СТАТЬИ
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Флуоресценция в квантовой системе с нарушенной симметрией

Н. Н. Боголюбов (мл.)[a], А. В. Солдатов[b]

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН.
Россия, 119991, Москва, ул. Губкина, д. 8.
E-mail: [a] nikolai_bogolubov@hotmail.com, [b] soldatov@mi.ras.ru

Статья поступила 08.06.2017, подписана в печать 29.08.2017.

Исследована модель многоуровневого одиночного одноэлектронного атома с нарушенной симметрией, оператор дипольного момента которой имеет постоянные диагональные матричные элементы, не все из которых попарно равны друг другу. Показано, что выражение для электромагнитного поля излучения в дальней зоне для такого атома не содержит в явном виде значительных вкладов от диагональных матричных элементов дипольного момента, так что эти матричные элементы оказывают влияние на процесс флуоресценции лишь через временную зависимость недиагональных матричных элементов благодаря квантовым нелинейным процессам более высокого порядка. Показано, что двухуровневая квантовая система, дипольный оператор которой имеет постоянные неравные диагональные матричные элементы, будучи возбуждаемой монохроматическим лазерным излучением, может непрерывно излучать на гораздо более низкой частоте, чем частота возбуждающего излучения. Обсуждаются возможности экспериментального обнаружения и практического использования этого эффекта.

Ключевые слова: терагерцевый диапазон, преобразование частоты излучения, двухуровневый атом, атом Ридберга, квантовая точка, нарушенная симметрия.

УДК: 53.09, 535-1. PACS: 42.50.–p, 42.50.Hz, 42.65.Ky, 42.79.Nv.

Введение

Терагерцевое излучение занимает диапазон частот примерно от 100 ГГц до 10 ТГц, или от 3 мм до 30 мкм, между микроволновым и инфракрасным диапазонами. На сегодня методы генерации, усиления и модуляции электромагнитных волн в этом диапазоне развиты недостаточно, что не позволяет создавать компактные, хорошо управляемые и энергоэффективные твердотельные устройства, в том числе генераторы и усилители, которые позволили бы использовать терагерцевое излучение во многих потенциально полезных практических приложениях. По очевидным причинам было бы крайне желательно использовать при создании таких устройств наиболее простые физические системы в качестве их наиболее важных составных частей. В частности, этому требованию могли бы соответствовать достаточно хорошо изученные в квантовой оптике модельные квантовые системы типа одноэлектронных атомов с конечным числом энергетических уровней при условии нарушения инверсной симметрии, вследствие чего оператор дипольного момента таких квантовых систем обладает неравными постоянными диагональными матричными элементами.

1. Модель одиночного одноэлектронного атома с нарушенной симметрией

В общем случае взаимодействие элекромагнитного излучения с одноэлектронным атомом в дипольном приближении описывается гамильтонианом

$$H = H_0(S) + H_0(F) - e\widehat{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) + \mathbf{E}_{\text{ext}}(t)), \qquad (1)$$

где $H_0(S)$ и $H_0(F)$ — гамильтонианы атома

$$H_0(S) = \sum_i E_i |i\rangle\langle i| = \sum_i E_i \sigma_{ii} \qquad (2)$$

с полным набором собственных энергетических состояний $|i\rangle$ и собственными значениями энергии E_i и квантованного электромагнитного поля

$$H_0(F) = \sum_{\mathbf{k},\lambda} \hbar\nu_{\mathbf{k}} \left(a^{+}{}_{\mathbf{k},\lambda} a_{\mathbf{k},\lambda} + \frac{1}{2} \right), \qquad (3)$$

$\mathbf{E}_{\text{ext}}(t)$ — внешнее классическое электрическое поле, $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0)$ — оператор квантованного электрического поля в месте расположения атома $\mathbf{r}_0$, состоящий в представлении вторичного квантования из положительно- и отрицательно-частотных частей:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_0) + \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}_0), \qquad (4)$$

$$\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_0) = \sum_{\mathbf{k},\lambda} \widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k},\lambda}\, e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}, \qquad (5)$$

$$\mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}_0) = \sum_{\mathbf{k},\lambda} \widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}} a^{+}{}_{\mathbf{k},\lambda}\, e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}, \qquad (6)$$

где

$$\mathcal{E}_{\mathbf{k}} = \left(\frac{\hbar\nu_{\mathbf{k}}}{2\varepsilon_0 V} \right)^{1/2}, \quad \nu_{\mathbf{k}} = c|\mathbf{k}|, \quad \sum_{\mathbf{k},\lambda} \to \sum_{\lambda} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^3 d^3k, \qquad (7)$$

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{L}, \quad V = L^3, \quad n_i = 0 \pm 1, \pm 2, \ldots, \quad i = x, y, z. \tag{8}$$

Здесь $a_{\mathbf{k},\lambda}$ и $a^+{}_{\mathbf{k},\lambda}$ — бозе-операторы рождения и уничтожения фотонов с волновым вектором $\mathbf{k}$ и поляризацией λ, удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$\begin{gathered}[a_{\mathbf{k},\lambda}, a^+{}_{\mathbf{k}',\lambda'}] = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}\,\delta_{\lambda,\lambda'}, \\ [a^+{}_{\mathbf{k},\lambda}, a^+{}_{\mathbf{k}',\lambda'}] = 0, \quad [a_{\mathbf{k},\lambda}, a_{\mathbf{k}',\lambda'}] = 0.\end{gathered} \tag{9}$$

Векторы поляризации квантованного поля $\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}}$ удовлетворяют соотношениям

$$\mathbf{k}\cdot\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}} = 0, \quad \varepsilon^{(1)}_{\mathbf{k}i}\varepsilon^{(1)}_{\mathbf{k}j} + \varepsilon^{(2)}_{\mathbf{k}i}\varepsilon^{(2)}_{\mathbf{k}j} = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}, \quad i, j = x, y, z. \tag{10}$$

Оператор дипольного момента атома $\widehat{\mathbf{d}} = e\widehat{\mathbf{r}}$ можно представить в виде

$$\begin{gathered}\widehat{\mathbf{d}} = \sum_{i,j} \mathbf{d}_{ij}\sigma_{ij}, \quad \mathbf{d}_{ij} = e\langle i|\widehat{\mathbf{r}}|j\rangle, \\ \sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|, \quad [\sigma_{ij}, \sigma_{kl}] = \sigma_{il}\,\delta_{jk} - \sigma_{kj}\,\delta_{il}.\end{gathered} \tag{11}$$

Тогда гамильтониан (1) можно представить в виде

$$\begin{aligned}H = &\sum_i E_i\sigma_{ii} + \sum_{\mathbf{k},\lambda}\hbar\nu_k a^+{}_{\mathbf{k},\lambda}a_{\mathbf{k},\lambda} + \\ &+\hbar\sum_{i,j}\sum_{\mathbf{k},\lambda} g^{ij}_{\mathbf{k},\lambda}\sigma_{ij}\left(a^+{}_{\mathbf{k},\lambda}\,e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_0} + a_{\mathbf{k},\lambda}\,e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}\right) - \\ &- \sum_{i,j}\mathbf{d}_{ij}\sigma_{ij}\cdot\mathbf{E}_{\text{ext}}(t),\end{aligned} \tag{12}$$

где

$$g^{ij}_{\mathbf{k},\lambda} = -\frac{\mathbf{d}_{ij}\cdot\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}}\mathcal{E}_{\mathbf{k}}}{\hbar}. \tag{13}$$

Обычно предполагается, что диагональные матричные элементы оператора дипольного момента равны нулю:

$$\mathbf{d}_{ii} = 0, \tag{14}$$

что оправданно, так как «стандартные» физические системы, т. е. атомы и молекулы, порождающие гамильтониан (12), обладают определенной четностью, так что каждое из собственных состояний $|i\rangle$ симметрично или антисимметрично относительно операции пространственной инверсии в трехмерном пространстве. Далее мы пренебрегаем предположением (14) в пользу более общего предположения о неравенстве друг другу диагональных матричных элементов $\mathbf{d}_{ii} \neq \mathbf{d}_{jj}$ хотя бы для одной пары индексов i, j, которое следует из нарушения инверсионной пространственной симметрии системы.

2. Поле излучения одиночного одноэлектронного атома с нарушенной симметрией в дальней зоне

Гамильтониан (12) порождает следующие уравнения Гейзенберга для медленно меняющихся полевых операторов

$$\frac{d}{dt}\widetilde{a}_{\mathbf{k},\lambda}(t) = -i\sum_{i,j} g^{ij}_{\mathbf{k},\lambda}\widetilde{\sigma}_{ij}(t)\,e^{-i(\omega_{ij}-\nu_{\mathbf{k}})t - i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}, \tag{15}$$

где

$$\widetilde{a}_{\mathbf{k},\lambda}(t) = a_{\mathbf{k},\lambda}(t)\,e^{i\nu_{\mathbf{k}}t}, \quad \widetilde{a}^+{}_{\mathbf{k},\lambda}(t) = a^+{}_{\mathbf{k},\lambda}(t)\,e^{-i\nu_{\mathbf{k}}t}, \tag{16}$$

$$\widetilde{\sigma}_{ij}(t) = \sigma_{ij}(t)\,e^{i\omega_{ij}t}, \quad \omega_{ij} = (E_i - E_j)/\hbar. \tag{17}$$

Уравнение (15) может быть формально проинтегрировано:

$$\begin{aligned}\widetilde{a}_{\mathbf{k},\lambda}(t) = \widetilde{a}_{\mathbf{k},\lambda}(0) - i\sum_{i,j} g^{ij}_{\mathbf{k},\lambda}\,e^{-i(\omega_{ij}-\nu_{\mathbf{k}})t - i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}\times \\ \times\int_0^t dt'\,\widetilde{\sigma}_{ij}(t')\,e^{i(\omega_{ij}-\nu_{\mathbf{k}})(t-t')}.\end{aligned} \tag{18}$$

Тогда положительно-частотная часть оператора квантованного электрического поля в месте расположения наблюдателя (детектора) $\mathbf{r}$ имеет вид

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) &= \sum_{\mathbf{k},\lambda}\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}}\mathcal{E}_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{k},\lambda}(t)\,e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} = \\ &= \mathbf{E}^{(+)}_0(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}^{(+)}_{\text{int}}(\mathbf{r}, t) = \\ &= \sum_{\mathbf{k},\lambda}\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}}\mathcal{E}_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{k},\lambda}(0)\,e^{-i\nu_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \\ &+\left(\frac{i}{16\pi^3\varepsilon_0}\right)\sum_{i,j} e^{-i\omega_{ij}t}\int d^3k\sum_{\lambda}\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}}\left[\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{d}_{ij}\right]\nu_{\mathbf{k}}\times \\ &\times e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)}\int_0^t dt'\widetilde{\sigma}_{ij}(t')\,e^{i(\omega_{ij}-\nu_{\mathbf{k}})(t-t')}.\end{aligned} \tag{19}$$

Используя свойство диадических произведений векторов поляризации поля и волновых векторов

$$\sum_{\lambda}\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}}\widehat{\varepsilon}^{(\lambda)}_{\mathbf{k}} = 1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{k^2} \tag{20}$$

и переходя к континуальному пределу $\sum_{\mathbf{k},\lambda} \to \sum_{\lambda}\left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 d^3k$, можно преобразовать выражение для слагаемого $\mathbf{E}^{(+)}_{\text{int}}(\mathbf{r}, t)$, описывающего вклад излучения атома в квантованное поле, к виду

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^{(+)}_{\text{int}}(\mathbf{r}, t) = &\left(\frac{i}{16\pi^3\varepsilon_0}\right)\sum_{i,j} e^{-i\omega_{ij}t}\times \\ &\times\int d^3k\left[\mathbf{d}_{ij} - \frac{\mathbf{k}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{d}_{ij})}{k^2}\right]\nu_{\mathbf{k}}\,e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)}\times \\ &\times\int_0^t dt'\widetilde{\sigma}_{ij}(t')\,e^{i(\omega_{ij}-\nu_{\mathbf{k}})(t-t')}.\end{aligned} \tag{21}$$

Дальнейшие вычисления удобно производить в системе координат, в которой линия, соединяющая положение атома с расположением детектора, направлена вдоль оси z, которая параллельна вектору $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$. Тогда векторы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{d}_{ij}$ могут быть записаны в полярных координатах как

$$\mathbf{k} = k(\mathbf{e}_x\sin(\theta)\cos(\phi) + \mathbf{e}_y\sin(\theta)\sin(\phi) + \mathbf{e}_z\cos(\theta)), \tag{22}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{d}_{ij} &= \text{Re}[\mathbf{d}_{ij}] + i\,\text{Im}[\mathbf{d}_{ij}] = \\ &= |\,\text{Re}[\mathbf{d}_{ij}]|\left(\mathbf{e}_x\sin(\eta^{(1)}_{ij}) + \mathbf{e}_z\cos(\eta^{(1)}_{ij})\right) +\end{aligned}$$

$$+ i|\operatorname{Im}[\mathbf{d}_{ij}]|\big(\mathbf{e}_x \cos(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)}) + \\ + \mathbf{e}_y \sin(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)}) + \mathbf{e}_z \cos(\eta_{ij}^{(2)})\big). \quad (23)$$

Здесь принимается во внимание, что $\mathbf{d}_{ij}$ представляет собой в общем случае трехмерный вектор с комплекснозначными компонентами. Соответственно можно считать без ограничения общности, что его вещественная трехмерная векторная составляющая $\operatorname{Re}[\mathbf{d}_{ij}]$ расположена в плоскости xz выбранной для расчетов системы координат под углом $\eta_{ij}^{(1)}$ к оси z, а его комплексная трехмерная векторная составляющая $\operatorname{Im}[\mathbf{d}_{ij}]$ расположена в плоскости $x'z$, повернутой на угол $\phi_{ij}^{(2)}$ относительно плоскости xz, под углом $\eta_{ij}^{(2)}$ к оси z. Предполагается, что детектор расположен в области дальнего поля, поэтому, выполняя интегрирование по угловым переменным в интеграле по $\mathbf{k}$ и пренебрегая слагаемыми порядка $O(1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|^2)$, в полной аналогии с вычислениями, проделанными в [1], получим

$$\mathbf{E}_{\text{int}}^{(+)}(\mathbf{r},t) = \frac{c}{8\pi^2|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} \times \\ \times \sum_{i,j}\Big(|\operatorname{Re}[\mathbf{d}_{ij}]| \sin(\eta_{ij}^{(1)})\mathbf{e}_x + \\ + i|\operatorname{Im}[\mathbf{d}_{ij}]|\Big(\cos(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)})\mathbf{e}_x + \\ + \sin(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)})\mathbf{e}_y\Big)\Big) e^{-i\omega_{ij}t} \times \\ \times \int_0^\infty dk\, k^2 \left(e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} - e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}\right) \int_0^t dt'\, \widetilde{\sigma}_{ij}(t')\, e^{i(\omega_{ij}-\nu_k)(t-t')}. \quad (24)$$

Можно показать, как это сделано в [1] по аналогии с теорией Вайскопфа–Вигнера для спонтанного излучения атома, что только слагаемые, для которых $i > j$, $\omega_{ij} > 0$, вносят значительный вклад в величину для $\mathbf{E}_{\text{int}}^{(+)}(\mathbf{r},t)$. Это соответствует пренебрежению в гамильтониане взаимодействия (12) антирезонансными слагаемыми, а также слагаемыми, описывающими квантовые процессы более высокого порядка, нежели прямой переход атома из одного состояния в другое с поглощением или испусканием фотона. В результате, осуществляя замену $k^2 \to (\omega_{ij}/c)^2$ и распространяя предел интегрирования по k до $-\infty$, получаем

$$\mathbf{E}_{\text{int}}^{(+)}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} \times \\ \times \sum_{i>j}\omega_{ij}^2\Big(|\operatorname{Re}[\mathbf{d}_{ij}]| \sin(\eta_{ij}^{(1)})\mathbf{e}_x + \\ + i|\operatorname{Im}[\mathbf{d}_{ij}]|\Big(\cos(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)})\mathbf{e}_x + \\ + \sin(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)})\mathbf{e}_y\Big)\Big) \times \\ \times \left[e^{-i\omega_{ij}(t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|/c)} \int_0^t dt'\widetilde{\sigma}_{ij}(t')\,\delta\left(t-t'-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}{c}\right) - \right. \\ \left. - e^{-i\omega_{ij}(t+|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|/c)} \int_0^t dt'\widetilde{\sigma}_{ij}(t')\,\delta\left(t-t'+\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}{c}\right)\right]. \quad (25)$$

Выражение (25) содержит сумму входящей и рассеянной волн. Благодаря запаздыванию после интегрирования по t' остается только вклад входящей волны. Тогда, возвращаясь от медленно меняющихся переменных $\widetilde{\sigma}_{ij}(t)$ к первоначальным переменным $\sigma_{ij}(t)$, мы приходим к окончательному выражению для положительно-частотной компоненты поля в месте расположения детектора

$$\mathbf{E}_{\text{int}}^{(+)}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} \times \\ \times \sum_{i>j}\omega_{ij}^2\Big(|\Re[\mathbf{d}_{ij}]| \sin(\eta_{ij}^{(1)})\mathbf{e}_x + \\ + i|\operatorname{Im}[\mathbf{d}_{ij}]|\Big(\cos(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)})\mathbf{e}_x + \\ + \sin(\phi_{ij}^{(2)}) \sin(\eta_{ij}^{(2)})\mathbf{e}_y\Big)\Big)\, \sigma_{ij}\left(t-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}{c}\right). \quad (26)$$

Отметим, что выражение (26) не содержит в явном виде вкладов от диагональных матричных элементов дипольного момента, так что они оказывают влияние на процесс флуоресценции благодаря квантовым нелинейным процессам более высокого порядка.

3. Модель двухуровневого атома с нарушенной симметрией

Далее мы будем рассматривать двухуровневый атом с основным состоянием $|g\rangle$, возбужденным состоянием $|e\rangle$, частотой перехода ω_0 и электрическим дипольным моментом $\widehat{\mathbf{d}}$, которая облучается внешним стационарным линейно поляризованным классическим монохроматическим полем $\mathbf{E}_{\text{ext}}(t) = \mathbf{E}\cos(\omega_f t)$ с амплитудой $\mathbf{E}$ и частотой ω_f. Эта двухуровневая система также взаимодействует с бозе-термостатом F, представленным модами квантованного электромагнитного поля и находящимся в состоянии термодинамического равновесия. Для удобства будем считать, что сдвиг частоты перехода за счет взаимодействия с термостатом уже учтен в частоте перехода ω_0. Для этой физической системы гамильтониан (12) принимает вид

$$H = H_0(S) + H_0(F) + H_{SF} + H_{SE}(t), \quad (27)$$

где

$$H_0(S) = \hbar\omega_0 S^z, \quad H_0(F) = \sum_{\mathbf{k},\lambda}\hbar\nu_{\mathbf{k}} a^+{}_{\mathbf{k},\lambda} a_{\mathbf{k},\lambda}, \\ H_{SE}(t) = -e\mathbf{E}\widehat{\mathbf{r}}\cos(\omega_f t), \\ H_{SF} = \hbar\sum_{i,j}\sum_{\mathbf{k},\lambda} g_{\mathbf{k},\lambda}^{ij}\sigma_{ij}\left(a^+{}_{\mathbf{k},\lambda}\, e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_0} + a_{\mathbf{k},\lambda}\, e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}\right), \\ i = e, g, \quad j = e, g, \quad (28)$$

и $S^z = \frac{1}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|)$ — оператор инверсной заселенности. Слагаемое $H_{SE}(t)$ описывает взаимодействие атома с внешним полем и может быть записано как

$$H_{SE}(t) = \frac{\hbar}{2}(e^{i\omega_l t} + e^{-i\omega_l t}) \times$$
$$\times \left[\Omega_R S^+ + \Omega_R^* S^- - \mathbf{E}\mathbf{d}_{ee}|e\rangle\langle e| - \mathbf{E}\mathbf{d}_{gg}|g\rangle\langle g|\right], \quad (29)$$

где $S^+ = |e\rangle\langle g|$ и $S^- = |g\rangle\langle e|$ — повышающие и понижающие атомные операторы,

$$\Omega_R = -\frac{\mathbf{E}\mathbf{d}_{eg}}{\hbar} \quad (30)$$

— частота Раби, которая может быть выбрана вещественной и положительной путем соотвествующего выбора фазовых множителей квантовых состояний $|e\rangle$ и $|g\rangle$, и

$$\mathbf{d}_{eg} = e\langle e|\widehat{\mathbf{r}}|g\rangle, \quad \mathbf{d}_{ge} = e\langle g|\widehat{\mathbf{r}}|e\rangle,$$
$$\mathbf{d}_{ee} = e\langle e|\widehat{\mathbf{r}}|e\rangle, \quad \mathbf{d}_{gg} = e\langle g|\widehat{\mathbf{r}}|g\rangle \quad (31)$$

— матричные элементы атомного дипольного оператора. Обычно предполагается, что

$$\mathbf{d}_{ee} = \mathbf{d}_{gg} = 0, \quad (32)$$

что оправданно, так как в «стандартные» физические системы, т. е. атомы и молекулы, порождающие гамильтониан (27), обладают инверсионной симметрией, так что каждое из состояний $|g\rangle$ и $|e\rangle$ симметрично или антисимметрично относительно отражений в трехмерном пространстве. Далее мы пренебрегаем предположением (32) в пользу более общего предположения

$$\mathbf{d}_{ee} \neq \mathbf{d}_{gg}, \quad (33)$$

следующего из нарушения инверсионной симметрии системы. Тогда гамильтониан взаимодействия (29) может быть записан в виде

$$H_{SE}(t) = \frac{\hbar}{2}(e^{i\omega_l t} + e^{-i\omega_l t}) \times$$
$$\times \left[\Omega_R S^+ + \Omega_R^* S^- + \delta_a S^z - \frac{\delta_s}{2}(|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|)\right], \quad (34)$$

где $\delta_s = \mathbf{E}(\mathbf{d}_{gg} + \mathbf{d}_{ee})/\hbar$, а $\delta_a = \mathbf{E}(\mathbf{d}_{gg} - \mathbf{d}_{ee})/\hbar$ есть параметр нарушения симметрии.

4. Управляющее уравнение и уравнения движения

Временная эволюция атомной подсистемы S задается приближенным управляющим уравнением для атомного статистического оператора $\rho_S(t)$, которое имеет вид

$$\frac{\partial \rho_S(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}[H(S,t), \rho_S(t)] -$$
$$-\frac{1}{2}\Gamma\left(S^+S^-\rho_S(t) + \rho_S(t)S^+S^- - 2S^-\rho_S(t)S^+\right), \quad (35)$$

где Γ — обычная постоянная радиационного распада возбужденного состояния атома вследствие взаимодействия с бозе-термостатом и

$$H(S,t) = \hbar\omega_0 S^z + \frac{\hbar\Omega_R}{2}(e^{i\omega_l t} + e^{-i\omega_l t})(S^- + S^+) +$$
$$+ \frac{\hbar\,\delta_a}{2}(e^{i\omega_l t} + e^{-i\omega_l t})S^z. \quad (36)$$

Из уравнения (35) следует замкнутая система оптических уравнений Блоха для средних значений атомных переменных:

$$\frac{d\left\langle \widetilde{S}^-(t)\right\rangle}{dt} =$$
$$= -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta + i\frac{\delta_a}{2}(e^{i\omega_l t} + e^{-i\omega_l t})\right)\left\langle \widetilde{S}^-(t)\right\rangle +$$
$$+ \Omega_R(e^{i2\omega_l t} + 1)\left\langle \widetilde{S}^z(t)\right\rangle, \quad (37)$$

$$\frac{d\left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle}{dt} =$$
$$= -\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta - i\frac{\delta_a}{2}(e^{i\omega_l t} + e^{-i\omega_l t})\right)\left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle +$$
$$= \Omega_R(1 + e^{-i2\omega_l t})\left\langle \widetilde{S}^z(t)\right\rangle, \quad (38)$$

$$\frac{d\left\langle \widetilde{S}^z(t)\right\rangle}{dt} = -\frac{\Gamma}{2} - \Gamma\left\langle \widetilde{S}^z(t)\right\rangle -$$
$$-\frac{\Omega_R}{2}(e^{i\omega_l t} + e^{-i\omega_l t})\left(\left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle e^{i\omega_l t} + \left\langle \widetilde{S}^-(t)\right\rangle e^{-i\omega_l t}\right), \quad (39)$$

где

$$\widetilde{S}^{\pm}(t) = \pm i S^{\pm}(t)\, e^{\mp i\omega_l t}, \quad \widetilde{S}^z(t) = S^z(t) \quad (40)$$

и

$$\left\langle \widetilde{S}^{\pm}(t)\right\rangle = \pm i\, e^{\mp i\omega_l t}\,\mathrm{Sp}(S^{\pm}\rho_S(t)) = \pm i\left\langle S^{\pm}(t)\, e^{\mp i\omega_l t}\right\rangle, \quad (41)$$

$$\left\langle \widetilde{S}^z(t)\right\rangle = \mathrm{Sp}(S^z\rho_S(t)) = \langle S^z(t)\rangle \quad (42)$$

— медленно меняющиеся атомные переменные, а $\Delta = \omega_0 - \omega_l$ — рассогласование между частотой атомного перехода и частотой внешнего возбуждающего поля.

Система уравнений (37)–(39) может быть исследована посредством методов, развитых ранее в работах [4–6], в которых переменные $\left\langle \widetilde{S}^-(t)\right\rangle$, $\left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle$ и $\left\langle \widetilde{S}^z(t)\right\rangle$ были представлены в виде разложений в ряд

$$X_i(t) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} X_i^{(l)}(t)\, e^{il\omega_l t}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (43)$$

Здесь $X_i(t)$ являются компонетами вектора $\mathbf{X}(t) = \left(\left\langle \widetilde{S}^-(t)\right\rangle, \left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle, \left\langle \widetilde{S}^z(t)\right\rangle\right)$ и медленно меняющиеся амплитуды $X_i^{(l)}(t)$ удовлетворяют системе уравнений

$$\frac{d}{dt}X_1^{(l)}(t) = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta + il\omega_l\right)X_1^{(l)}(t) -$$
$$-i\frac{\delta_a}{2}\left(X_1^{(l-1)}(t) + X_1^{(l+1)}(t)\right) + \Omega_R\left(X_3^{(l-2)}(t) + X_3^{(l)}(t)\right), \quad (44)$$

$$\frac{d}{dt}X_2^{(l)}(t) = -\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta + il\omega_l\right)X_2^{(l)}(t) +$$
$$+i\frac{\delta_a}{2}\left(X_2^{(l-1)}(t) + X_2^{(l+1)}(t)\right) + \Omega_R\left(X_3^{(l+2)}(t) + X_3^{(l)}(t)\right), \quad (45)$$

$$\frac{d}{dt}X_3^{(l)}(t) = -\frac{\Gamma}{2}\,\delta_{l,0} - (\Gamma + il\omega_f)X_3^{(l)}(t) - \\ -\frac{\Omega_R}{2}\left(X_2^{(l-2)}(t) + X_2^{(l)}(t) + X_1^{(l)}(t) + X_1^{(l+2)}(t)\right). \quad (46)$$

5. Спектр флуоресценции

Как известно из квантовой теории детектирования электромагнитного излучения [1, 3], стационарный спектр излучения пропорционален следующему образу корреляционной функции положительно- и отрицательно-частотных частей поля в месте нахождения детектора $\mathbf{r}$:

$$S(\mathbf{r},\omega) \sim \mathrm{Re}\int\limits_0^\infty d\tau \lim_{t\to\infty}\left\langle \mathbf{e}\cdot\mathbf{E}^-(\mathbf{r},t)\,\mathbf{e}^*\cdot\mathbf{E}^+(\mathbf{r},t{+}\tau)\right\rangle e^{i\omega\tau}, \quad (47)$$

где $\mathbf{e}$ — некоторое вполне определенное фиксированное направление поляризации поля, которое обеспечивается, например, установкой поляризационного фильтра перед детектором. Но, принимая во внимание выражение (26) для полевых операторов $\mathbf{E}^\pm(\mathbf{r},t)$,

$$S(\mathbf{r},\omega) \sim \mathrm{Re}\int\limits_0^\infty d\tau \lim_{t\to\infty}\left\langle \widetilde{S}^+(t)\widetilde{S}^-(t+\tau)\right\rangle e^{i(\omega-\omega_f)\tau}. \quad (48)$$

Соответственно интересующая нас некогерентная часть стационарного спектра флуоресценции атома, т. е. та часть, из которой исключен пик, соответствующий упругому рэлеевскому рассеянию на частоте воздействующего на атом внешнего поля $\omega = \omega_f$, дается выражением [2]

$$S_{\mathrm{in}}(\mathbf{r},\omega) = C(\mathbf{r})\Gamma\ \mathrm{Re}\int\limits_0^\infty d\tau \lim_{t\to\infty}\left[\left\langle \widetilde{S}^+(t)\widetilde{S}^-(t+\tau)\right\rangle - \right. \\ \left. -\left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle\left\langle \widetilde{S}^-(t+\tau)\right\rangle\right] e^{i(\omega-\omega_f)\tau}, \quad (49)$$

в котором $C(\mathbf{r})$ некоторая несущественная для данного исследования константа, характеризующая конкретную экспериментальную процедуру измерения спектра.

Согласно квантовой регрессионной гипотезе [7–9] корреляционные функции

$$Y_1(t,t+\tau) = \left\langle \widetilde{S}^+(t)\widetilde{S}^-(t+\tau)\right\rangle - \left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle\left\langle \widetilde{S}^-(t+\tau)\right\rangle,$$
$$Y_2(t,t+\tau) = \left\langle \widetilde{S}^+(t)\widetilde{S}^+(t+\tau)\right\rangle - \left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle\left\langle \widetilde{S}^+(t+\tau)\right\rangle,$$
$$Y_3(t,t+\tau) = \left\langle \widetilde{S}^+(t)\widetilde{S}^z(t+\tau)\right\rangle - \left\langle \widetilde{S}^+(t)\right\rangle\left\langle \widetilde{S}^z(t+\tau)\right\rangle$$

удовлетворяют почти той же системе уравнений движения (37)–(39), что и соответствующие средние $\left\langle \widetilde{S}^-(\tau)\right\rangle$, $\left\langle \widetilde{S}^+(\tau)\right\rangle$ и $\left\langle \widetilde{S}^z(\tau)\right\rangle$:

$$\frac{dY_1(t,t+\tau)}{d\tau} = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta + \right. \\ \left. + i\frac{\delta_a}{2}\left(e^{i\omega_f(t+\tau)} + e^{-i\omega_f(t+\tau)}\right)\right) Y_1(t,t+\tau) + \\ + \Omega_R\left(e^{i\,2\omega_f(t+\tau)} + 1\right) Y_3(t,t+\tau), \quad (50)$$

$$\frac{dY_2(t,t+\tau)}{d\tau} = -\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta - \right. \\ \left. - i\frac{\delta_a}{2}\left(e^{i\omega_f(t+\tau)} + e^{-i\omega_f(t+\tau)}\right)\right) Y_2(t,t+\tau) + \\ + \Omega_R\left(1 + e^{-i\,2\omega_f(t+\tau)}\right) Y_3(t,t+\tau), \quad (51)$$

$$\frac{dY_3(t,t+\tau)}{d\tau} = -\Gamma Y_3(t,t+\tau) - \\ -\frac{\Omega_R}{2}\left(e^{i\omega_f(t+\tau)} + e^{-i\omega_f(t+\tau)}\right) \times \\ \times\left(Y_2(t,t+\tau)\,e^{i\omega_f(t+\tau)} + Y_1(t,t+\tau)\,e^{-i\omega_f(t+\tau)}\right), \quad (52)$$

с той лишь разницей, что в их правой части отсутствует неоднородное слагаемое $-\Gamma/2$. Следовательно, уместно разложить эти корреляционные функции в бесконечный ряд тем же способом, что и компоненты $X_i(t)$, $i = 1,2,3$, т. е.

$$Y_i(t,t+\tau) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} Y_i^{(l)}(t,\tau)\,e^{il\omega_f(t+\tau)}, \quad i = 1,2,3. \quad (53)$$

Обозначим через

$$\overline{Y}_i^{(l)}(t,z) = \int\limits_0^\infty e^{-z\tau}Y_i^{(l)}(t,t+\tau)d\tau \quad (54)$$

образы Лапласа компонент $Y_i^{(l)}(t,\tau)$, $i = 1,2,3$. Эти образы удовлетворяют системе уравнений

$$z\overline{Y}_1^{(l)}(t,z) + \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta + il\omega_f\right)\overline{Y}_1^{(l)}(t,z) + \\ + i\frac{\delta_a}{2}\left(\overline{Y}_1^{(l-1)}(t,z) + \overline{Y}_1^{(l+1)}(t,z)\right) - \\ - \Omega_R\left(\overline{Y}_3^{(l-2)}(t,z) + \overline{Y}_3^{(l)}(t,z)\right) = \\ = \frac{1}{2}\,\delta_{l,0} + X_3^{(l)}(t) - \sum_{r=-\infty}^{\infty} X_1^{(l-r)}(t)X_2^{(r)}(t), \quad (55)$$

$$z\overline{Y}_2^{(l)}(t,z) + \left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta + il\omega_f\right)\overline{Y}_2^{(l)}(t,z) - \\ - i\frac{\delta_a}{2}\left(\overline{Y}_2^{(l-1)}(t,z) + \overline{Y}_2^{(l+1)}(t,z)\right) - \\ - \Omega_R\left(\overline{Y}_3^{(l+2)}(t,z) + \overline{Y}_3^{(l)}(t,z)\right) = \\ = -\sum_{r=-\infty}^{\infty} X_2^{(l-r)}(t)X_2^{(r)}(t), \quad (56)$$

$$z\overline{Y}_3^{(l)}(t,z) + (\Gamma + il\omega_f)\overline{Y}_3^{(l)}(t,z) + \\ + \frac{\Omega_R}{2}\left(\overline{Y}_2^{(l-2)}(t,z) + \overline{Y}_2^{(l)}(t,z) + h\overline{Y}_1^{(l)}(t,z) + \overline{Y}_1^{(l+2)}(t,z)\right) = \\ = -\sum_{r=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\,\delta_{r,0} + X_3^{(r)}(t)\right) X_2^{(l-r)}(t). \quad (57)$$

В стационарном состоянии ($t \to \infty$) только компонента $\overline{Y}_1^{(0)}(t,z)$ вносит вклад в $S_{\mathrm{in}}(\mathbf{r},\omega)$. Таким

образом, некогерентная часть спектра (49) может быть представлена как

$$S_{\text{in}}(\mathbf{r},\omega) = C(\mathbf{r})\Gamma \operatorname{Re} \lim_{t\to\infty} \overline{Y}_1^{(0)}(t,z)\big|_{z=-i(\omega-\omega_f)}. \qquad (58)$$

6. Численные результаты

Как и в работах [4–6], уравнения (44)–(46) и (55)–(57) решались численно в пределе стационарного состояния ($t\to\infty$) путем ограничения числа амплитуд $X_i^{(l)}(t)$ и $\overline{Y}_i^{(l)}(t,z)$, учитываемых при вычислениях. Рассматривался случай, когда частота внешнего поля ω_f находится в резонансе с частотой атомного перехода ω_0. Для $\delta_a = 0$ и $\Omega_R \geqslant \Gamma$ форма спектра флуоресценции совпадает со спектром, предсказанным в работе [10] и наблюденным позднее экспериментально несколькими группами исследователей [11–13]. Это триплет с высоким пиком, расположенным на частоте ω_f, который окружен боковыми более низкими пиками на частотах $\omega_f \pm (\Delta^2+\Omega_R^2)^{1/2}$, где $\Delta = \omega_0 - \omega_f$ — рассогласование частоты поля и атомного перехода. Этот триплет показан на рис. 1.

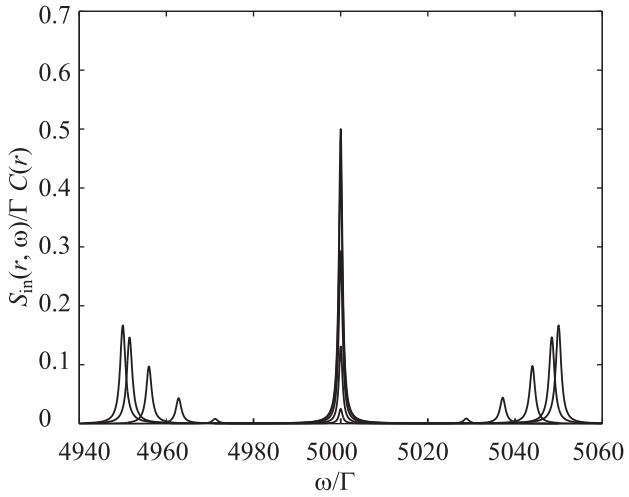

Рис. 1. Триплет Mollow. $\Gamma = 1$, $\omega_f = \omega_0 = 5000$, $\Omega_R = 50$, $\delta_a = 0:2500:10000$

При $\delta_a \neq 0$ еще один пик возникает на частоте $\omega = \Omega_R$ вместе со низкочастной частью в окрестности $\omega = 0$. Амплитуды пика и низкочастотной части монотонно возрастают с увеличением параметра нарушения симметрии δ_a, как показано на рис. 2, в то время как расположение пика определяется в основном частотой Раби Ω_R и слабо зависит от значения параметра δ_a, что видно на рис. 3 и 4.

В реальном эксперименте оба параметра δ_a и Ω_R могут быть либо изменяемы одновременно путем изменения амплитуды возбуждающего поля, либо по отдельности, например путем изменения дополнительно значения параметра нарушения симметрии δ_a посредством внешнего электростатического поля. В нерезонансном случае $\omega_f \neq \omega_0$ структура триплета в области высоких частот изменяется и по мере увеличения рассогласования частот Δ трансформируется в структуру, состоящую из двух высоких боковых пиков и более низкого центрального пика, расположенного на частоте внешнего поля ω_f,

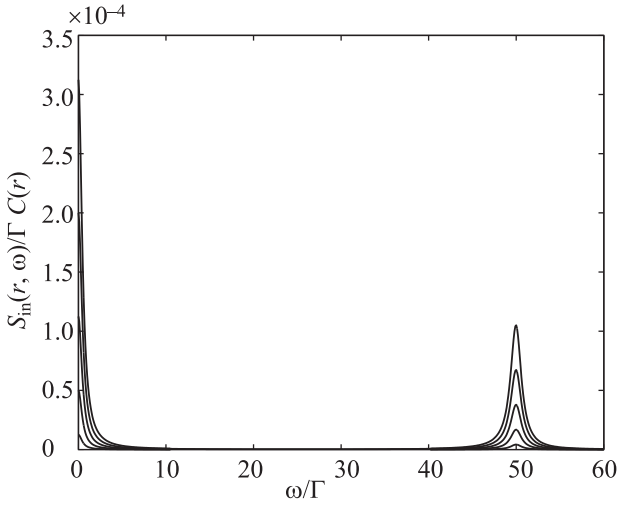

Рис. 2. Спектральные пики в окрестности частоты $\omega = \Omega_R$ для различных значений δ_a. $\Gamma = 1$, $\omega_f = \omega_0 = 5000$, $\Omega_R = 50$, $\delta_a = 50:50:250$

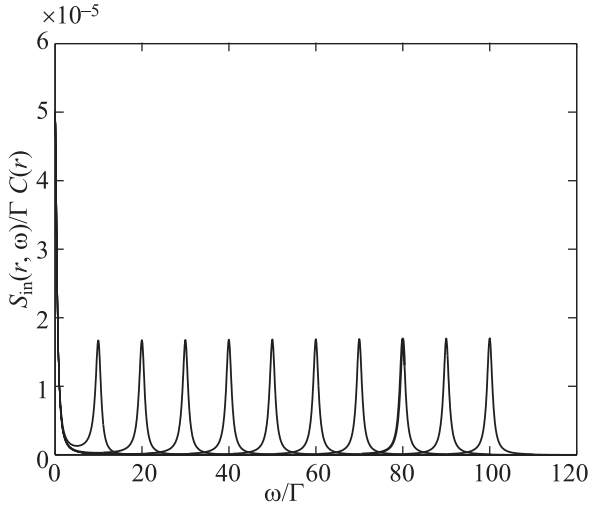

Рис. 3. Спектральные пики в окрестности частоты $\omega = \Omega_R$ для различных значений Ω_R. $\Gamma = 1$, $\omega_f = \omega_0 = 5000$, $\Omega_R = 10:10:100$, $\delta_a = 50$

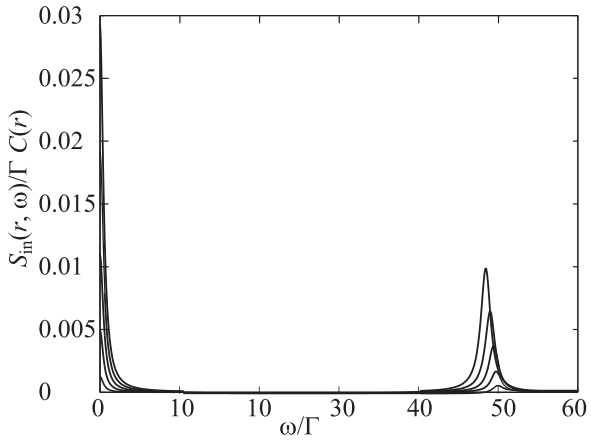

Рис. 4. Смещение спектрального пика к частоте $\omega = 0$, обусловленное увеличением δ_a. $\Gamma = 1$, $\omega_f = \omega_0 = 5000$, $\Omega_R = 50$, $\delta_a = 500:500:2500$

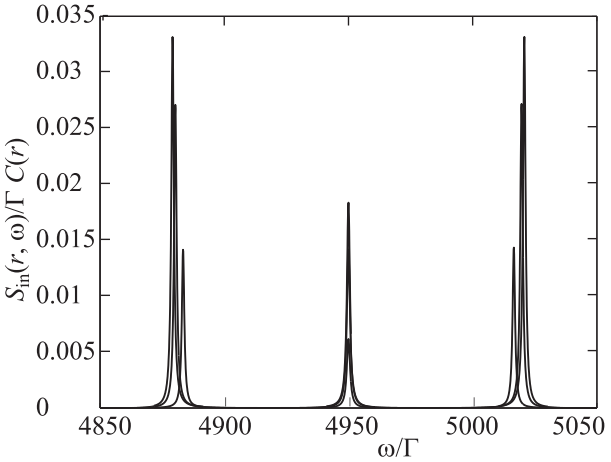

Рис. 5. Спектр Mollow в нерезонансном случае $\omega_0 \neq \omega_f$. $\Gamma = 1$, $\omega_f = 4950$, $\omega_0 = 5000$, $\Omega_R = 50$, $\delta_a = 0 : 2500 : 5000$

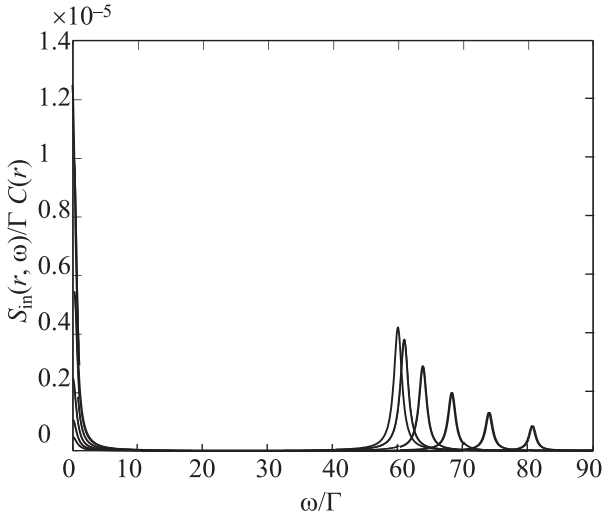

Рис. 6. Низкочастотный спектральный пик в зависимости от расстройки частот внешнего поля и атомного перехода $\Delta = \omega_0 - \omega_f$. $\Gamma = 1$, $\Delta = -50 : 10 : 50$, $\omega_0 = 5000$, $\Omega_R = 50$, $\delta_a = 50$

как видно на рис. 5. При этом амплитуда всех трех пиков быстро уменьшается с ростом рассогласования частот. Как в резонансном, так и в нерезонансном случае высокочастотный спектр Mollow крайне слабо зависит от величины параметра δ_a. Амплитуда низкочастотного пика также быстро убывает с увеличением расстройки частот. При этом положение низкочастотного пика сдвигается вправо вне зависимости от знака расстройки частот Δ (рис. 6). Таким образом, эффект появления низкочастотного спектрального пика — по сути резонансный эффект.

7. Аналитические результаты

Можно показать аналитически, что отношение $\eta = \delta_a/\omega_f$ является фактически малым параметром, который и определяет интенсивность вышеописанных эффектов. Рассмотрим упрощенную чисто динамическую модель, в которой отсутствует взаимодействие атома с термостатом:

$$H_s(t) = H_0(S) - \cos(\omega_f t)\Big[\mathbf{Ed}_{eg}|e\rangle\langle g| + \mathbf{Ed}_{ge}|g\rangle\langle e| + \\ + \mathbf{Ed}_{ee}|e\rangle\langle e| + \mathbf{Ed}_{gg}|g\rangle\langle g|\Big]. \quad (59)$$

Тогда эволюция произвольного вектора состояния двухуровневого атома $|\Psi_s(t)\rangle$ описывается уравнением Шрёдингера

$$i\hbar\frac{\partial|\Psi_s(t)\rangle}{\partial t} = H_s(t)|\Psi_s(t)\rangle. \quad (60)$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$|\Psi_s(t)\rangle = C_e(t)|e\rangle + C_g(t)|g\rangle, \quad (61)$$

так что уравнение (60) сводится к системе уравнений для коэффициентов

$$i\hbar\frac{d}{dt}C_e(t) = \left(\frac{\hbar\omega_0}{2} - \mathbf{Ed}_{ee}\cos(\omega_f t)\right)C_e(t) - \\ - \mathbf{Ed}_{eg}\cos(\omega_f t)C_g(t), \quad (62)$$

$$i\hbar\frac{d}{dt}C_g(t) = \left(-\frac{\hbar\omega_0}{2} - \mathbf{Ed}_{gg}\cos(\omega_f t)\right)C_g(t) - \\ - \mathbf{Ed}_{ge}\cos(\omega_f t)C_e(t). \quad (63)$$

В новых переменных

$$\widetilde{C}_e(t) = C_e(t)\exp\left(i\frac{\omega_0 t}{2} - i\mathbf{Ed}_{ee}\frac{\sin(\omega_f t)}{\hbar\omega_f}\right), \quad (64)$$

$$\widetilde{C}_g(t) = C_g(t)\exp\left(-i\frac{\omega_0 t}{2} - i\mathbf{Ed}_{gg}\frac{\sin(\omega_f t)}{\hbar\omega_f}\right) \quad (65)$$

система уравнений (62), (63) имеет вид

$$\hbar\frac{d}{dt}\widetilde{C}_e(t) = i\mathbf{Ed}_{eg}\,e^{i\frac{\delta_a}{\omega_f}\sin(\omega_f t)}\cos(\omega_f t)\,e^{i\omega_0 t}\widetilde{C}_g(t), \quad (66)$$

$$\hbar\frac{d}{dt}\widetilde{C}_g(t) = i\mathbf{Ed}_{ge}\,e^{-i\frac{\delta_a}{\omega_f}\sin(\omega_f t)}\cos(\omega_f t)\,e^{-i\omega_0 t}\widetilde{C}_e(t). \quad (67)$$

В правой части этой системы уравнений можно осуществить разложение в ряд

$$e^{i\frac{\delta_a}{\omega_f}\sin(\omega_f t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k\left(\frac{\delta_a}{\omega_f}\right)\exp(ik\omega_f t), \quad (68)$$

где $J_k(x)$ — функция Бесселя первого рода. Как следствие, изменение во времени среднего значения произвольной переменной $\widehat{A}$ имеет вид

$$\langle\Psi_s(t)|\widehat{A}|\Psi_s(t)\rangle = |\widetilde{C}_e(t)|^2\langle e|\widehat{A}|e\rangle + |\widetilde{C}_g(t)|^2\langle g|\widehat{A}|g\rangle + \\ + \widetilde{C}_e^*(t)\widetilde{C}_g(t)\langle e|\widehat{A}|g\rangle\,e^{-i(\omega_0 t + \eta\sin(\omega_f t))} + \\ + \widetilde{C}_g^*(t)\widetilde{C}_e(t)\langle e|\widehat{A}|g\rangle\,e^{i(\omega_0 t + \eta\sin(\omega_f t))}. \quad (69)$$

Из уравнений (66), (67) и (69) видно, что отношение $\eta = \delta_a/\omega_f$ есть искомый параметр, который и определяет влияние диагональных матричных элементов дипольного момента на динамику системы без диссипации. Это обстоятельство объясняет слабое влияние нарушения симметрии квантовой системы на высокочастотный спектр Mollow при малых значениях этого параметра, т. е. именно для тех значений, каковые только и могут быть, по-видимому, реализованы на практике.

Заключение

Хотя с количественной точки зрения описанный выше эффект генерации терагерцевого излучения не выглядит впечатляюще в сопоставлении с причиной, его вызывающей, т. е. с интенсивностью возбуждающего поля, он, тем не менее, мог бы быть использован в практических целях. По крайней мере два подхода представляются осуществимыми в целях наблюдения этого эффекта. Первый из них заключается в использовании ридберговских атомов, помещенных во внешнее постоянное электростатическое поле для того, чтобы нарушить инверсионную симметрию и тем самым обеспечить выполнение условия $\delta_a \neq 0$. Известно, что ридберговские атомы имеют очень большой дипольный момент в присутствии внешнего электростатического поля, что делает их чрезвычайно восприимчивыми к изменениям характеристик этого поля.

Альтернативный подход предполагает конструирование и изготовление искусственной двухуровневой системы с требуемыми свойствами симметрии на основе твердотельных полупроводниковых структур, известных как квантовые точки, которые также часто называют «искусственные атомы» по причине схожести их оптических свойств с реальными атомами. Это подход выглядит более многообещающим с точки зрения последующих практических применений за пределами лаборатории с точки зрения микроминиатюризации, низкого энергопотребления, простоты управления и возможностей интеграции с различными оптическими и электронными компонентами. В обоих подходах лазеры оптического или инфракрасного диапазона могут служить источником внешнего возбуждающего монохроматического излучения.

Заметим, что использованный в настоящем исследовании подход допускает обобщение на случай взаимодействия двухуровневой системы с несколькими возбуждающими полями и одновременно со множеством термостатов различной природы, каждый из которых имеет собственную температуру.

Список литературы

1. *Scully M.O., Zubairy M.S.* Quantum Optics. Cambridge University Press, 1997.
2. *Agarwal G.S.* Quantum Optics / Ed. by G. Höhler. Springer Tracts in Modern Physics. **70**. Berlin: Springer, 1974.
3. *Glauber R.J.* Quantum Theory of Optical Coherence. Weinheim, KGaA: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co, 2007.
4. *Ficek Z., Freedhoff H.S.* // Phys. Rev. A. 1993. **48**. P. 3092.
5. *Ficek Z., Freedhoff H.S.* // Phys. Rev. A. 1996. **53**. P. 4275.
6. *Ficek Z., Seke J., Soldatov A.V., Adam G.* // Phys. Rev. A. 2001. **64**. P. 013813.
7. *Lax M.* // Phys. Rev. 1968. **172**. P. 350.
8. *Gardiner C.W.* Handbook of Stochastic Methods. Heidelberg: Springer, 1983.
9. *Carmichael H.* An Open Systems Approach to Quantum Optics. Lecture Notes in Physics. **18**. Berlin: Springer-Verlag, 1993.
10. *Mollow B.R.* // Phys. Rev. 1969. **188**. P. 1969.
11. *Schuda F., Stroud C.R. Jr., Hercher M.* // J. Phys. B. 1974. **7**. P. L198.
12. *Wu F.Y., Grove R.E., Ezekiel S.* // Phys. Rev. Lett. 1975. **35**. P. 1426.
13. *Hartig W., Rasmussen W., Schieder R., Walther W.* // Z. Phys. A. 1976. **278**. P. 205.

Fluorescence in a quantum system with violated symmetry

N. N. Bogolubov, Jr.[a], **A. V. Soldatov**[b]

V. A. Steklov Mathematical Institute, Russian Academy of Sciences. 8 Gubkina str, Moscow 119991, Russia. E-mail: [a] *nikolai_bogolubov@hotmail.com,* [b] *soldatov@mi.ras.ru.*

The model of a single multilevel one-electron atom with violated symmetry such that its transition dipole-moment operator has constant diagonal matrix elements, among which not all are pairwise equal to each other, has been studied. It has been shown that the expression for the far electromagnetic field of such an atom does not contain any appreciable contributions from the diagonal matrix elements of the transition dipole moment in an explicit form; thus, these matrix elements have an effect on fluorescence via the time dependence of non-diagonal matrix elements due to quantum non-linear processes of higher orders. It has also been demonstrated that a two-level quantum system, whose transition dipole operator has constant unequal diagonal matrix elements, can continuously fluoresce under excitation with monochromatic laser radiation at a much lower frequency than the frequency of the exciting radiation. The possibility of the experimental detection and practical application of this effect are discussed.

Keywords: terahertz range, radiation frequency conversion, two-level atom, Rydberg atom, quantum dot, violated symmetry.

PACS: 42.50.–p, 42.50.Hz, 42.65.Ky, 42.79.Nv.

Received 8 June 2017.

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2018. **72**, No. 2. Pp. 154–161.

Сведения об авторах

1. Боголюбов Николай Николаевич (мл.) — доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН, профессор, гл. науч. сотрудник; тел.: (499) 941-01-73, e-mail: nikolai_bogolubov@hotmail.com, bogolubv@mi.ras.ru.
2. Солдатов Андрей Владимирович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, доцент; тел.: (499) 941-03-63, e-mail: soldatov@mi.ras.ru.