

# О рождении хиггсовского бозона при слиянии глюонов

А. В. Борисов<sup>а</sup>, Е. А. Степанова<sup>б</sup>

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет,  
кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: <sup>а</sup>borisov@phys.msu.ru, <sup>б</sup>katja.92@mail.ru

Статья поступила 29.01.2017, подписана в печать 17.02.2017.

Предложена простая феноменологическая формула для функции распределения глюонов в протоне, с помощью которой на основе однопетлевой амплитуды воспроизведены известные результаты расчетов сечения рождения хиггсовского бозона при слиянии двух глюонов с учетом высших радиационных поправок в квантовой хромодинамике.

*Ключевые слова:* хиггсовский бозон, протон-протонный коллайдер, функция распределения глюонов, слияние глюонов, квантовая хромодинамика, радиационные поправки.

УДК: 530.145, 539.12. PACS: 12.38Bx, 14.70.Dj, 14.80.Bn.

## Введение

Открытие хиггсовского бозона (ниже для краткости — хиггс) на протон-протонном коллайдере LHC [1, 2] завершило экспериментальную проверку структуры Стандартной модели (СМ) [3–6] — современной теории электромагнитных, слабых и сильных взаимодействий элементарных частиц [7–9]. Проведенные к настоящему времени экспериментальные исследования свойств хиггса позволили достаточно точно измерить его массу и вероятности различных каналов его рождения и распада, которые в пределах ошибок измерения согласуются с предсказаниями СМ (см. [10] и приведенные там ссылки). Это подтверждает лежащий в основе СМ механизм Браута–Энглера–Хиггса генерации масс элементарных частиц [11–13] (термин, принятый после присуждения Ф. Энглеру и П. У. Хиггсу Нобелевской премии по физике 2013 г. [14, 15]) вследствие спонтанного нарушения электрослабой симметрии.

Основной процесс рождения хиггса на протон-протонном коллайдере LHC — слияние двух глюонов с образованием виртуальной пары тяжелых кварков  $t\bar{t}$  с последующей ее аннигиляцией (вклад более легких кварков  $q$  подавлен массовым фактором  $(m_q/m_t)^2$ ), в результате которой и рождается хиггс  $H$  [10]:

$$pp \rightarrow gg \rightarrow H + X, \quad (1)$$

где  $X$  — нерегистрируемые частицы (рассматривается инклюзивный процесс). Заметим, что сечение следующего по важности процесса рождения хиггса за счет слияния пары (виртуальных) слабых векторных бозонов  $W^+W^-$ , испускаемых кварками, оказывается на порядок меньше сечения первого.

Сечение  $\sigma^{\text{LO}}$  процесса (1) в ведущем порядке (LO) теории возмущений по константе связи  $g_s$  квантовой хромодинамики (КХД), которому отвечает однопетлевая диаграмма [10], было вычислено еще в первые годы развития КХД в работе [16]. В дальнейшем множество работ было посвящено трудоемким расчетам поправок высших

порядков КХД (NLO, NNLO,  $N^3\text{LO}$ ), электрослабых и смешанных КХД–электрослабых к сечению  $\sigma^{\text{LO}}$  (см. [10, 17] и цитированную там литературу). Оказалось, что указанные высшие поправки весьма существенны: NLO добавляют к величине  $\sigma^{\text{LO}}$  около 80%, NNLO — 30%, а следующие — еще по несколько процентов.

В настоящей работе найдено модельное глюонное распределение, обобщающее предложенное в [18] для оценки сечения процесса (1) простое степенное распределение и позволяющее воспроизвести известные результаты [10, 17] численных расчетов сечения на основе однопетлевой амплитуды. Это дает возможность сравнительно просто получать численные оценки сечения для различных значений энергии  $pp$ -коллайдера, эффективно учитывая высшие радиационные поправки.

## 1. Сечение процесса в ведущем порядке

Согласно теореме факторизации КХД [19] полное сечение инклюзивного процесса рождения хиггса (1) представляется в виде

$$\sigma = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 g(x_1, \mu_F) g(x_2, \mu_F) \hat{\sigma}(\hat{s}, m_H, \mu_F, \mu_R). \quad (2)$$

Здесь  $g(x, \mu_F)$  — функция распределения глюонов в протоне,  $x$  — доля полного импульса протона, которую несет глюон,  $\mu_F$  — энергетический масштаб факторизации;  $\sigma(\hat{s}, m_H, \mu_F, \mu_R)$  — сечение фундаментального подпроцесса рождения хиггса массы  $m_H$  при слиянии двух глюонов с полной энергией  $\sqrt{\hat{s}}$  в системе центра масс, причем  $\hat{s} = x_1 x_2 s$ , где  $s$  — квадрат энергии  $pp$ -коллайдера,  $\mu_R$  — масштаб перенормировки константы кварк-глюонной связи  $\alpha_s(\mu_R) = g_s^2(\mu_R)/(4\pi)$ . Как известно, указанные масштабы  $\mu_F$  и  $\mu_R$ , разделяющие эффекты малых расстояний (пертурбативные) и больших (непертурбативные), имеют порядок характерной энергии процесса, совпадающей в данном случае с  $m_H$ .

Следуя [10, 17], мы выбираем

$$\mu_F = \mu_R = m_H/2. \quad (3)$$

Подставив в (2) LO-сечение  $\hat{\sigma}$  (см. [18]), которое содержит в качестве множителя дельта-функцию  $\delta(\hat{s} - m_H^2)$ , ограничивающую область интегрирования условием  $x_1 x_2 = m_H^2/s$ , получаем LO-сечение процесса (1) в виде

$$\sigma = \frac{\alpha_s^2(m_H/2)G_F}{128\sqrt{2}\pi} f^2(t)L_g(s, m_H). \quad (4)$$

Здесь  $G_F$  — постоянная Ферми, константа сильной связи на масштабе (3) (в LO-порядке с учетом 5 активных кварковых флейворов [19]):

$$\alpha_s(m_H/2) = \frac{\alpha_s(m_Z)}{1 + \frac{23}{6\pi}\alpha_s(m_Z)\ln\frac{m_H}{2m_Z}}; \quad (5)$$

функция

$$f(t) = t \left[ 1 - (t-1)\arcsin^2 t^{-1/2} \right], \quad t = \left( \frac{2m_t}{m_H} \right)^2, \quad (6)$$

где  $m_t$  — масса  $t$ -кварка; эффективная глюонная светимость (мы дополнительно включили в определение множитель  $\tau$ )

$$L_g(s, m_H) = \tau \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} g(x, m_H/2) g(\tau/x, m_H/2), \quad \tau = \frac{m_H^2}{s}. \quad (7)$$

Рассмотрим численное значение сечения процесса (1) для энергии  $\sqrt{s} \equiv E = 13$  ТэВ, на которой работает в настоящее время коллайдер ЛНС, выбрав используемое всюду ниже значение массы хиггса  $m_H = 125$  ТэВ. В работе [17] получено значение (в высшем N<sup>3</sup>LO-порядке)

$$\sigma(E = 13 \text{ ТэВ}) = 48.58_{-3.27}^{+2.22} \pm 1.56 \text{ пб}, \quad (8)$$

которое несколько отличается от приведенного в [10] значения  $44.1_{-11\%}^{+11\%}$  пб, не включающего поправки N<sup>3</sup>LO и полученного для других масштабов  $\mu_F$  и  $\mu_R$ , набора партонных распределений, значения  $\alpha_s$  и учета эффекта конечных масс кварков. Положим в (5) и (6) соответственно  $\alpha_s(m_Z) = 0.1186$  и  $m_t = 173.21$  ГэВ (см. [10]) и получим из (4) удобную для численных расчетов формулу

$$\sigma = 5.951 \times 10^{-2} L_g \text{ пб}. \quad (9)$$

Для оценки величины сечения воспользуемся предложенной в [18] (см. с. 232) простой модельной формулой для глюонного распределения

$$g(x) = 8 \frac{1}{x} (1-x)^7. \quad (10)$$

Подставив (10) в (7), из (9) получим  $\sigma(13 \text{ ТэВ}) = 15.7$  пб, что весьма близко к приведенному в [17] значению сечения в ведущем порядке  $\sigma^{\text{LO}} = 16.00$  пб, составляющему всего 32.9% от полного сечения (8). Это показывает принципиальную важность учета высших радиационных поправок

(значения поправок различного типа, дающих (8) в сумме с  $\sigma^{\text{LO}}$  (см. [17, (8.2)]).

Сравним (10) с глюонным распределением, полученным параметризацией результатов численных расчетов на основе квантовой хромодинамики [20, 21] в LO-порядке при условии (3):

$$g(x) = \frac{1}{x} (1-x)^{7.342} \left[ x^{0.662} (13.552x^2 - 9.544x + 4.235) + 1.467 \exp\left(-4.842 + \sqrt{-9.379 \ln x}\right) \right]. \quad (11)$$

Подстановка (11) в (7) дает, согласно (9), LO-сечение  $\sigma(13 \text{ ТэВ}) = 18.1$  пб, близкое к указанным выше.

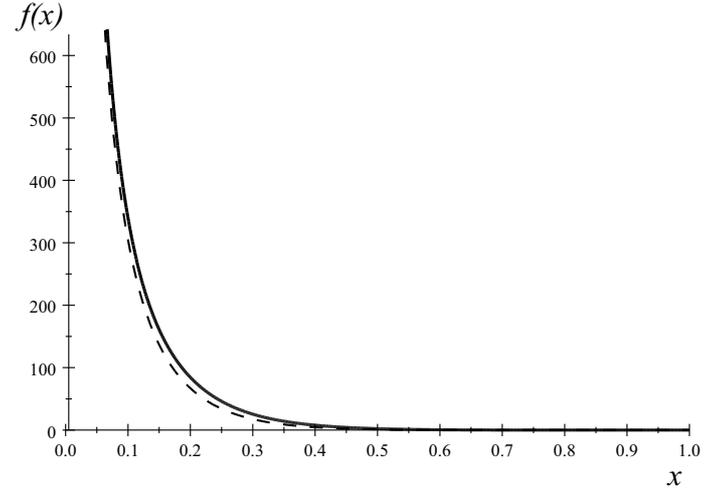


Рис. 1. Спектры глюонной светимости для глюонных распределений (10) и (11): пунктирная и сплошная кривые соответственно

Заметим, что распределение (10) нормировано условием  $\int_0^1 xg(x)dx = 1$ , означающим, что глюоны несут весь импульс протона. Это завышает реальную глюонную долю импульса протона в 2 раза: аналогичный интеграл для (11) равен 0.50. Однако функции  $f(x) = \tau g(x)g(\tau/x)/x$ , определяющие глюонную светимость согласно (7), для двух различных распределений (10) и (11) оказываются близкими: см. рис. 1, где пунктирная кривая отвечает (10).

## 2. Модельное глюонное распределение и эффективный учет высших радиационных поправок в сечении процесса

Рассмотрим следующее обобщение модельного глюонного распределения (10), введя параметр  $p$ :

$$g(x, p) = (p+1) \frac{1}{x} (1-x)^p. \quad (12)$$

Подставив (12) в (7), получим

$$\begin{aligned} L_g(\tau, p) &= (p+1)^2 \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} \left[ (1-x) \left( 1 - \frac{\tau}{x} \right) \right]^p = \\ &= (p+1)^2 \text{B}(p+1, p+1) (1-\tau)^{2p+1} \times \\ &\quad \times {}_2F_1(p+1, p+1; 2p+2; 1-\tau). \end{aligned} \quad (13)$$

**Значения сечения процесса (1),  
вычисленные с учетом высших радиационных поправок,  
для различных значений энергии  $pp$ -коллайдера**

$E$ , ТэВ	$\sigma(E)$ , пб	$p(E)$
7	15.3 [10], 16.85 [17], <b>15.3</b>	9.186
8	19.5 [10], 21.42 [17], <b>19.5</b>	10.452
13	44.1 [10], 48.58 [17], 46.68 [23], <b>44.2</b>	16.538
14	49.7 [10], 54.67 [17], 52.43 [23], 50.35 [24], <b>49.7</b>	
33	189.5 [23], 178.3 [24], <b>176.8</b>	16.538
40	231.9 [24], <b>230.6</b>	
60	394.4 [24], <b>396.9</b>	
80	565.1 [24], <b>576.4</b>	
100	788.6 [23], 740.3 [24], <b>765.4</b>	

Здесь  $V(x, y)$  — бета-функция,  ${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z)$  — гипергеометрическая функция; при выводе (13) мы сделали замену переменной интегрирования согласно  $x = \tau + (1 - \tau)t$  и использовали известное интегральное представление для функции  ${}_2F_1$  (см. [22]). Из (9) и (13) получаем модельную формулу для сечения (измеряемого в пб) как функцию энергии коллайдера  $E$  (измеряемой в ТэВ):

$$\sigma(E) = 5.951 \times 10^{-2} L_g((0.125/E)^2, p(E)) \text{ пб.} \quad (14)$$

Мы предполагаем, что в (14) параметр  $p$  (см. (12)) является некоторой функцией энергии  $p(E)$ .

В таблице (второй столбец) приведены значения сечения процесса (1), вычисленные с учетом высших радиационных поправок, для различных значений энергии  $pp$ -коллайдера. В квадратных скобках даны ссылки на соответствующие работы, в которых указаны также теоретические неопределенности результатов расчетов.

Выберем модельную функцию в (14) в виде  $p(E) = c_0 + c_1 \ln E + c_2 \sqrt{E}$  с константами  $c_n$ . Для определения последних используем в качестве опорных три значения энергии 7, 8 и 14 ТэВ и соответствующие им значения сечения из работы [10] (см. второй столбец таблицы) и по (13) и (14) вычислим отвечающие им значения  $p(E)$ , которые приведены в третьем столбце. В результате решения системы трех линейных уравнений получаем

$$p(E) = -9.177 + 2.251 \ln E + 5.285\sqrt{E}, \quad (15)$$

где  $E$  измеряется в ТэВ.

Теперь можно использовать (13)–(15) для «предсказания» сечения при других значениях энергии. Результаты расчета по модельной формуле (14) выделены жирным шрифтом во втором столбце. Как видно, их отклонения от результатов прямых расчетов, учитывающих радиационные поправки на основе КХД, невелики (меньше 10%) и не превышают теоретические неопределенности (см. цитированные работы, а в качестве примера — (8)). На рис. 2 график модельной функции (14) показан сплошной линией, пунктирная линия построена

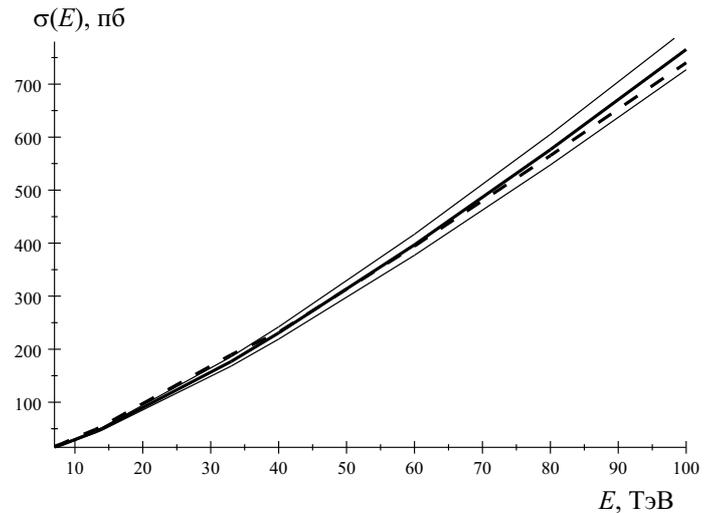


Рис. 2. Сечение процесса  $pp \rightarrow gg \rightarrow H + X$  как функция энергии коллайдера: сплошная линия — график модельной функции (14), пунктирная построена по КХД-расчетам; две тонкие линии отмечают отклонение на  $\pm 5\%$  от модельных значений

по КХД-значениям, максимально отклоняющимся от модельных (см. таблицу), а две тонкие сплошные линии отвечают отклонению на  $\pm 5\%$  от модельных значений.

### Заключение

Предложенная простая модель глюонного распределения в протоне (см. (12) и (15)) позволяет воспроизвести с использованием однопетлевой амплитуды результаты трудоемких расчетов в рамках КХД (учитывающих высшие радиационные поправки) сечения процесса (1). Примечательно, что найденная феноменологическая формула для сечения (14) основана всего лишь на трех опорных КХД-значениях сечения, но обеспечивает точность оценки сечения в интервале энергий 7–100 ТэВ не хуже теоретической неопределенности.

Авторы благодарят ведущего научного сотрудника А. Е. Лобанова за полезное обсуждение результатов работы.

## Список литературы

1. Aad G. et al. (ATLAS Collab.) // Phys. Lett. B. 2012. **716**. P. 1.
2. Chatrchyan S. et al. (CMS Collab.) // Phys. Lett. B. 2012. **716**. P. 30.
3. Glashow S.L. // Nucl. Phys. 1961. **22**. P. 579.
4. Weinberg S. // Phys. Rev. Lett. 1967. **19**. P. 1264.
5. Salam A. // Elementary Particle Theory / Ed. by N. Svartholm. Stockholm, 1968. P. 367.
6. Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L. // Phys. Rev. D. 1970. **2**. P. 1285.
7. Burgess C.P., Moore G.D. The Standard Model: A Primer. New York, 2007.
8. Емельянов В.М. Стандартная модель и ее расширения. М., 2007.
9. Langacker P. The Standard Model and Beyond. Boca Raton, 2010.
10. Patrignani C. et al. (Particle Data Group) // Chin. Phys. C. 2016. **40**. P. 100001.
11. Englert F., Brout R. // Phys. Rev. Lett. 1964. **13**. P. 321.
12. Higgs P.W. // Phys. Rev. Lett. 1964. **13**. P. 508; Phys. Rev. 1966. **145**. P. 1156.
13. Guralnik G.S., Hagen C.R., Kibble T.W. // Phys. Rev. Lett. 1964. **13**. P. 585.
14. Энглер Ф. // УФН. 2015. **185**. С. 1050.
15. Хиггс П.У. // УФН. 2015. **185**. С. 1059.
16. Georgi H.M., Glashow S.L., Machacek M.E., Nanopoulos D.V. // Phys. Rev. Lett. 1978. **40**. P. 692.
17. Anastasiou C. et al. arXiv: 1602.00695 [hep-ph].
18. Paschos E.A. Electroweak Theory. New York, 2007.
19. Ioffe B.L., Fadin V.S., Lipatov L.N. Quantum Chromodynamics: Perturbative and Nonperturbative Aspects. New York, 2010.
20. Glück M., Reya E., Vogt A. // Z. Phys. C. 1992. **53**. P. 127.
21. Greiner W., Schramm S., Stein E. Quantum Chromodynamics. Berlin; Heidelberg, 2007.
22. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, рядов и произведений. 7-е изд. СПб., БХВ-Петербург, 2011.
23. Baglio J., Djouadib A., Quevillon J. // Rep. Prog. Phys. 2016. **79**. P. 116201 [arXiv: 1511.07853 [hep-ph]].
24. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/HiggsEuropeanStrategy>.

## On Higgs boson production via gluon fusion

A. V. Borisov<sup>a</sup>, E. A. Stepanova<sup>b</sup>*Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.**E-mail: <sup>a</sup>borisov@phys.msu.ru, <sup>b</sup>katja.92@mail.ru.*

A simple phenomenological formula for the gluon distribution function in a proton is proposed. The reported results of calculations of the cross section of Higgs boson production via gluon fusion with higher-order QCD radiative corrections are reproduced using this formula and the one-loop amplitude.

*Keywords:* Higgs boson, proton-proton collider, gluon distribution function, gluon fusion, quantum chromodynamics, radiative corrections.

PACS: 12.38Bx, 14.70.Dj, 14.80.Bn.

*Received 29 January 2017.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2018. **72**, No. 1. Pp. 57–60.

## Сведения об авторах

1. Борисов Анатолий Викторович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: borisov@phys.msu.ru.
2. Степанова Екатерина Андреевна — аспирантка; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: katja.92@mail.ru.