Эффекты нелинейной электродинамики вакуума в поле электрического диполя

М. И. Васильев, В. И. Денисов, А. В. Козарь, П. А. Томази-Вшивцева[a]

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий.
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: [a] *polina@physics.msu.ru*

Статья поступила 17.11.2016, подписана в печать 22.12.2016.

Проведен расчет нелинейного воздействия поля электрического диполя на распространение электромагнитных волн в эйкональном приближении параметризованной постмаксвелловской электродинамики вакуума. Вычислены углы нелинейно-электродинамического искривления лучей, по которым происходит распространение электромагнитного импульса, и разности времен распространения нормальных волн от источника электромагнитного излучения до приемника.

Ключевые слова: нелинейная электродинамика вакуума, поле электрического диполя, эффективное псевдориманово пространство-время, уравнения лучей, нормальная мода.

УДК: 53.098. PACS: 03.50.Kk.

Введение

Согласно представлениям современной теоретической физики [1, 2] электродинамика в вакууме является нелинейной теорией. Однако эта нелинейность существенно проявляется при полях, сравнимых с квантово-электродинамической индукцией $B_q = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс. Так как величина полей, которые можно создать в лабораторных условиях, и даже поля, которые имеются у астрофизических объектов, меньше значения B_q, то для теоретического исследования различных нелинейно-электродинамических процессов используется постмаксвелловское приближение [3, 4], которое аналогично постньютоновскому формализму [5] в теории гравитации. В этом подходе лагранжиан нелинейной электродинамики вакуума записывается в параметризованном виде:

$$L = \frac{1}{32\pi}\left\{2I_2 + \xi\left[(\eta_1 - 2\eta_2)I_2^2 + 4\eta_2 I_4\right]\right\} - \\ - \frac{1}{c}j^m A_m + O\left(\eta\xi^2\mathbf{B}^6\right), \quad (1)$$

где $\xi = 1/B_q^2$, $I_2 = F_{nk}F^{kn}$ и $I_4 = F_{nk}F^{km}F_{mi}F^{in}$ — инварианты тензора электромагнитного поля F_{kn}; $\eta_{1,2}$ — постмаксвелловские параметры, величина которых различна в разных теоретических моделях нелинейной электродинамики вакуума.

В частности, в теории Гейзенберга–Эйлера, являющейся следствием квантовой электродинамики [6], численные значения [7] параметров η_1 и η_2 различаются: $\eta_1 = e^2/(45\pi\hbar c) = 5.1 \cdot 10^{-5}$, $\eta_2 = 7e^2/(180\pi\hbar c) = 9.0 \cdot 10^{-5}$, в то время как в нелинейной электродинамике Борна–Инфельда [8] они равны друг другу.

Уравнения электромагнитного поля в теории с лагранжианом (1) имеют вид [9, 10]

$$\frac{\partial}{\partial x^n}\left\{[1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2)I_2]F^{mn} + 4\xi\eta_2 F^{mk}F_{kp}F^{pn}\right\} = \\ = -\frac{4\pi}{c}j^m. \quad (2)$$

Вторая пара уравнений электромагнитного поля совпадает с соответствующими уравнениями теории Максвелла:

$$\frac{\partial F_{kn}}{\partial x^m} + \frac{\partial F_{nm}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{mk}}{\partial x^n} = 0. \quad (3)$$

Прямые методы интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка (2), аналогичные методам [11–13] интегрирования линейных дифференциальных уравнений, в настояшее время не разработаны, а имеются только несколько частных методов [14–16]. Поэтому для задач, где $\max F_{ik} < B_q$, удобно использовать метод последовательных приближений. Этот метод применялся для исследования нелинейно-электродинамических процессов, происходящих как в лабораторных [17–22], так и в астрофизических [23–28] условиях.

Основное внимание в этом подходе уделяется уравнению эйконала [29]. Уравнение эйконала для параметризованной постмаксвелловской электродинамики было получено в ряде ранее опубликованных работ [9, 30]. Согласно этим работам распространение слабой электромагнитной волны f_{ik} в постоянном, но неоднородном внешнем электромагнитном поле F_{ik}, в пространстве-времени с метрическим тензором g_{ik}, совершаемое по законам нелинейной электродинамики (2), (3), происходит по геодезическим некоторого эффективного псевдориманова пространства-времени. Метрический тензор этого пространства-времени G_{ik} зависит от метрического тензора g_{ik}, квадратичной комбинации тензора электромагнитного поля $F_{in}F_{mk}g^{nm}$ и при $\eta_1 \neq \eta_2$ он различен для волн различной поляризации (нелинейно-электродинамическое двулучепреломление). Для одной нормальной волны тензор G_{ik}

имеет вид

$$G_{ik}^{(1)} = g_{ik} - 4\eta_1 \xi F_{in} F_{mk} g^{nm}, \tag{4}$$

а для другой нормальной волны, имеющей ортогональную поляризацию к поляризации первой волны, он отличается коэффициентом при втором слагаемом:

$$G_{ik}^{(2)} = g_{ik} - 4\eta_2 \xi F_{in} F_{mk} g^{nm}. \tag{5}$$

Это означает [31], что для нахождения лучей, по которым во внешнем поле F_{ik} распространяется слабая электромагнитная волна, и определения законов движения электромагнитных импульсов по этим лучам нам достаточно решить уравнения геодезического движения в эффективном пространстве-времени с метрическим тензором $G_{nm}^{(1,2)}$:

$$\frac{dK^n}{d\sigma} + \Gamma_{mp}^n K^m K^p = 0, \tag{6}$$

где σ — некоторый аффинный параметр, $K^m = dx^m/d\sigma$ — волновой четырехвектор, а Γ_{mp}^n — символы Кристоффеля эффективного пространства-времени с метрическим тензором $G_{nm}^{(1)}$ для нормальных волн первого типа (4) и $G_{nm}^{(2)}$ — для нормальных волн второго типа (5).

Как и в теории гравитации [32], уравнения (6) имеют первый интеграл:

$$G_{np}^{(1,2)} K^n K^p = 0. \tag{7}$$

Уравнения (6) и (7) позволяют решать большое число задач теоретической физики о распространении двух типов нормальных электромагнитных волн во внешних электромагнитных полях [33–35]. Основное внимание в этих работах было уделено изучению воздействия поля магнитного диполя на распространение слабых электромагнитных волн. Расчеты показали [33–36], что в этом случае лучи, по которым распространяется электромагнитный сигнал, искривляются, а сама электромагнитная волна расщепляется на две нормальные моды со взаимно перпендикулярной поляризацией. Эти моды распространяются по различным лучам с различающейся скоростью.

Однако аналогичные эффекты в поле электрического диполя в научной литературе не рассматривались. Целью настоящей статьи является расчет нелинейного воздействия поля электрического диполя на распространение электромагнитных волн и сравнение предсказываемых эффектов с аналогичными нелинейными эффектами, происходящими в поле магнитного диполя.

1. Уравнения, описывающие распространение электромагнитных волн в поле электрического диполя

Рассмотрим диполь с электрическим дипольным моментом $\mathbf{d}$. Поместим начало отсчета в центр этого диполя.

Предположим, что из некоторой точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$ в момент времени $t = t_0$ был испущен электромагнитный импульс. Будем считать, что в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_f = \{x_f, y_f, z_f\}$ находится приемник электромагнитного излучения. Для удобства дальнейших расчетов ориентируем оси декартовой системы координат так, чтобы источник и приемник электромагнитного излучения лежали в плоскости XOZ, причем ось Z направим так, чтобы их X-координаты были одинаковы: $x_0 = x_f = q$. Тогда $\mathbf{r}_0 = \{q, 0, z_0\}$, а $\mathbf{r}_f = \{q, 0, z_f\}$. Для применимости постмаксвелловского приближения луч, по которому распространяется электромагнитный импульс, не должен попадать в область, где поле E не превышает характерное поле B_q, т. е. $E < B_q$.

Найдем уравнения лучей, по которым, согласно параметризованной постмаксвелловской электродинамике, электромагнитные импульсы будут распространяться из точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ в точку $\mathbf{r}_f = \{x_0, y_0, z_f\}$, где расположен приемник электромагнитного излучения, а также определим законы движения электромагнитных импульсов по этим лучам.

Для решения поставленной задачи перейдем, следуя нашей работе [37], в уравнениях (6) и в первом интеграле (7) от дифференцирования по параметру σ к дифференцированию по координате z в соответствии с выражением $d/d\sigma = K^3\, d/dz$. В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2ct}{dz^2} &= -\left\{\Gamma_{mp}^0 - \frac{dct}{dz}\Gamma_{mp}^3\right\}\frac{dx^p}{dz}\frac{dx^m}{dz}, \\ \frac{d^2x}{dz^2} &= -\left\{\Gamma_{mp}^1 - \frac{dx}{dz}\Gamma_{mp}^3\right\}\frac{dx^p}{dz}\frac{dx^m}{dz}, \\ \frac{d^2y}{dz^2} &= -\left\{\Gamma_{mp}^2 - \frac{dy}{dz}\Gamma_{mp}^3\right\}\frac{dx^p}{dz}\frac{dx^m}{dz}, \\ G_{np}^{(1,2)}&\frac{dx^n}{dz}\frac{dx^p}{dz} = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Решение этих уравнений позволит нам найти уравнения лучей $x = x(z)$, $y = y(z)$ и закон движения электромагнитных импульсов по этим лучам $t = t(z)$ в параметрическом виде, где роль параметра играет координата z.

Метрический тензор $G_{ik}^{(1,2)}$ эффективного пространства-времени (4) при отсутствии магнитного поля имеет вид

$$\begin{aligned} G_{00}^{(1,2)} &= 1 - 4\eta_{1,2}\xi\mathbf{E}^2, \\ G_{\alpha\beta}^{(1,2)} &= -\delta_{\alpha\beta} + 4\eta_{1,2}\xi E_\alpha(\mathbf{r})E_\beta(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{9}$$

Сравнивая эти выражения с соответствующими выражениями работы [37] для случая магнитного диполя,

$$\begin{aligned} G_{00}^{(1,2)} &= 1, \\ G_{\alpha\beta}^{(1,2)} &= -\delta_{\alpha\beta}\left[1 + 4\eta_{1,2}\xi\mathbf{B}^2(\mathbf{r})\right] + 4\eta_{1,2}\xi B_\alpha(\mathbf{r})B_\beta(\mathbf{r}), \end{aligned}$$

можно констатировать, что метрический тензор $G_{ik}^{(1,2)}$ эффективного пространства-времени, создаваемый полем электрического диполя, существенно отличается от метрического тензора $G_{ik}^{(1,2)}$, создаваемого полем магнитного диполя.

Для решения поставленной задачи с постмаксвелловской точностью вектор напряженности электрического поля должен быть подставлен в выражения (9) с максвелловской точностью:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{3(\mathbf{dr})\mathbf{r} - r^2\mathbf{d}}{r^5}, \tag{10}$$

где $\mathbf{d}$ — электрический дипольный момент.

2. Интегрирование дифференциальных уравнений для лучей

Решение уравнений (8) будем искать методом последовательных приближений. Для этого представим $x = x_{1,2}(z)$, $y = y_{1,2}(z)$ и $t = t_{1,2}(z)$ в виде разложений по имеющемуся малому параметру:

$$t_{1,2}(z) = T_0(z) + \frac{\eta_{1,2}\xi}{c}[T(z) - T(z_0)], \tag{11}$$

$$x_{1,2}(z) = x_0(z) + \eta_{1,2}\xi\left[X(z) - X(z_0) + \frac{(z-z_0)[X(z_0) - X(z_f)]}{(z_f - z_0)}\right],$$

$$y_{1,2}(z) = y_0(z) + \eta_{1,2}\xi\left[Y(z) - Y(z_0) + \frac{(z-z_0)[Y(z_0) - Y(z_f)]}{(z_f - z_0)}\right].$$

В качестве начальных условий для уравнений (8) потребуем, чтобы электромагнитный импульс в момент времени $t = t_0$ находился в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, а луч проходил через точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_f$. Тогда из соотношений (11) получим условия:

$$x_0(z_0) = x_0(z_f) = q,\ y_0(z_0) = y_0(z_f) = 0,\ T_0(z_0) = t_0. \tag{12}$$

В нулевом, максвелловском приближении уравнения (8) дают

$$\frac{d^2T_0(z)}{dz^2} = \frac{d^2x_0(z)}{dz^2} = \frac{d^2y_0(z)}{dz^2} = 0,$$

$$c^2\left(\frac{dT_0(z)}{dz}\right)^2 - \left(\frac{dx_0(z)}{dz}\right)^2 - \left(\frac{dy_0(z)}{dz}\right)^2 = 1.$$

Из этих уравнений с учетом условий (12) следует, что

$$T_0(z) = t_0 + \frac{z-z_0}{c},\quad x_0(z) = q,\quad y_0(z) = 0. \tag{13}$$

В постмаксвелловском приближении два линейно независимых уравнения (8) и первый интеграл с учетом выражений (9)–(11) и (13) принимают вид

$$\frac{d^2X(z)}{dz^2} = \frac{12}{\rho^8}\left\{\frac{15(qd_x + zd_z)^2q^3}{\rho^4} - \frac{(qd_x + zd_z)q}{\rho^2}(21qd_x + 10zd_z) - \mathbf{d}^2q + 5qd_x^2 + 3zd_xd_z\right\}, \tag{14}$$

$$\frac{d^2Y(z)}{dz^2} = \frac{12d_y}{\rho^8}\left\{5qd_x + 3zd_z - \frac{5(qd_x + zd_z)}{\rho^2}q^2\right\},$$

$$\frac{dT(z)}{dz} - \frac{18(qd_x + zd_z)^2q^2}{\rho^{10}} + \frac{12(qd_x + zd_z)qd_x}{\rho^8} - \frac{2(d_x^2 + d_y^2)}{\rho^6} = 0,$$

где $\rho = \sqrt{z^2 + q^2}$.

Интегрируя первые два уравнения системы (14), найдем функции $X(z)$ и $Y(z)$, входящие в выражения (11):

$$X(z) = \frac{3}{64q^6}\left\{52qd_zd_x - 5z(41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2)\right\}\operatorname{arctg}\frac{z}{q} + \frac{1}{64q^4\rho^2}\left[5q(41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2) + 156zd_xd_z\right] + \frac{9q^2}{4\rho^8}\left[q(d_z^2 - d_x^2) - 2zd_xd_z\right] + \frac{1}{8\rho^6}\left[20zd_zd_x + q(15d_x^2 - 23d_z^2)\right] + \frac{1}{32q^2\rho^4}\left[q(41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2) + 52zd_xd_z\right], \tag{15}$$

$$Y(z) = \frac{3d_y(qd_z + 25zd_x)}{32q^6}\operatorname{arctg}\frac{z}{q} + \frac{d_y(3zd_z - 25qd_x)}{32q^4\rho^2} + \frac{5d_y(qd_x + zd_z)}{4\rho^6} + \frac{d_y(zd_z - 5qd_x)}{16q^2\rho^4}.$$

Из последнего уравнения системы (14) следует, что

$$T(z) = \frac{9q^2}{4\rho^8}\left[zd_x^2 - 2qd_xd_z - zd_z^2\right] + \frac{1}{8\rho^6}\left[3zd_z^2 + 16qd_xd_z + 5zd_x^2\right] + \left[\frac{3}{64q^5}\operatorname{arctg}\frac{z}{q} + \frac{3z}{64q^4\rho^2} + \frac{z}{32q^2\rho^4}\right] \times \left[41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2\right]. \tag{16}$$

Неравноправный вклад компонент d_x, d_y и d_z в выражения (15), (16) связан с выбранной ориентацией осей декартовой системы координат, в которой электрический диполь, источник и приемник электромагнитного излучения находятся в плоскости XOZ, а распространение излучения происходит в основном вдоль оси z.

Подставляя выражения (15) и (16) в соотношения (11), получаем уравнения лучей, по которым, согласно постмаксвелловской электродинамике, распространяются электромагнитные волны в поле электрического диполя, а также закон движения электромагнитных импульсов по этим лучам.

3. Исследование воздействия поля электрического диполя на законы распространения электромагнитной волны

Рассмотрим, к каким эффектам приводит нелинейно-электродинамическое воздействие поля электрического диполя на электромагнитную волну. Из-за нелинейно-электродинамического двулучепреломления при $\eta_1 \neq \eta_2$ каждый электромагнитный импульс, испускаемый излучателем в точке $\mathbf{r}_0 = \{q, 0, z_0\}$, расщепляется на два импульса, один из которых переносится первой нормальной волной, а другой — второй нормальной волной, имеющей ортогональную поляризацию. Эти импульсы движутся к приемнику по разным лучам, затрачивая на этот путь разное время.

Найдем, во-первых, величину угла искривления лучей, обусловленную нелинейностью электродинамики в вакууме. Для этого введем вектор $\mathbf{N} = d\mathbf{r}/dz$, касательный к лучу в произвольной точке z. Обозначим этот вектор в точке $z = z_0$ через $\mathbf{N}_0$, а в точке $z = z_f$ — через $\mathbf{N}_f$.

Учитывая, что в постмаксвелловском приближении $|\mathbf{N}_0| = 1$, $|\mathbf{N}_f| = 1$, углы искривления луча в плоскостях XOZ и YOZ можно определить, исследуя выражение для векторного произведения $[\mathbf{N}_0\,\mathbf{N}_f]$.

Используя соотношения (15), найдем векторное произведение $[\mathbf{N}_0\,\mathbf{N}_f]$ в постмаксвелловском приближении:

$$[\mathbf{N}_0\,\mathbf{N}_f] = [N_0^y - N_f^y]\mathbf{e}_x + [N_f^x - N_0^x]\mathbf{e}_y. \tag{17}$$

Наибольший интерес выражение (17) представляет в случае, когда электрический диполь находится на равном расстоянии от излучателя и приемника электромагнитных волн ($z_f = -z_0$). В этом случае синус угла искривления луча в плоскости XOZ равен

$$\sin(\delta_{XOZ}) = N_0^x - N_f^x =$$
$$= \eta_{1,2}\xi\left\{\frac{36q^3(d_x^2 - d_z^2)z_0}{\rho_0^{10}} + \frac{3q(23d_z^2 - 15d_x^2)z_0}{2\rho_0^8} - \right.$$
$$- (41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2) \times$$
$$\left.\times\left[\frac{z_0}{4q\rho_0^6} + \frac{5z_0}{16q^3\rho_0^4} + \frac{15z_0}{32q^5\rho_0^2} + \frac{15}{32q^6}\,\mathrm{arctg}\,\frac{z_0}{q}\right]\right\}, \tag{18}$$

где для сокращения записи введено обозначение $\rho_0 = \sqrt{z_0^2 + q^2}$.

Синус угла искривления луча в плоскости YOZ находится аналогично:

$$\sin(\delta_{YOZ}) = N_0^y - N_f^y =$$
$$= \eta_{1,2}\xi\left\{\frac{5z_0}{2q\rho_0^6} - \frac{15qz_0}{\rho_0^8} + \frac{25z_0}{8q^3\rho_0^4} + \frac{75z_0}{16q^5\rho_0^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{75}{16q^6}\,\mathrm{arctg}\,\frac{z_0}{q}\right\}d_x d_y. \tag{19}$$

Если z_f значительно превышает характерный размер области, где напряженность поля электрического диполя совпадает по величине с индукцией B_q, то в выражениях (18) и (19) можно считать, что $z_0 \to -\infty$, $z_f \to \infty$. В результате получим

$$\sin(\delta_{XOZ}) = -\frac{15\pi\eta_{1,2}\xi}{64q^6}(41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2),$$
$$\sin(\delta_{YOZ}) = -\frac{75\pi\eta_{1,2}\xi}{32q^6}d_x d_y. \tag{20}$$

Из этих выражений следует, что максимальное по величине значение угла искривления в плоскости XOZ достигается, когда электрический диполь ориентирован вдоль оси x, в то время как $\sin(\delta_{YOZ})$ будет максимальным, если $d_z = 0$, а $d_x = d_y$.

Вычислим теперь время распространения электромагнитных импульсов, переносимых первой и второй нормальными волнами, от излучателя до приемника электромагнитных волн. Используя выражение (16), будем иметь

$$t_{1,2}(z_f) = t_0 + \frac{z_f - z_0}{c} + \frac{\eta_{1,2}\xi}{c}\left[T(z_f) - T(z_0)\right].$$

Время запаздывания импульса, поляризованного в плоскости, в которой находится электрический дипольный момент, относительно ортогонально поляризованного импульса при $z_0 = -z_f$ будет равно

$$\Delta t = t_1(z_f) - t_2(z_f) =$$
$$= (\eta_1 - \eta_2)\xi\left\{\frac{9q^2z_0}{2\rho_0^8}(d_z^2 - d_x^2) - \frac{(5d_x^2 + 3d_z^2)z_0}{4\rho_0^6} - \right.$$
$$- \left[41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2\right] \times$$
$$\left.\times\left[\frac{3}{32q^5}\,\mathrm{arctg}\,\frac{z_0}{q} + \frac{3z_0}{32q^4\rho_0^2} + \frac{z_0}{16q^2\rho_0^4}\right]\right\}.$$

При $z_0 \to -\infty$, и $z_f \to \infty$ это выражение дает

$$\Delta t = \frac{3\pi(\eta_1 - \eta_2)\xi}{64cq^5}\left(41d_x^2 + 16d_y^2 + 15d_z^2\right).$$

Несложный анализ показывает, что величина Δt достигает максимума, если электрический диполь ориентирован вдоль оси x, а минимального значения — при его ориентации вдоль оси z.

Заключение

Проведенный расчет показал, что согласно уравнениям нелинейной электродинамики вакуума поле электрического диполя, так же, как и поле магнитного диполя, искривляет лучи, вдоль которых распространяются электромагнитные импульсы, и величина угла этого искривления зависит не только от ориентации электрического дипольного момента относительно направления распространения электромагнитной волны, но и от поляризации волны (при $\eta_1 \neq \eta_2$). Как следует из выражениии (20), в плоскости, проходящей через точки, где находятся электрический диполь, источник и приемник электромагнитного излучения, величина $\sin(\delta_{XOZ})$ знакоопределенна при любой ориентации вектора $\mathbf{d}$, в то время как знак синуса угла искривления в плоскости YOZ зависит от знака произведения $d_x d_y$. Скорости распространения электромагнитных импульсов при $\eta_1 \neq \eta_2$ зависят от поляризации электромагнитной волны. Если из источника электромагнитного излучения испустить короткий импульс, то в общем случае он будет распространяться в поле электрического диполя в виде двух нормальных волн, имеющих взаимно перпендикулярную поляризацию. В приемник электромагнитного излучения эти импульсы прибудут по различным лучам и в разные моменты времени. Метрический тензор эффективного пространства-времени (9), по геодезическим которого распространяется электромагнитная волна в поле электрического диполя, отличается от метрического тензора (10), создаваемого полем магнитного диполя. Это связано с не инвариантностью лагранжиана (1) относительно взаимной замены $\mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{E}$: максвелловская часть при такой замене изменяет знак, а постмаксвелловская — не изменяет. Поэтому электрическое поле при одинаковой топографии с магнитным полем оказывает на эйконал электромагнитной волны отличающееся нелинейно-электродинамическое воздействие.

Список литературы

1. *Вайнберг С.* // Квантовая теория поля. Т. 1. Общая теория. М.: Физматлит, 2003.
2. *Khalilov V.R.* Electrons in Strong Electromagnetic Fields: An Advanced Classical and Quantum Treatment. New York, Netherlands: Gordon and Breach Science Pub., 1996.
3. *Вшивцева П.А., Денисов В.И., Денисова И.П.* // ДАН. 2002. **387**, N 2. С. 178. (*Vshivtseva P.A., Denisov V.I., Denisova I.P.* // Doklady Physics. **47**, N 11. P. 798.)
4. *Denisov V.I., Denisova I.P.* // Opt. Spectrosc. 2003. **90**, N 2. P. 282.
5. *Уилл К.* // Теория и эксперимент в гравитационной физике. М.: Энергоатомиздат, 1985.
6. *Heisenberg W., Euler H.* // Z. Phys. 1936. **98**, P. 714.
7. *Denisov V.I., Svertilov S.I.* // Astron. Astrophys. 2003. **399**, N 3. P. L39.
8. *Born M., Infeld L.* // Proc. Roy. Soc. 1934. **144**, P. 425.
9. *Denisov V.I.* // Theor. Math. Phys. 2002. **132**, N 2. P. 1071.
10. *Denisov V.I., Svertilov S.I.* // Phys. Rev. D. 2005. **71**, N 6.
11. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* // Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.
12. *Жуковский К.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2015. № 2. С. 19. (*Zhukovsky K.V.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2015. **70**, N 2. C. 93.)
13. *Жуковский К. В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2016. № 3. С. 18. (*Zhukovsky K.V.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2016. **71**, N 3. C. 237.)
14. *Крамер Д. Штефани Ч., Мак-Каллум М.* // Точные решения уравнений Эйнштейна. М.: Энергоиздат, 1982.
15. *Kechkin O.V., Mosharev P.A.* // Int. J. Mod. Phys. 2016. **31**, N 23, P. 1650127.
16. *Kechkin O.V., Mosharev P.A.* // Mod. Phys. Lett. A. 2016. **31**, N 31, P. 1650169.
17. *Paredes A., Novoa D., Tommasini D.* et al. // J. Phys. B. At. Mol. Opt. 2014. **47**, N 6. P. 065601.
18. *Franklin J., Garon T.* // Phys. Lett. A. 2011. **375**, N 11. P. 1391.
19. *Denisov V.I., Denisova I.P.* // Opt. Spectrosc. 2001. **90**, N 6. P. 928.
20. *Schellstede G.O., Perlick V., Laemmerzahl C.* // Phys. Rev. D. 2015. **92**, N 2. P. 025039.
21. *Denisov V.I., Denisova I.P., Pimenov A.B., Sokolov V.A.* // Eur. Phys. J. C. 2016. **76**, N 11, P. 612.
22. *Grote H.* // Phys. Rev. D. 2015. **91**, N 2. P. 022002.
23. *Denisov V.I., Ilyina V.A., Sokolov V.A.* // Int. J. Mod. Phys. D. 2016. **9**, P. 1640003.
24. *Abishev M., Aimuratov Y., Aldabergenov Y.* et al. // Astropart. Phys. 2016. **73**. P. 8.
25. *Denisov V.I., Shvilkin B.N., Sokolov V.A., Vasili'ev M.I.* // Phys. Rev. D. 2016. **94**, P. 045021.
26. *Khalilov V.R., Mamsurov I.V.* // Mod. Phys. Lett. A. 2016. **31**, N 7. P. 1650032.
27. *Zakharov A.F.* // Phys. Rev. D. 2014. **90**, P. 062007.
28. *Wei-Tou Ni* // Phys. Lett. A. 2015. **379**, P. 1297.
29. *Wei-Tou Ni, Hsien-Hao Mei, Shan-Jyun Wu* // Phys. Lett. A. 2013, **28**, P. 1340013.
30. *Denisov V.I., Denisova I.P.* // Doklady Physics. 2001. **46**, N 6. P. 377.
31. *Vshivtseva P.A., Denisov M.M.* // Comp. Math. Math. Phys. 2009. **49**, N 12. P. 2092.
32. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Теория поля. М.: Наука, 1988.
33. *Denisov V.I., Krivchenkov I.V., Denisova I.P.* // JETP. 2002. **95**, N 2. P. 194.
34. *Kim J.Y.* // JCAP. 2011. **10**, P. 056.
35. *Denisov V.I., Denisova I.P., Svertilov S.I.* // Theor. Math. Phys. 2003. **135**, N 2. P. 720.
36. *Kim J.Y., Lee T.* // JCAP. 2011. **11**. P. 017.
37. *Denisov V.I., Sokolov V.A., Vasili'ev M.I.* // Phys. Rev. D. 2014. **90**, N 2. P. 023011.

The effects of vacuum nonlinear electrodynamics in an electric dipole field

M. I. Vasiliev, V. I. Denisov, A. V. Kozar', P. A. Tomasi-Vshivtseva[a]

Department of Quantum Theory and High-Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.
E-mail: [a]*polina@physics.msu.ru.*

The non-linear action of an electric dipole field on the propagation of electromagnetic waves within the eikonal approximation of parameterized post-Maxwellian vacuum electrodynamics is investigated. The angles of the nonlinear electrodynamics curvature of rays, along which electromagnetic pulses propagate, and the time difference of the propagation of normal waves from the electromagnetic radiation source to the receiver are calculated.

Keywords: nonlinear electrodynamics of vacuum, electric dipole field, effective pseudo-Riemannian space–time, ray equations, normal mode.
PACS: 03.50.Kk.
Received 17 November 2016.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2017. **72**, No. 6. Pp. 513–517.

Сведения об авторах

1. Васильев Михаил Иванович — аспирант МАИ (национальный исследовательский университет).
2. Денисов Виктор Иванович — доктор физ.-мат.наук, профессор, зав. кафедрой.
3. Козарь Анатолий Викторович — доктор физ.-мат.наук, профессор, зам. декана.
4. Томази-Вшивцева Полина Александровна — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-26-96, e-mail: polina@physics.msu.ru.