$  имеем для интервала времени излучения  $\Delta t \approx \frac{R}{\gamma v} - \frac{R}{\gamma c} = \frac{R}{\gamma} \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{c} \right)$ , который записывается в терминах релятивистского параметра  $\beta = v/c$  как  $\Delta t \approx \frac{R}{\gamma \beta c} (1 - \beta)$ . Для ультрарелятивистских частиц  $\beta$  близко к единице и  $(1-\beta) \cong \frac{1}{2\sqrt{2}}$ . Принимая во внимание радиус орбиты электрона  $R \cong \frac{\gamma m c}{e B}$ , получаем для длительности импульсы СИ время  $\Delta t = rac{m}{2eB\gamma^2} = rac{R}{2c\gamma^3}$ . Таким образом, импульс СИ имеет очень короткое время. Для ОИ это не так, поскольку ОИ собирается со всей длины ондулятора и характерная длина ОИ равна длине ондулятора, т. е. от одного до нескольких метров, что значительно превышает участок дуги окружности, с которого импульс СИ приходит к наблюдателю. Излучение релятивистского электрона в ондуляторе также приходится в очень узкий угол, который, однако, постоянно захватывает ось ондулятора, вдоль которой происходит релятивистский дрейф электрона на фоне малых осцилляций, поперечных оси ондулятора, что и приводит к излучению. Это определяет качественную разницу в характере СИ и ОИ: короткие импульсы и очень широкий, квазинепрерывный спектр СИ, и длительное ОИ с излучением нескольких гармоник. Совмещение эти двух характеристик — коротких импульсов и высокой частоты — позволяет получить качественно новый инструмент для исследования свойств вещества.

В настоящее время ученые обращаются к исследованию ультракоротких импульсов излучения длительностью порядка аттосекунд в рентгеновском диапазоне [11, 12]. Для того чтобы его получить, требуются устройства чрезвычайно высокой точности с магнитными полями высокой напряженности, длинные ондуляторы с большим числом периодов. Для генерации ОИ высокой частоты применяются ондуляторы с двоякопериодическим магнитным полем [15–20], что позволяет подчеркнуть или ослабить излучение гармоник основного тона [6, 21]. При этом еще более важно иметь высокое качество спектральных линий ОИ [22]. Современные ускорители заряженных частиц позволяют получать пучки электронов высоких энергий с малым разбросом ее значений в пучке и хорошей однородностью пучка с малой расходимостью. Это необходимый фактор для генерации интенсивного ОИ в рентгеновском диапазоне. В то же время современные конструктивные схемы ондуляторов позволяют регулировать генерацию гармоник основного тона ОИ [21] с помощью дополнительных периодических полей в многопериодных ондуляторах. Отметим в этой связи, что неизбежные искажения и нарушения идеальной периодической структуры магнитного поля ондуляторов могут оказывать очень значительное негативное влияние на работу всего устройства, особенно у длинных ондуляторов. Высокое усиление необходимо для ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения (SASE FEL), в устройствах с высоким усилением высших гармоник (HGHG) и в других современных устройствах генерации и усиления, нацеленных на получение излучения высокой частоты в рентгеновском диапазоне. Качество электронных пучков, питающих ондуляторы, при этом сохраняет чрезвычайную важность для всех конструкций ондуляторов, особенно предназначенных для генерации высокочастотного излучения [23]. Строгая периодичность магнитного поля и его форма особенно важны в длинных ондуляторах [24] для поддержания хорошей формы спектральной линии ОИ. Даже небольшое отклонение траекторий электронов в ондуляторе от идеальной траектории приводит к значительной деградации линии ОИ, уменьшению интенсивности ОИ, в особенности гармоник основного тона [16-18], что приводит к уменьшению мощности и яркости ЛСЭ. В этом смысле показатели качества ОИ могут служить для диагностики ЛСЭ и самого ондулятора.

Ухудшение качества ОИ связано в первую очередь с уширением линий спектра, которое происходит по ряду причин, в числе которых разброс значений энергий электронов в пучке и расходимость последнего, искажение формы и присутствие непериодических компонент, вместе с нарушением периодичности магнитного поля ондуляторов. Эти причины могут как иметь внешний по отношению к ондулятору характер, так и происходить по причине неидентичности постоянных магнитов самого ондулятора [25-29]. Отметим, что отклонение от идеальной гармонической формы магнитного поля  $\mathbf{H} = H_0 \sin(2\pi z/\lambda)$  неизбежно хотя бы потому, что с вышеуказанным полем удовлетворяются уравнения Максвелла. Наиболее серьезным фактором, влияющим на качество линий спектра ОИ, остается разброс энергий электронного пучка. В некоторых работах даже утверждается, что на современном уровне техники качество линий спектра высших гармоник ОИ зависит практически только от качества электронного пучка, а не от ондулятора как такового [27]. Роль другого фактора — расходимости пучка электронов — также нельзя недооценивать; она подчеркивается, например, в [25–30]. Постоянные компоненты магнитного поля также могут приводить к ухудшению качества ОИ, сравнимому с влиянием качества электронного пучка; кроме потерь, такое паразитное поле также приводит к с сдвигу спектра линий ОИ [31–34].

Высокие требования к ондуляторам в современных устройствах когерентного излучения и возрастающий запрос на источники с заданными характеристиками излучения возродили интерес к исследованию теоретических аспектов ОИ. Чтобы удовлетворить этот запрос, в современной теории ОИ широко используются обобщенные функции типа Бесселя и Эйри [30, 35-39, 41, 42]. Эти математические формы естественно возникают при записи выражений для спектра и интенсивности излучения зарядов в составных магнитных полях [16-18, 42]. Для теоретического исследования ОИ широко используется операторный метод, который, впрочем, находит применение для гораздо более широкого круга физических проблем [43-48], включая излучение распространение электронных пучков. Вклад всех основных источников уширения спектральных линий ОИ в различных модификациях и конструкциях ондуляторов был теоретически проанализирован в работах [37-39]. Развитый математический аппарат расширенных и обобщенных форм специальных функций позволил точно описать влияние конечного размера электронного пучка, его расходимости, разброса энергий, влияние непериодических компонент магнитного поля на интенсивность, спектр и форму спектральных линий ОИ [40-42]. В частности, было аналитически вычислено влияние длины ондулятора на все характеристики ОИ с учетом вышеуказанных потерь и показана возможность компенсации расходимости электронного пучка соответствующим образом сконфигурированным постоянным магнитным полем.

# 1. Синхротронное, ондуляторное излучения и ЛСЭ

Как подчеркивалось выше, релятивистские частицы в силу чисто кинематических причин излучают в узкий угол  $\theta \approx \frac{1}{\gamma}$ . Наблюдатель попадает в этот угол на короткий промежуток времени для частицы, движущейся по круговой траектории, и видит короткий импульс СИ. Спектр СИ распространяется

от синхротронной частоты  $\omega_0 = v/R$  радиодиапазона до частот рентгеновского диапазона. В ондуляторе наблюдатель принимает излучение за все время прохождения траектории, которая представляет собой малые поперечные осцилляции на фоне продольного релятивистского движения электрона. Обозначим единичный вектор к электрону как  $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ ,  $\mathbf{n} \cong (\psi \cos \varphi, \psi \sin \varphi, 1 - \psi^2/2)$ ; тогда легко получить так называемое уравнение ондулятора для длины волны ОИ под углом  $\theta$  к его оси

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left( 1 + \gamma^2 \left\langle \theta^2 \right\rangle + \gamma^2 \psi^2 \right) \tag{1}$$

из простых соображений синфазности волн, излученных с каждого периода ондулятора. На выходе ондулятора имеем интенсивное ОИ на этих частотах (рис. 2). В реальности излучаются в основном несколько низших гармоник, или, как в случае спирального ондулятора, может быть всего одна основная частота.



Рис. 2. Траектория электрона в плоском ондуляторе и ОИ

Таким образом, ондулятор выделяет резонансные частоты спонтанного излучения электрона. Наглядное представление об этом дает рис. З, где видно, как электрическое поле с двух соседних периодов ондулятора складывается синфазно на резонансных  $\lambda_n$  для основного тона (n = 1; красная линия) и для третьей гармоники (n = 3; синяя линия). Электрическое поле, показанное зеленой линией, приходит с соседних периодов ондулятора в противофазе. Траектория электрона показана серым цветом. Таким образом, на всех периодах ондулятора происходит преимущественное излучение электроном выделенных, как указано выше, частот. В результате



Рис. 3. Выделение резонансных частот спектра ОИ для излучения от электрона в ондуляторе

получаем когерентное излучение от одного электрона по всей длине ондулятора. Спонтанное излучение многих электронов не когерентно между собой.

Обычно в ондуляторе выполнены следующие условия: электроны от современных ускорителей ультрарелятивистские, их поперечный момент в ондуляторе мал, как и соответствующие поперечные осцилляции, и электрическое поле в ондуляторе обычно отсутствует:

$$\gamma \gg 1, \quad \beta_{\perp} \ll 1, \quad \beta_{\perp} H_{\parallel} \ll H_{\perp}, \quad \mathbf{E} = 0.$$
 (2)

ОИ плоского ондулятора с N периодами длины  $\lambda_u$  характеризуется так называемым ондуляторным параметром  $k = \frac{e}{mc^2} \frac{H_0}{k_\lambda}$ , где  $k_\lambda = 2\pi/\lambda_u$ ,  $H_y = H_0 \sin(k_\lambda z)$  — магнитное поле ондулятора, и имеет следующие резонансные частоты:

$$\omega_n = n\omega_R = \frac{2n\omega_0\gamma^2}{1 + \frac{k^2}{2} + (\gamma\psi)^2}, \quad \omega_{R0} = \frac{2\omega_0\gamma^2}{1 + k^2/2}, \quad (3)$$
$$\omega_{n0} = n\omega_{R0},$$

где  $\omega_0 = k_\lambda \beta_z^0 c$ ,  $\beta_z^0 = 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{k^2}{2}\right)$  — скорость релятивистского дрифта электрона в ондуляторе вдоль его оси,  $k \approx H_0 \lambda_0$  [T·см] и  $\psi$  — угол отклонения от оси. Форма линии ОИ дается функцией  $\frac{\sin \nu_n/2}{\nu_n/2} = \operatorname{sinc} \frac{\nu_n}{2}$ , зависящей от параметра расстройки

$$\nu_n = 2\pi N n \left(\frac{\omega}{\omega_n} - 1\right). \tag{4}$$

Полуширина спектральной линии на половине ее высоты (зеленая линия на рис. 4) или однородная спектральная ширина равна  $\frac{1}{2nN}$  и соответствующая ей полуширина полной линии спектра (синяя линия на рис. 4) равна

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{n0}} = \frac{\omega - \omega_{n0}}{\omega_{n0}} = \frac{1}{nN}.$$
(5)



Рис. 4. Форма линии спектра спонтанного ОИ. В идеальном случае — сплошная линия

В реальности в ондуляторах всегда выполнено неравенство  $\frac{1}{nN} \ll 1$ , так как N > 10. Длина волны излучения  $\lambda_n = 2\pi/k_n$  выражается через скорость электронов в ондуляторе следующим образом:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_1}{n} = \frac{\lambda_u}{n} \left( \frac{1 - u/c}{u/c} \right) \cong \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left( 1 + \widetilde{k}^2 \right), \quad (6)$$

где  $\lambda_u$  — период ондулятора, u — скорость электрона:

$$u = c \left( 1 - \left( 1 + \widetilde{k}^2 \right) / 2\gamma^2 \right).$$
<sup>(7)</sup>

Ондуляторный параметр обозначают k или k:

$$\widetilde{k}^2 \equiv \frac{k^2}{2} = \gamma^2 \beta_\perp^2 = \gamma^2 \left\langle \theta^2 \right\rangle, \quad k = eH_0 \lambda_\mu / 2\pi mc^2, \quad (8)$$

 $\theta$  — угол отклонения от оси ондулятора. В реальности для ондуляторов  $k \sim 1$ , а для вигглеров  $k \sim 10$ . Таким образом, для ондулятора с  $k \sim 1$ излучение по существу направлено по его оси в то время как для вигглера с  $k \sim 10$  излучение идет в гораздо больший угол. Для основного тона n = 1 имеем  $u = ck_1/(k_1 + k_u)$ ,  $k_1 = 2\pi/\lambda_1$ . Отметим, что как СИ, так и спонтанное ОИ некогерентны, если рассматривать электронный пучок. Однако компоненты спектра излучения, которые имеют длину волны, значительно превышающую длину банча электронов, приходящего в ондулятор из ускорителя, оказываются когерентны. С уменьшением размеров электронного банча диапазон когерентности расширяется. Различие между СИ, излучением вигглера, т. е. ондулятора с большим значением ондуляторного параметра  $k \sim 10$ , ОИ и излучением ЛСЭ показано на рис. 5. На рисунке видно, как интенсивность излучения и степень его когерентности меняются в зависимости от типа источника излучения. Обозначения здесь таковы: N<sub>f</sub> — число излученных фотонов, N<sub>e</sub> — число электронов в пучке, N число периодов ондулятора или вигглера.

Так, интенсивность СИ электронов на круговой траектории примерно пропорциональна числу электронов в пучке. Излучение вигглера представляет по сути СИ, собранное с нескольких периодов; отклонение электрона от оси вигглера значительно, так что характер излучения остается синхротронным, а его интенсивность становится в N раз больше интенсивности СИ. Излучение остается некогерентным даже для одного электрона. В ондуляторе с  $k \sim 1$ электроны слабо отклоняются от оси на фоне их релятивистского движения вдоль оси, так что угол генерируемого ими излучения всегда захватывает ось ондулятора. В результате наблюдатель видит постоянное, насколько позволяет размер банча электронов от ускорителя, а не импульсное излучение, как в случае СИ. ОИ от одного электрона становится когерентным при  $N \gg 1$ , но излучение всего банча электронов в ондуляторе остается некогерентным. Интенсивность ОИ пропорциональна N<sup>2</sup>. В ЛСЭ излучение становится в большой степени когерентным для всего банча электронов от ускорителя, что приводит к очень значительному росту интенсивности излучения:  $N_f \sim (N_e N)^2$ .

Первые рентгеновские лучи были открыты Рентгеном (Wilhelm Röntgen) в 1895 г.; с тех пор яркость источников рентгеновского излучения от первых синхротронов до рентгеновских лазеров возросла на  $\sim 16$  порядков. Новые источники излу-



Рис. 5. Различие между источниками СИ: синхротрон, вигглер, ондулятор и ЛСЭ

чения — рентгеновские ЛСЭ (XFEL) — обладают преимуществом сочетания высокой частоты излучения, сравнимой с максимальными частотами СИ, и малой длительности импульса: менее пикосекунд, как у обычного твердотельного лазера. Такое сочетание характеристик излучения открывает широкие возможности для пользователей. На длинах волн порядка 200 нм можно изучать поведение вирусов, на характерном масштабе ~ 14 нм становятся видны так называемые квантовые загоны, или атомные кораллы (atomic corrals), а длина волны 1-2 нм позволяет разрешать такие объекты, как спираль ДНК (DNA) и карбоновые нанотрубки; еще более короткие волны дают возможность визуализировать небольшие молекулы, такие как молекула воды, и атомы. В то же время изучение процессов на микро- и наномасштабе часто требует хорошего временного разрешения. Так, время диссоциации воды составляет порядка 10 фс, время обращения валентных электронов на боровской орбите составляет  $\sim 1$  фс, ударные волны распространяются от атома к атому за время 100 фс, а время прецессии электрона в магнитном поле напряженности 1 Тл составляет ~ 10 пкс. Таким образом, для наблюдения подобных процессов требуется источник излучения с соответствующими пространственно-временными характеристиками: коротковолновое излучение в виде очень

коротких импульсов. Одним из таких источников и является рентгеновский ЛСЭ.

# 2. Основы работы ЛСЭ

В 1971 г. была опубликована теория ЛСЭ с малым коэффициентом усиления [50], в которой был описан основополагающий процесс усиления во взаимодействии релятивистского электронного пучка в ондуляторе с излучением. В этой работе уже высказывалось предположение, что ЛСЭ могут генерировать когерентное излучение рентгеновского диапазона. Через несколько лет первые успешные эксперименты по усилению и генерации в инфракрасном ЛСЭ с малым усилением были осуществлены в Стэнфордской лаборатории [51, 52]. Примерно в то же время Колсоном (Colson) было дано классическое описание процесса взаимодействия электрона с волной в ЛСЭ [53], которое согласовывалось с теорией, сделанным Мэйди (Madey) [50]. Точное описание эволюции электромагнитного поля с учетом взаимодействия пучка электронов с излучением в однопроходном ондуляторе без оптического резонатора было дано в работах [54-67]. Эти исследования показали, что, кроме режима малого усиления сигнала (small gain regime) в ЛСЭ, возможен также режим сильного усиления сигнала (high gain regime), когда электромагнитное поле излучения экспоненциально растет и достигает насыщения за один проход излучения в ондуляторе. Исследования квантовых эффектов излучения ЛСЭ были проделаны в начале 1980-х гг. [68–71] и привели к выводу о том, что эффект в большинстве случаев очень хорошо описывается классической теорией.

Чтобы понять процессы, происходящие в ЛСЭ, необходимо обратить внимание на принципиальное различия между когерентным и не когерентным излучением от многих электронов, которые проходят ондулятор одновременно. Мощность излучения, производимого электронами, равна

$$P \propto \left| \sum_{j=1}^{N_e} E_j \, e^{i\varphi_j} \right|^2 = \sum_{j=1}^{N_e} E_j^2 + \left| \sum_{j=1, \ j \neq k}^{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} E_j E_k \, e^{i(\varphi_j - \varphi_k)} \right|^2, \tag{9}$$

где  $\phi_j$  — фазы электрического поля  $E_j$  излучения системы многих электронов числа  $N \gg 1$ , включает два слагаемых. Для некоррелированного излучения системы электронов слагаемые второй двойной суммы дают практически нулевой вклад, так как, интерферируя, они взаимно уничтожают друг друга. Это происходит в случае некогерентного источника излучения от многих электронов, как, например, спонтанное ОИ. Полная мощность излучения при этом определяется первой суммой в формуле (9), и она примерно равна сумме мощностей излучения N независимых электронов системы. Для коррелированного излучения системы электронов фазы полей излучения коррелированны ( $\phi_i \approx \phi_k$ ) практически для всех электронов, и тогда вторая двойная сумма дает значительный и подавляющей вклад  $\sim N^2.$  Для того чтобы это произошло, необходимо, чтобы излучающие электроны были сгруппированы в микробанчи, разделенные длиной волны излучения. На рис. 6 схематически представлена эволюция электронного банча в ондуляторе и соответствующее ему изменение ОИ от некогерентного к когерентному. Показано, что изначально некогерентное спонтанное ОИ от электронов в банче, которое имеет случайные фазы, становится когерентным ближе к концу ондулятора по мере того, как электроны оказываются сгруппированными в микробанчи на расстоянии длины волны излучения. Итак, вначале имеем преимущественно некогерентное излучение на резонансной частоте ондулятора. Однако коллективное взаимодействие электронов в ондуляторе с производимым ими излучением усиливает малые начальные когерентные флуктуации поля излучения и одновременно приводит к группировке электронов в микробанчи на резонансной длине ОИ. Такой процесс продолжается, пока группировка не станет полной или почти полной ближе к концу ондулятора и пока не наступит насыщение и электроны не начнут разгруппировываться.

Чтобы понять это явление, лучше обратиться к рис. 7. В основе простого физического механизма группировки электронов лежит тот факт, что скорость электронов, даже релятивистских, всегда немного меньше скорости излучаемых ими фотонов, которые распространяются со скоростью света. Таким образом, электроны всегда несколько отстают от производимого ими излучения.

Действительно, фотоны распространяются со скоростью света  $v_{\gamma} = c$ , а электроны движутся со скоростью u < c,  $\beta_{\parallel} \approx 1$ , т.е. медленнее фотонов. Разница в положении банча электронов и произведенным им импульсом излучения увеличивается при движении вдоль ондулятора, и на полной длине ондулятора она становится равной (см. рис. 7)

$$\Delta = (1 - \beta_{\parallel}) N \lambda_u \cong N \lambda, \tag{10}$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения,  $\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{k^2}{2} \right)$ , и продольная компонента скорости электронов  $\beta$ 



Рис. 6. Эволюция электронного банча и излучения от некогерентного к когерентному по длине ондулятора



*Рис.* 7. Изменение взаимного положения импульса фотонов и банча электронов на половине периода ондулятора ЛСЭ

есть  $\beta_{\parallel} \cong 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{k^2}{2}\right)$ . Таким образом, получаем, что проскальзывание фотонного импульса относительно электронного банча на всей длине ондулятора составляет N раз длину излученной волны  $\lambda$ . Соответственно сдвиг фотонов относительно электронов на половине периода ондулятора составляет половину длины волны излучения:

$$\Delta_{\lambda_u/2} = N\lambda/(2N) = \lambda/2. \tag{11}$$

Другими словами, пока волна излучения проходит расстояние  $\lambda/2$  за время  $\lambda/(2c)$ , электрон проходит меньшее расстояние  $\lambda u/(2c)$  и на одном периоде ондулятора электроны отстают от фотонов излучения на одну длину волны излучения. Итак, фотонный импульс, имея скорость выше, чем у электронов, опережает электронный пакет так, что волна, излученная на определенном периоде ондулятора, приходит синфазно с волной, излученной на следующем периоде ондулятора. Формирование микробанчей электронов, которые приводят к когерентности ондуляторного излучения, схематически показано на рис. 8 (см. [72]).



Рис. 8. Взаимодействие излучения с электронами и формирование микробанчей

Предположим, что в ондуляторе присутствует электромагнитное поле  $B_w$  от уже существующей электромагнитной волны с периодом излучения  $\lambda$ . Посредством взаимодействия с поперечной компонентой скорости электрона  $v_t$  создается сила Лоренца  $F_{\text{bunch}}$ , которую мы обозначим на рис. 8 для краткости как f. Эта сила сдвигает электроны ближе к узлу волны, как хорошо видно на рис. 8. После того как электрон проходит половину периода ондулятора  $\lambda_u/2$ , поперечная компонента его

скорости меряет знак на обратный: - v<sub>t</sub>. В то же время электромагнитная волна опережает электрон на половину длины периода  $\lambda/2$  волны излучения, как следует из (10), (11). Таким образом, так как поле В<sub>w</sub> теперь также изменило знак, как и поперечная компонента скорости электрона vt, то сила Лоренца не изменит своего направления и по-прежнему действует так, что электрон сдвигается вперед в сторону узла волны (см. рис. 8). Так формируется микробанч, отмеченный красным на рис. 8. На электрон, который немного впереди по отношению к микробанчу, также действует сила Лоренца  $F_{\text{bunch}}$ , равная -f, которая сдвигает этот электрон назад к узлу волны и к микробанчу, осуществляя таким образом группировку электронов с другой стороны банча. Этот процесс повторяется на каждом периоде длины волны излучения  $\lambda$  и на всех периодах ондулятора, так как пока электроны проходят период ондулятора  $\lambda_u$ , электромагнитная волна распространяется на  $\lambda_u$  + длина волны  $\lambda$ . Таким образом, поперечные движения каждого электрона всегда находятся в определенной фазе с полем электромагнитной волны. Так происходит группировка электронов в микробанчи при взаимодействии с электромагнитной волной в ондуляторе.

# 3. Коррелированное усиление электромагнитной волны в ЛСЭ

Усиление в ЛСЭ происходит потому, что энергия передается от электронов к электромагнитной волне, которая присутствует в ондуляторе, т.е. в результате отрицательной работы сил, совершенной поперечным электрическим полем электромагнитной волны в ондуляторе, так как магнитное поле волны не совершает работы. Скорость такой передачи энергии для одного электрона пропорциональна произведению  $E_W v_t$ , где  $E_W$  — электрическое поле электромагнитной волны ОИ и  $v_t$  — поперечная компонента скорости электрона. Тогда  $E_W \propto I^{1/2}$ , где I — интенсивность электромагнитной волны ОИ и  $dI/dt \propto I^{1/2} v_t$ . Отметим, что некоррелированное излучение многих электронов не ведет к экспоненциальному росту интенсивности ОИ со временем по мере прохождения электронами ондулятора вдоль его оси, а приводит к квадратичной зависимости:  $I(z) \propto z^2$ . Действие магнитного поля В

на поперечную компоненту скорости электронов выражается продольной силой Лоренца  $F_{\text{bunch}} = v_t B_W$ , которая группирует электроны в микробанчи, как продемонстрировано на рис. 8. Эта сила пропорциональна величине поперечной компоненты скорости электрона, и она также ортогональна магнитному полю В волны ОИ напряженности В<sub>W</sub>. Так как  $B_W \propto I^{1/2}$ , то сила, которая осуществляет микробанчинг или группировку электронов, тоже пропорциональна  $I^{1/2}$ . Предположим для определенности, что эта сила увеличивает коррелированное излучение на коэффициент, пропорциональный группирующей силе F<sub>bunch</sub>. После умножения на скорость передачи энергии для каждого электрона получается dI/dt = AI, A = const. В предположении, что  $A = u/L_G$ , где  $L_G$  — характерная длина усиления, имеем экспоненциальный рост интенсивности:

$$I = I_0 \exp\left(\frac{ut}{L_G}\right) = I_0 \exp\left(\frac{z}{L_G}\right).$$
(12)

Такой экспоненциальный рост получается, только если присутствует группировка электронов, а для некоррелированных электронов это не так. Процесс усиления продолжается, пока не наступит насыщение. При условии, что начальное положение электрона по отношению к уже присутствующей в ондуляторе волне излучения благоприятно для передачи энергии от электрона к волне, т.е. направление поперечной компоненты скорости электрона по отношению к направлению вектору Е электрического поля электромагнитной волны таково, что совершается отрицательная работа, энергия передается от электрона к волне. В результате энергия электрона уменьшается и соответственно уменьшается и его продольная скорость и, которая становится равной  $u - \Delta u$ . Это уменьшение энергии и скорости электрона в свою очередь меняет условия, изначально благоприятные для передачи энергии от электрона к волне, делая их менее благоприятными. Этот процесс продолжается, и в определенный момент замедление электрона на  $\Delta u$  становится все более значительным — настолько, что электроны уже не способны отдавать энергию волне и, наоборот, начинается передача энергии от волны к электронам в пучке. В результате этого процесса энергия электронов и скорость электронов и возрастает и восстанавливается их изначальное положение по отношению к волне, благоприятное для передачи энергии от электронов к волне. Таким образом, заканчивается процесс экспоненциального роста интенсивности волны ОИ и энергия на этом этапе периодически перекачивается от волны к электронам и наоборот.

Для того, чтобы посчитать усиление, необходимо оценить величину поперечной скорости  $v_t$  и степень группировки электронов в микробанчи. Поперечная компонента скорости электронов может быть запи-

сана следующим образом:

$$v_t = \left(\frac{euH_0}{\gamma m_0}\right) \left(\frac{\lambda_u}{2\pi u}\right) \cos\frac{2\pi u t}{\lambda_u}.$$
 (13)

Скорость передачи энергии от одного электрона к уже существующей волне dE/dt пропорциональна  $\sim I^{1/2}H_0\lambda_u/\gamma$ ; напряженность магнитного поля  $B_W$  электромагнитной волны пропорциональна квадратному корню из интенсивности  $B_w \propto I_0^{1/2} \exp(ut/(2L_G))$ . Тогда можно записать продольную силу, группирующую электроны в микробанчи, следующим образом:

$$F_{\text{bunch}} = \text{const} \cdot \left(\frac{H_0 \lambda_u}{\gamma}\right) I_0^{1/2} \exp\left(\frac{ut}{2L_G}\right).$$
(14)

Это приводит к следующему уравнению движения для релятивистской массы электрона  $\gamma^3 m$ :

$$\gamma^3 m \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = F_{\text{bunch}} = \text{const} \cdot \left(\frac{H_0 \lambda_u}{\gamma}\right) I_0^{1/2} \exp\left(\frac{ut}{2L_G}\right).$$
(15)

Группирующая сила  $F_{\text{bunch}}$  приводит к небольшому продольному смещению электрона на величину  $\Delta x$ :

$$\Delta x = \text{const} \cdot \frac{1}{\gamma^3} \frac{H_0 \lambda_u}{\gamma} L_G^2 I_0^{1/2} \exp\left(\frac{ut}{2L_G}\right) = \frac{H_0 \lambda_u L_G^2}{\gamma^4} I^{1/2}.$$
(16)

Как показано выше, электроны сконцентрированы в пространстве поперечно оси ондулятора в тонкие слайсы — микробанчи, разделенные между собой длиной волны излучения  $\lambda$ . Степень группировки или банчирования соответствует доли электронов, которые излучают когерентно; она в первом приближении пропорциональна ( $\Delta x/\lambda$ ). Тогда соответствующее число сгруппированных электронов пропорционально  $N_e(\Delta x/\lambda)$ . Их вклад в интенсивность электромагнитной волны записывается следующим образом:

$$j\frac{\Delta x}{\lambda} \propto j\frac{I^{1/2}H_0\lambda_u L_G^2/\gamma^4}{\lambda_u/\gamma^2} = jI^{1/2}H_0L_G^2/\gamma^2,$$
  

$$j \equiv \frac{i}{\Sigma} = \frac{\text{current}}{\text{cross section}}.$$
(17)

Степень и эффект от группировки соответствуют множителю, который пропорционален продольной силе группировки  $F_{\text{bunch}}$  и, следовательно, пропорционален  $\sim I^{1/2}$ , где I — интенсивность электромагнитной волны. В результате его умножения на скорость передачи энергии электронами dE/dt получаем следующее выражение:

$$\frac{dI}{dt} = \operatorname{const} \cdot j \frac{H_0 L_G^2}{\gamma^2} I^{1/2} \left( I^{1/2} \frac{H_0 \lambda_u}{\gamma} \right) = \operatorname{const} \cdot j \frac{H_0^2 \lambda_u L_G^2}{\gamma^3} I.$$
(18)

Решением этого уравнения является экспонента  $I = I_0 \exp(z/L_G)$ , и для ультрарелятивистских электронов имеем  $u/L_G \cong c/L_G \propto jH_0^2\lambda_u L_G^2/\gamma^3$ . Таким образом, получаем характерную длину усиления ЛСЭ

$$L_G = \text{const} \cdot j^{-1/3} H_0^{-2/3} \lambda_u^{-1/3} \gamma.$$
(19)

Она связана с параметром Пирса  $\rho$  следующим образом:

$$\rho = \frac{\lambda_u}{4\pi\sqrt{3}L_G} \propto j^{1/3} H_0^{2/3} \lambda_u^{4/3} \gamma^{-1}.$$
 (20)

Последний можно также записать в виде  $\rho = \frac{1}{2\gamma} \left( \frac{I_e}{I_A} \left( \frac{\lambda_u \tilde{k} f_B}{2 \pi \sigma_r} \right)^2 \right)^{1/3}$ , где  $I_A \cong 17$  кА — ток Альфвена (Alfven current),  $I_e$  — сила тока в электронном пучке,  $\sigma_r$  — радиус этого пучка,  $f_B(J_n)$  — коэффициент группировки (bunching coefficient),  $J_n$  — функции Бесселя. Типы функций Бесселя и точный вид их аргументов зависят от типа ондулятора и обсуждаются, например, в [16, 18, 21, 22, 32, 38, 40, 42].

### 4. ЛСЭ с резонатором

Лазеры на свободных электронах подразделяются на два основных типа: многопроходные ЛСЭ с оптическим резонатором и однопроходные ЛСЭ без резонатора. Оба типа имеют свои преимущества и недостатки. В ЛСЭ с оптическим резонатором излучение совершает много проходов между зеркалами, одно из которых полупрозрачное, и взаимодействует с пучком электронов. Релятивисткие электроны совершают периодические поперечные колебания в ондуляторе на фоне релятивистского дрейфа и взаимодействуют по всей длине ондулятора со спонтанным ОИ, которое, как и ондулятор, заключено между зеркалами. В результате спонтанное излучение дополняется вынужденным излучением и получает усиление. Недостатком резонаторной конструкции ЛСЭ является в первую очередь то, что зеркала и их материал обладают хорошей отражательной способностью лишь в ограниченном диапазоне частот. Так, обычные зеркала способны отражать свет вплоть до длин волн инфракрасного — ультрафиолетового диапазонов IR-UV (рис. 9), что далеко от рентгеновского диапазона.

Современные материалы и технологии позволяют значительно продвинуться в сторону более высоких частот и создать зеркала со специальными многослойными покрытиями, отражающие рентгеновские



Рис. 9. Отражающие способности некоторых материалов для зеркал ЛСЭ

лучи до 70%. С применением таких материалов, как MoRu/Be, можно получить зеркала с коэффициентом отражения до 69.3% на длине волны 11.43 нм, а зеркала из Mo/Si отражают до 67.2% на 13.51 нм (см. рис. 9).

Резонаторный дизайн ЛСЭ имеет важное преимущество: зеркала естественным образом выделяют продольные моды излучения, определяемые целым числом полупериодов длины волны, которые укладываются между зеркалами. Продольные моды в оптической полости эквидистантно расположены по частоте и во времени (средний график на рис. 10):

$$\Delta \nu = \frac{c}{2L}, \quad \Delta \tau = \frac{1}{\Delta \nu}.$$
 (21)

Интервал между ними зависит от длины оптического резонатора *L*.



*Рис. 10.* Продольная структура мод в ЛСЭ с оптическим резонатором

С учетом ширины диапазона усиления лазера

$$\Delta \nu_{\text{gain}} \approx \frac{1}{\tau_{\text{pulse}}} = \frac{c}{2\Delta},$$
 (22)

где  $\Delta = N\lambda$  (см. (10), а также верхний график на рис. 10), и продольных мод (21) (см. средний график на рис. 10) получаем спектр ЛСЭ с оптическим резонатором, как показано на нижнем графике рис. 10. В диапазоне усиления ЛСЭ продольные моды будут, складываясь в фазе, давать на выходе периодические интенсивные вспышки света. Эти импульсы будут разделены промежутком времени  $\tau = 2L/c$ , в течение которого свет проходит полный путь туда и обратно в оптическом резонаторе ЛСЭ. Получается спектр ЛСЭ в виде последовательности эквидистантных мод, отделенных между собой промежутками

$$\Delta \nu_{\rm round \ trip} = \Delta \nu = \frac{1}{\tau_{\rm round \ trip}},\tag{23}$$

где  $\tau_{\rm round\ trip} = 2L/c$  и L — длина оптического резонатора. Другими словами, только длины волн, приходящих в фазе, будут складываться, усиливаясь, и выделять таким образом моды излучения ЛСЭ во всем диапазоне. Такой ЛСЭ называется лазером с фиксированными модами или фиксированной фазой (mode-locked or phase-locked). Фиксирование мод спектра меняет временной характер излучения ЛСЭ: вместо постоянной волны излучения получаем серию коротких периодических импульсов излучения, одинаково удаленных друг от друга во времени.

Ширина диапазона усиления (homogeneous gain bandwidth) ЛСЭ определяется длиной проскальзывания фотонов вперед относительно электроного пучка:  $\Delta = N\lambda$  (10). Эта величина играет важнейшую роль в физике ЛСЭ. Нетрудно убедиться, что только конечное число продольных мод с положительным усилением  $N_{\text{gain}}$  может присутствовать в ЛСЭ:  $\Delta \nu_{\text{gain}} \approx \frac{1}{\tau_{\text{pulse}}} = \frac{c}{2\Delta}$  (см. (21)-(23)), где  $\Delta = N\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны излучения, N — число периодов ондулятора. Тогда число усиливаемых мод оказывается равным

$$N_{\text{gain}} = \frac{\Delta \nu_{\text{gain}}}{\Delta \nu_{\text{round trip}}} \approx \frac{L}{\Delta}$$
(24)

и длительность импульса ЛСЭ соответственно равна

$$\tau_{\rm pulse} \approx \frac{1}{\Delta \nu_{\rm gain}} = \frac{\tau_{\rm round \, trip}}{N_{\rm gain}}.$$
(25)

Для импульса гауссовой формы  $\tau_{Gaussian pulse} \cong \frac{0.44}{\Delta \nu_{gain}}$ . Таким образом, полный макроимпульс ЛСЭ длительностью, например, в микросекунду, которая определяется размером банча электронов, состоит из длинной последовательности микроимпульсов длительностью в пикосекунды и менее. Такие короткие импульсы находят применение для изучения быстротекущих процессов в физике и в химии, они используются в сверхбыстрой спектроскопии, в фемтохимии и т. д. Макроимпульсы ЛСЭ повторяются с частотой, определяемой ускорителем электронов, и обычно лежат в диапазоне 10–100 Гц, в то время как микроимпульсы повторяются с частотой от нескольких МГц до ТГц.

Не останавливаясь на уравнениях, описывающих усиление электромагнитного поля, отметим сформулированный Мэйди результат в форме так называемой теоремы Мэйди (Madey's theorem) [50], которая утверждает, что усиление ЛСЭ  $G(\nu)$  в режиме слабого усиления пропорционально производной от формы линии спонтанного ОИ  $f(\nu)$  по своему аргументу — параметру расстройки:  $G(\nu) \propto \frac{\partial f(\nu)}{\partial \nu}$ ,

 $f(\nu) = \operatorname{sinc}^2(\nu)$ , или

$$G(\nu) = -\frac{j}{2} \partial_{\nu} \left[ \sin \frac{\nu}{2} / \frac{\nu}{2} \right]^2, \qquad (26)$$

где j — плотность электронного тока в ондуляторе,  $\nu$  — параметр расстройки (4). На рис. 11 соответствующий график представлен на заднем плане при  $\beta = 0$ ; однородная ширина линии равна  $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{1}{2N}$ (ср. (5) и рис. 4).



Рис. 11. Функция, описывающая усиление ЛСЭ в режиме слабого усиления в постоянном магнитном поле

В присутствии постоянного магнитного поля форма линии ОИ на оси изменяется и описываетобобщенной функцией типа Эйри  $S(\nu_n,\beta) \equiv$ ся  $\equiv \int d au \, e^{i(
u_n au + eta au^3)};$  соответственно меняется и ее производная:  $-\partial S^2/\partial \nu_n$ . Хорошо известный график усиления ЛСЭ в режиме слабого усиления в виде функции  $-\partial(\operatorname{sinc}^2 \nu_n)/\partial \nu_n$  виден на заднем плане рис. 11, где  $\beta = 0$ . Постоянное магнитное поле  $H_d = \kappa H_0$ , где Но — амплитуда периодического магнитного поля в ондуляторе, приводит к изменению траектории электронов, изгибая ее на угол  $\theta_H = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{k}{\gamma} \pi N \kappa_1$ ; линия спектра ОИ при этом описывается обобщенной функцией типа Эйри с аргументом  $\beta = \frac{(2\pi nN + \nu_n)(\gamma\theta_H)^2}{1 + (k^2/2) + (\gamma\theta_H)^2}$ (см., например, [38, 40, 42]). Более того, в отличие от влияния характеристик электронного пучка, таких как разброс энергий и расходимость, постоянное поле сдвигает спектральные линии ОИ и максимум усиления ЛСЭ в сторону меньших частот (рис. 11).

#### 5. Однопроходные ЛСЭ с высоким усилением

Точное описание эволюции взаимодействия электромагнитного поля с пучком электронов вдоль всей оси ондулятора без резонатора за один проход излучения было сделано в работах [54–66]. В частности, была показана возможность экспоненциального роста интенсивности электромагнитного поля излучения за один проход в ондуляторе. Отсутствие зеркал делает такой ЛСЭ потенциально крайне интересным для получения коротковолнового когерентного рентгеновского излучения.

Однако существует несколько причин, по которым значительно труднее сконструировать ЛСЭ для рентгеновского диапазона, чем для более длинных волн. Прежде всего, для получения коротковолнового излучения требуются электроны высоких энергий, но высокие энергии приводят к увеличению длины усиления  $L_G \propto \gamma$ , а она должна быть разумно короткой. Это особенно важно при генерации гармоник для высоких частот, так как влияние негативных факторов уширения спектральной линии ОИ накапливается по всей длине ондулятора. Амплитуда напряженности магнитного поля ондулятора Но должна быть как можно большей, а период  $\lambda_u$  не должен быть слишком велик, так как он определяет длину волны излучения  $\lambda \propto \lambda_u / \gamma^2$ . Кроме того, электронный ток в ондуляторе і должен быть достаточно сильным, а его поперечное сечение  $\sigma$  малым. Однако ү-фактор пучка электронов не может быть малым, если мы хотим получить излучение в рентгеновском диапазоне.

ЛСЭ в режиме высокого усиления характеризуется экспоненциальным ростом мощности излучения по мере того, как электронный пучок и ОИ распространяются совместно и взаимодействуют за один проход излучения по длине ондулятора. Такие ЛСЭ иногда называют усилителями, так как весь процесс генерации когерентного излучения начинается с ничтожно малой флуктуации или с шума, и он может расти на много порядков, пока наступает насыщение. В таком ЛСЭ отсутствуют зеркала и нет оптического резонатора, поэтому этот тип ЛСЭ хорошо подходит для высоких частот рентгеновского диапазона, где зеркала являются наиболее узким местом ЛСЭ. Такой SASE FEL ЛСЭ по существу работает как усилитель, в котором когерентное лазерное излучение формируется за один проход длинного ондулятора, достигая пиковых значений в импульсах до  $\sim 10^{10}~{
m Br}$  на несколько десятков фемтосекунд. По вышеуказанным причинам большинство рентгеновских ЛСЭ построены однопроходными, что стало возможным в XXI в. с развитием техники ускорителей заряженных частиц высоких энергий с высоким качеством пучков и совершенствованием технологии изготовления сверхсильных и одинаковых магнитов для ондуляторов с высокой точностью и периодичностью магнитного поля.

Принцип действия ЛСЭ с высоким усилением

основан на использовании обратной положительной связи. Электроны излучают спонтанное ОИ, которое корректирует их положения и фазы относительно электромагнитной волны, группируя их на расстоянии длины волны излучения. Так, все больше электронов излучает когерентно вдоль оси ондулятора. В начале ондулятора электроны имеют случайные фазы и их излучение некогерентно. Но уже первые волны ОИ от этих электронов запускают процесс формирования микробанчей (рис. 6, 8–12).



*Рис.* 12. Усиление гармоник когерентного излучения в однопроходном ЛСЭ (SASE FEL) (n = 1 — красная линия, n = 3 — зеленая линия, n = 5 — синяя линия)

В отличие от несгруппированных электронов, которые излучают некогерентные волны, электроны из микробанчей, которые разделены длиной волны излучения, излучают коррелированно (рис. 6 и 12). Происходит, как говорилось выше, экспоненциальное нарастание интенсивности излучения в ондуляторе с увеличением пройденного электронным банчем расстояния, пока не наступит насыщение, как показано на рис. 12, где схематично представлено усиление Linac Coherent Light Source (LCLS) с параметрами ондулятора L = 100 м,  $\lambda_u = 3$  см,  $L_G = 3.3$  м,  $\lambda = 1.5$  Å = 0.15 нм. Вся конструкция имеет размер L = 1 км, по ней течет ток электронного пучка I = 3 кA, а сам пучок электронов от ускорителя имеет энергию E = 13.6 ГэВ и параметры  $\gamma \varepsilon_{x,y} = 0.4$  мкм,  $\sigma_E/E = 0.01\%$ . Пример симуляции электронной плотности банча в начале, середине и конце ондулятора ЛСЭ показан на рис. 13. Левый график соответствует модуляции электронной плотности в пучке вдоль оси ондулятора в его начале, средний график соответствует середине ондулятора,



*Рис. 13.* Симуляция плотности электронов в банче в ондуляторе ЛСЭ в начале ондулятора на левом графике и в конце ондулятора на правом графике

а правый график показывает плотность электронов в конце ондулятора.

Размер поперечной структуры электронного банча значительно превышает его продольную тонкую структуру, состоящую из микробанчей. Так, расстояние между микробанчами, в которые сгруппированы электроны, может составлять нанометры, а электронный макробанч может содержать сотни тысяч микробанчей или слайсов электронов.

# 6. Некоторые продвинутые схемы однопроходных ЛСЭ

Одна из наиболее распространенных модификаций ЛСЭ, имеющая в основе однопроходный лазер SASE FEL, где усиление начинается со случайных фаз и с шума, представлена ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения с затравочным излучением. В этой конструкции уже в самом начале ондулятора еще не сгруппированные электроны, имеющие случайные фазы, взаимодействуют с когерентным затравочным лазерным излучением, которое группирует их соответственно затравочной электромагнитной волне. Преимущество этой конструкции заключается в стабильности фазы излучения, так как весь процесс с самого начала инициируется и контролируется затравочным лазером.

Чтобы получить сверхвысокие частоты и достигнуть рентгеновского диапазона, предлагается следующая модификация ЛСЭ SASE FEL с высоким усилением и генерацией высоких гармоник (HGHG), представленная на рис. 14. Схема HGHG включает источник лазерного затравочного излучения, генератор гармоник, банчер и усилитель излучения *n*-й гармоники затравочного лазера.

Когерентное излучение затравочного лазера проходит первый короткий ондулятор, который настроен на частоту затравочного лазера. Взаимодействие последнего с электронным банчем приводит к небольшой продольной модуляции его энергии. В следующей секции модуляция энергии приводит к модуляции плотности электронного пучка на гармонике с номером n от первого ондулятора-модулятора. Затем модулированный соответствующим образом банч электронов и ОИ проходят второй длинный ондулятор, настроенный на гармонику с номером nпервого ондулятора, которая максимально усиливается во втором ондуляторе до насыщения. Последний длинный ондулятор также иногда называют излучателем. На его выходе формируются импульсы излучения длительностью 20 фс и менее.

Одним из важных преимуществ ЛСЭ с резонатором является возможность влиять на спектр с помощью мод оптического резонатора. однопроходный ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения SASE FEL лишен такой возможности из-за отсутствия зеркал, что, однако, дает другие преимущества, как обсуждалось выше. Чтобы получить возможность влиять на спектр однопроходного ЛСЭ без зеркал, между несколькими ондуляторами такого ЛСЭ (большие блоки с полосками на рис. 15) вводятся дополнительные элементы конструкции: магнитные шиканы, изображенные маленькими блоками на рис. 15). При отсутствии оптического резонатора, его роль выполняют шиканы, которые осуществляют своего рода фиксацию фаз или мод в однопроходном ЛСЭ SASE FEL.



Рис. 15. Схематичное изображение ЛСЭ с шиканами между ондуляторов (большие блоки — ондуляторы, маленькие блоки — шиканы)

Магнитные шиканы вносят между излучением и электронами в банче дополнительный сдвиг, так что в фазе оказывается только излучение с длинами волн, которые укладываются целое число раз в относительный сдвиг между фотонами и электронами в одном модуле, который получается за счет шиканы. Только такие частоты будут синфазно складываться в полное излучение всего устройства от всех модулей, которых может быть много. Из этих своеобразных мод формируется на выходе гребенчатый спектр электромагнитного излучения такого однопроходного ЛСЭ, состоящий из множества узких линий, равноудаленных друг от друга. Результат напоминает тот, что получается в ЛСЭ с оптическим резонатором (графики на рис. 16 и 17).

На рис. 16 показана зависимость мощности излучения однопроходного ЛСЭ с ондулятором без шикан (левый график на рис. 16) и с шиканами, которые задают моды излучения при отсутствии зеркал



Рис. 14. ЛСЭ HGHG с лазерной затравкой, генератором гармоник, банчером и усилителем



Рис. 16. Качественная разница зависимости мощности излучения от времени для однопроходного ЛСЭ с ондулятором без шикан (слева) и с шиканами (справа)



Рис. 17. Качественное отличие спектра излучения однопроходного ЛСЭ с ондулятором без шикан (слева) и с шиканами (справа)

(правый график на рис. 16), от времени. Сравнение спектра излучения ЛСЭ с шиканами и без них приведено на рис. 17. Отметим, что на правых графиках на рис. 16 и 17, соответствующих ЛСЭ с шиканами, присутствует гребенка дискретных, равноудаленных друг от друга пиков излучения вместо кривой на левых графиках на рис. 16 и 17. Итак, в конце ряда ондуляторов с шиканами получаем более высокую спектральную мощность, чем в обычном SASE FEL, и серию пиков излучения вместо относительно широкого спектра однопроходного ЛСЭ.

Кратко обсудим еще одну конструкцию однопроходного ЛСЭ с так называемой самозатравкой (self-seed FEL), изображенную на рис. 18. Преимуществом этой схемы является независимость от внешних источников излучения, используемых для затравки, которые должны иметь очень высокую стабильность и идеальное пространственно-временное совмещение с банчем электронного пучка. Оба ондулятора в схеме с самозатравкой настроены на одну и ту же частоту. Первый ондулятор по существу представляет собой короткий однопроходный ЛСЭ SASE FEL, который работает в линейном режиме, далеком от насыщения. Он производит типичные для SASE FEL импульсы (левый график на рис. 19, а также на рис. 16, 17) мощностью примерно в 10<sup>3</sup> раз меньше мощности насыщения. Электронный пучок после первого ондулятора направляется на магнитную шикану, которая разрушает слабую модуляцию плотности, полученную

в первом затравочном ондуляторе. Одновременно происходит задержка электронного пучка, чтобы обеспечить его совмещение с фотонным импульсом ОИ в следующем ондуляторе. Излучение первого ондулятора, работающего в линейном режиме, тем временем подвергается спектральной фильтрации на решетке узкополосного монохроматора. Последний вытягивает импульс излучения так, что его длина когерентности теперь превышает размер электронного банча. После этого обработанный фотонный импульс и задержанный электронный банч вновь встречаются. При этом отфильтрованное ОИ от первого ондулятора служит затравкой для второго длинного ондулятора, который работает в режиме насыщения, усиливая электромагнитное излучения до максимума (рис. 18).



*Рис. 18.* Схема работы однопроходного ЛСЭ с самозатравкой (self-seed FEL)

В результате получаем излучение ЛСЭ отличного качества, не зависящее от внешних источников, их стабильности и т. д., что демонстрирует рис. 19, где показан спектр излучения после первого ондулятора SASE FEL (левый график) и спектр ЛСЭ на выходе после второго ондулятора (правый график).



*Рис. 19.* Спектр излучения после первого ондулятора SASE FEL (слева) и после второго ондулятора-усилителя (справа)

Отметим разницу в распределении спектральной мощности излучения после первого и второго ондуляторов. На графике слева на рис. 19 виден обычный довольно широкий SASE FEL спектр однопроходного ЛСЭ, который даже вдали от режима насыщения представляет собой множество неровных всплесков и линий. После второго ондулятора, напротив, имеем замечательный спектр излучения в виде узкой и чистой спектральной линии с незначительным фоном спонтанного ОИ, как видно на правом графике рис. 19. Спектральная яркость излучения такого ЛСЭ в ~  $10^2$  раз выше, чем у обычного однопроходного ЛСЭ SASE FEL.

# 7. Проблемы и перспективы рентгеновских ЛСЭ

В заключение сформулируем основные трудности реализации ЛСЭ в рентгеновском диапазоне.

1. Длина волны излучения  $\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{k^2}{2}\right)$ должна быть уменьшена до 1 Å. Для таких коротких волн требуются электроны высоких энергий, но большие энергии электронов также увеличивают характерную длину  $L_G$ , на которой происходит усиление. Длина периода ондулятора  $\lambda_u$  также определяет длину волны ОИ  $\lambda$  и длину усиления  $L_G$ . Чем больше  $\lambda_u$ , тем ниже частота излучения и тем длиннее устройство, так как растет величина  $L_G$ . Следовательно, нужны ондуляторы с коротким периодом.

2. Энергия электронов от ускорителя должна быть 10-20 ГэВ. Это следствие компромисса, чтобы не слишком увеличивать длину усиления и получить в то же время достаточно коротковолновое излучение.

3. Длина усиления  $L_G = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{4mc}{\mu e} \frac{\gamma^3 \lambda_u}{k^2} \frac{\sigma_r^2}{T} \right)^{1/3}$  желательно должна быть в пределах ~ 10 м. Отметим также, что имеет место соотношение  $\frac{\sigma_r^2}{T} = \frac{\sigma_r^2 L_{\text{bunch}}}{qc}$ , где  $L_{\text{bunch}}$  — продольный размер банча электронов,  $\sigma_r$  — поперечный размер банча и q — электрический заряд.

4. Электронный ток I должен быть большим и его поперечное сечение  $\sigma$  должно быть малым, обеспечивая высокую плотность тока. Однако  $\gamma$ -фактор при этом должен оставаться достаточно большим, чтобы обеспечить короткие длины волн рентгеновского диапазона.

5. Как видно из выражения для длины усиления  $L_G$ , для достижения вышеуказанных значений требуется большой пиковый электронный ток:  $I \sim \kappa A$ и более.

6. Поперечное сечение пучка электронов должно быть малым:  $\sigma_r \sim 10$  мкм.

7. Разброс энергий электронов в пучке  $\sqrt{\sigma_e}$  должен быть как можно меньше: желательно  $\sqrt{\sigma_e} \approx 10^{-4}$  или менее.

8. Пространственно-временное совмещение электронного пучка и фотонных импульсов должно быть соответствующим.

Отметим также дополнительные требования к электронному пучку. В отношении поперечного размера пучка требуется его малая расходимость, или эмиттанс, который должен оставаться стабильно малым по длине устройства. При этом важно высокое качество ондуляторов, крайне малые неоднородности периодического магнитного поля в них и отсутствие влияния внешних полей. В продольном измерении вдоль оси ондулятора требуется хорошая плотность банчей и большое ускорение.

Основные факторы, негативно влияющие на усиление ЛСЭ, — это разброс энергий электронов в пучке, угловая расходимость пучка, его поперечный размер, дифракция электромагнитных волн и др. Разброс энергий электронов уменьшает как усиление ЛСЭ, так и его уровень насыщения. Усиление начинается с определенного оптимального уровня энергий электронов,  $\gamma$ -фактор которых определяет вместе с длиной ондулятора  $\lambda_{\mu}$  длину волны  $\lambda$  излучаемого ОИ. По мере того как энергия передается от электронов к волне, энергия первых уменьшается. Испускание волн ОИ происходит всеми электронами неодинаково хотя бы потому, что у них всех разная энергия. После взаимодействия электронов с волной разброс энергий в пучке электронов возрастает, и в определенный момент он достигает такого уровня, при котором невозможно дальнейшее усиление. Более того, задолго до того, как электроны потеряют значительную часть своей энергии, они замедлятся за счет потерь на излучение и будут не в фазе по отношению к электромагнитной волне в ондуляторе. При этом они уже не будут отдавать свою энергию волне, а наоборот, будут забирать ее от волны.

В заключение отметим отдельные характеристики источников когерентного рентгеновского излучения, которые требуют улучшения. В первую очередь, это касается временной когерентности однопроходных ЛСЭ SASE FEL, которая может быть улучшена. В свою очередь, лучшая временная когерентность позволит увеличить спектральную яркость источников, что даст пользователю больше требуемых фотонов с заданными характеристиками. Для достижения этого можно использовать, как отмечалось выше, ЛСЭ с затравкой с высокой временной когерентностью или использовать самозатравочные схемы.

Альтернативой однопроходным ЛСЭ представляется использование оптического резонатора в системе ЛСЭ с низким усилением. Последние достижения в технологии изготовления и материалах зеркал открывают такую возможность для ранее недоступного рентгеновского диапазона.

Генерация коротких рентгеновских импульсов длительностью в аттосекунду значительно расширит возможности пространственно-временного разрешения для изучения процессов на атомном уровне, где характерный масштаб времени составляет 24 ас. В настоящее время длительность импульса может достигать ~ 20 ас с использованием генерации гармоник с эхом. При этом генерируемое излучение имеет длину волны ~ 1 нм и мощность в пиках  $\sim 2 \cdot 10^2$  МВт. Техника ЛСЭ с использованием оптического резонатора и фиксацией оптических мод позволяет получить импульсы излучения с длиной волны 1.5 А, отделенные друг от друга промежутками времени в ~ 150 ас. При этом пиковая мощность достигает ~ 5 ГВт, а длительность импульса составляет всего ~ 20 ас. Наконец, создание ЛСЭ для  $\gamma$ -лучей открыло бы невиданные возможности для изучения структуры и течения ядерных процессов. За этим, по-видимому, будущее ЛСЭ.

Авторы благодарят проф. В. В. Михайлина, проф. А.В. Борисова и проф. А.Н. Васильева за полезные обсуждения, советы и конструктивные дискуссии.

# Список литературы

- 1. *Гинзбург В.Л. //* Изв. АН СССР (Физика). 1947. **11.** С. 1651.
- Motz H., Thon W, Whitehurst R.N.J. // Appl. Phys. 1953. 24. P. 826.
- 3. Арцимович Л.А., Померанчук И.Я. // ЖЭТФ. 1946. 16. С. 379.
- Тернов И.М., Михайлин В.В., Халилов В.Р. // Синхротронное излучение и его применения. М.: Изд-во МГУ, 1980.
- Alferov D.F., Bashmakov Yu.A., Bessonov E.G. // Soviet Physics Technical Physics. 1974. 18. P. 1336.
- Алферов Д.Ф., Башмаков Ю.А., Черенков П.А. // УФН. 1989. 157, № 3. С. 389.
- 7. Багров В.Г. и др. // Теория излучения релятивистских частиц / Под ред. В.А. Бордовицына. М.: Физматлит, 2002.
- Mcneil B. W.J., Thompson N.R. // Nature Photonics. 2010. 4, N 12. P. 814.
- 9. Bessonov E.G., Gorbunkov M.V., Ishkhanov B.S. et al. // Laser Part. Beams. 2008. **26**, № 3. P. 489.
- Соколов А.А., Тернов И.М. // Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
- Feldhaus J., Sonntag B. // Strong Field Laser Physics, Springer Series in Optical Sciences, 2009. 134. P. 91.
- 12. Zholents A.A. // Laser Phys. 2005. 15, N 6. P. 855.
- Zhirong H., Kwang-Je K. // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2007. 10. P. 034801.
- 14. Emma P. et al. // Nature Photonics. 2010. 4. P. 641.
- 15. Bessonov E.G. // Proc. of SPIE. 2007. 6634. P. 66340X.
- Жуковский К.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2015, № 4. С.18. (Zhukovsky K.V. // Moscow University Phys. Bull. 2015. 70, N 4, P. 232.)
- Zhukovsky K. Undulator Radiation in Multiple Magnetic Fields // Synchrotron: Design, Properties and Applications / Ed. by Dao Ming Chua, Huang Fu Toh. Nova Science Publishers (USA), 2012. P. 39.
- Zhukovsky K. // J. Electromagn. Wave. 2015. 29, N 1. P. 132.
- Tripathi S., Mishra G. // Rom. J. Phys. 2011. 56.
   P. 411.
- Mishra G., Gehlot M., Hussain J.-K. // Nucl. Instrum. A. 2009. 603. P. 495.
- 21. Dattoli G., Mikhailin V.V., Ottaviani P.L., Zhukovsky K. // J. Appl. Phys. 2006. **100**, P. 084507.
- 22. Zhukovsky K. // Laser Part. Beams. 2016. **34**, N 3. P. 447.
- Iracane D., Bamas P. // Phys. Rev. Lett. 1991. 67. P. 3086.
- Korchuganov V.N., Sveshikov N.U., Smolyakov N.V., Tomin C.I. // J. Surf. Invest.: X-ray, Synchrotron and Neutron Tech. 2010. 11. P. 22.
- 25. Walker R.P. // Nucl. Instrum. 1993. A335. P. 328.
- Onuki H., Elleaume P. // Undulators, wigglers and their applications. New York: Taylor & Francis, 2003.
- Vagin P.V., Englisch U., Müller T. et al. // J. Surf. Invest.: X-ray, Synchrotron and Neutron Tech., 2011. 6, N 5. P. 1055.
- Hussain J., Gupta V., Mishra G. // Nucl. Instrum. A. 2009. 608. P. 344.

- 29. Reiss H.R. // Phys. Rev. 1980. A22. P. 1786.
- 30. Smolyakov N.V. // Nucl. Instrum. A. 1991. 308. P. 83.
- Hussain Jeevakhan, Mishra G. // Opt. Comm. 2015.
   335. P. 126.
- Даттоли Д., Михайлин В.В., Жуковский К.В. // Вестн. Моск.ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 5. С. 33. (Dattoli G., Mikhailin V.V., Zhukovsky K.V. // Moscow University Phys. Bull. 2009. 64. Р. 507.)
- Mikhailin V.V., Zhukovsky K.V., Kudiukova A.I. // J. Surf. Invest.: X-ray, Synchrotron and Neutron Tech. 2014. 8, N 3. P. 422.
- Dattoli G., Mikhailin V.V., Zhukovsky K. // J. Appl. Phys. 2008. 104. P. 124507.
- Dattoli G., Mirian N.S., Di Palma E., Petrillo V. // Phys. Rev. ST-AB. 2014. 17. P. 050702.
- Mirian N.S., Dattoli G., Di Palma E., Petrillo V. // Nucl. Instrum. A. 2014. 767. P. 227.
- Zhukovsky K. // Prog. Electromagn. Res. B. 2014. 59.
   P. 245.
- Zhukovsky K. // J. Electromagn. Wave. 2014. 28, N 15. P. 1869.
- Zhukovsky K.V. // J. Surf. Invest. X-ray, Synchrotron and Neutron Tech. 2014. 8. N 5. P. 1068.
- 40. Zhukovsky K. // Nucl. Instrum. B. 2016. 369. P. 9.
- Quattromini M., Artioli M., Di Palma E. et al. // Phys. Rev. STAB. 2012. 15. P. 080704.
- 42. Zhukovsky K.V. // Opt. Comm. 2015. 353. P. 35.
- Dattoli G., Srivastava H.M., Zhukovsky K. // J. Comput. Appl. Math. 2005. 182. P. 165.
- 44. Dattoli G., Srivastava H.M., Zhukovsky K. // Integral Transform. Spec. Funct. 2006.17, N 1. P. 31.
- Dattoli G., Zhukovsky K. // Appl. Math. Comput. 2011.
   217. P. 7966.
- Жуковский К.В. // Вестн. Моск.ун-та. Физ. Астрон. 2015. № 2. С. 19. (Zhukovsky K.V. // Moscow University Phys. Bull. 2015. 70, N 2. P. 93.)
- 47. Zhukovsky K. // Scientific World J. 2014. 2014. Article ID 454865.
- 48. Zhukovsky K.V. // SpringerPlus. 2016. 5. P. 119.
- Jackson J.D.// Classical Electrodynamics. 3<sup>rd</sup> ed. N. Y.: Wiley, 1999.
- 50. Madey J.M.J. // J. Appl. Phys. 1971. 42. P. 1906.
- 51. Elias L. et al. // Phys. Rev. Lett. 1976. 36. P. 717.
- 52. Deacon D.A.G. et al. // Phys. Rev. Lett. 1977. 38. P. 892.
- 53. Colson, W.B. // Phys. Lett. 1977. A 64. P. 190.
- Kroll N.M., McMullin W.A. // Phys. Rev. A. 1978. 17. P. 300.
- 55. Kondradenko A.M., Saldin E.L. // Part. Accel. 1980.
   10. P. 207.
- Sprangle P., Smith R.A. // Phys. Rev. A. 1980. 21. P. 293.
- Gover A., Sprangle P. // IEEE J. Quantum Electron. 1981.QE-17. P. 1196.
- Dattoli G., Marino A., Renieri A., Romanelli F. // IEEE J. Quantum Electron. 1981. QE-17. P. 1371.
- Bonifacio R., Casagrande F., Casati G. // Opt. Comm. 1982. 40. P. 219.
- Bonifacio R., Pellegrini C., Narducci L.// Opt. Comm. 1984. 50. P. 373.
- Gea-Banacloche J., Moore G.T., Scully M. // Proc. SPIE. 1984. 453. P. 393.
- Sprangle P., Tang C.M., Roberson C.W. // Nucl. Instr. Meth. A. 1985. 239. P. 1.
- 63. Jerby E., Gover A. // IEEE J. Quantum Electron. 1985.
   QE-21. P. 1041.

- 64. Kim K.-J. // Nucl. Instr. Meth. A. 1986. 250. P. 396.
- Wang J.-M., Yu L.-H. // Nucl. Instr. Meth. A. 1986.
   250. P. 484.
- Bonifacio R., Casagrande F., Pellegrini C. // Opt. Comm. 1987. 61. P. 55.
- 67. Milton S.V. et al. // Science. 2001. 292. P. 2037.
- Bosco P., Colson W.B., Freeman R.A. // IEEE J. Quantum Electron. 1983. QE-19. P. 272.

# Undulators and generation of X-ray pulses

### K. V. Zhukovsky

- 69. Becker W., Zubairy M.S. // Phys. Rev. A. 1982. 25. P. 2200.
- 70. Becker W., McIver J.K. // Phys. Rev. A. 1983. 27. P. 1030.
- Dattoli G., Gallardo J.C., Renieri A. et al. // Nucl. Instr. Meth. A. 1985. 237. P. 93.
- 72. Margaritondo G., Ribic P.R. // J. Synchrotron Rad. 2011. 18. P. 101.

Department of Thejretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia. E-mail: zhukovsk@physics.msu.ru.

The results of theoretical examination and comparative analysis of synchrotron radiation sources (specifically, undulators and X-ray free-electron lasers (FELs)) are presented. The problem of generation of shorter radiation pulses is prioritized; undulator systems and their corresponding FELs, which are considered to be the most promising in terms of generation of high-frequency ultrashort pulses of such radiation (in particular, in the X-ray range) are studied. The possibility of generation of higher harmonics is explored. The advantages and disadvantages of single-pass (with no reflecting elements) and multi-pass (with mirrors) FEL lasing schemes are revealed. The potential to reduce the duration of laser pulses produced by undulators and FELs and use them as sources of femtosecond pulses is investigated. The prospects for further development of X-ray free-electron lasers and the ways to improve the quality of their radiation with the given parameters are discussed.

Keywords: undulator radiation, harmonic generation, free-electron laser (FEL), self-amplified spontaneous emission (SASE).

PACS: 41.60.-m, 41.60.Ap, 41.60.Cr. *Received 6 July 2016*.

English version: Moscow University Phys. Bull. 2017. 72, No. 2. Pp. 128-143.

#### Сведения об авторе

Жуковский Константин Владимирович — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: zhukovsk@physics.msu.ru.