РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

Пространственная автокорреляция уровня амплитуды радиосигнала при наклонном распространении в ионосфере

Л. И. Приходько[1,a], А. Г. Вологдин[1], И. А. Широков[2,b]

[1] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики атмосферы. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

[2] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 52.*

E-mail: [a] *prikhodko@mail.ru,* [b] *ivanshirokov@inbox.ru*

Статья поступила 28.05.2017, подписана в печать 02.10.2017.

Рассмотрены флуктуации уровня амплитуды волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде с регулярной рефракцией. Для параболической модели регулярного ионосферного слоя получены аналитические выражения для дисперсий и функций корреляции амплитуды в самом слое и на выходе из него. Особое внимание уделено исследованию области отражения, где нарушаются условия применимости метода геометрической оптики. Результаты численно проанализированы для различных условий ионосферного зондирования.

Ключевые слова: ионосферный слой, случайные неоднородности, флуктуации амплитуды, приближение геометрической оптики.

УДК: 537.86:519.2; 537.876.23:551.510; 550.3. PACS: 02.50.Ey, 41.20.Jb, 42.25.Dd.

Введение

Распространение волн различной физической природы в случайно-неоднородных средах остается актуальной задачей, вызывающей большой интерес исследователей [1–6]. К числу таких задач относится распространение коротких радиоволн в ионосфере Земли, при этом основным инструментом для описания этого процесса является лучевая теория (метод геометрической оптики) [7]. В этом приближении имеют место два основных соотношения: уравнение эйконала и уравнение переноса, и при использовании этого метода можно перейти от волновой к лучевой трактовке. Кроме того, если найдена траектория луча в неоднородной среде, то уравнения эйконала и переноса могут быть проинтегрированы вдоль этих траекторий. Поскольку при дистанционном зондировании ионосферы информативными параметрами являются амплитуда, фаза, углы прихода, доплеровская частота радиосигнала, то важно знать их статистические свойства. В работе авторов [8] рассмотрены корреляционные свойства амплитуды волны, отраженной от ионосферного слоя с линейным профилем диэлектрической проницаемости, применимым при зондировании на частотах вдали от максимально применимой частоты. В настоящей работе исследуем статистические свойства флуктуаций амплитуды волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде с регулярной рефракцией, и используем модель параболического ионосферного слоя, общепринятую при описании зондирования на частотах, близких к максимально применимой частоте.

1. Решение уравнения переноса для флуктуационной компоненты амплитуды

Как известно [9], для простейшего случая скалярной монохроматической волны, распространяющейся в среде с неподвижными непрерывными неоднородностями, в методе геометрической оптики предполагается, что комплексная амплитуда скалярного поля u, удовлетворяющая уравнению Гельмгольца, в каждой точке приближенно имеет структуру плоской волны $u = A e^{ik\varphi}$, амплитуда которой описывается уравнением переноса

$$2\nabla A \nabla\varphi + A\Delta\varphi = 0.$$

Здесь φ — эйконал, который представляет собой фазовый путь волны, k — волновое число. Как принято в методе геометрической оптики, вместо амплитуды A введем уровень амплитуды $\chi = \ln(A/A_0)$; здесь A_0 — амплитуда «невозмущенной» волны, т. е. амплитуда волны при отсутствии флуктуаций в среде. Из уравнения переноса следует, что уровень χ подчиняется уравнению

$$2\nabla\varphi\nabla\chi + \Delta\varphi = 0.$$

Пусть диэлектрическая проницаемость неоднородного плоскослоистого слоя имеет вид $\varepsilon(\mathbf{r}) = \overline{\varepsilon}(z) + \varepsilon_1(\mathbf{r})$, где $\overline{\varepsilon}(z)$ и $\varepsilon_1(\mathbf{r})$ — регулярная и случайная составляющие, причем случайная составляющая мала по сравнению с регулярной, т. е. выполняется соотношение $\sqrt{\sigma_\varepsilon^2} \ll \overline{\varepsilon}$, σ_ε^2 — дисперсия флуктуаций диэлектрической проницаемости. Представим φ, χ в виде рядов по малому параметру ε_1 и ограничимся первым приближением теории

возмущений

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1, \quad \chi = \chi_0 + \chi_1,$$

где φ_0, χ_0 — невозмущенные значения эйконала и уровня. Тогда для флуктуационной компоненты уровня χ_1 можно получить уравнение [9]

$$2\nabla\varphi_0\nabla\chi_1 + 2\nabla\chi_0\nabla\varphi_1 + \Delta\varphi_1 = 0. \qquad (1)$$

При этом в (1) учтено, что невозмущенное значение уровня есть решение уравнения

$$2\nabla\varphi_0\nabla\chi_0 + \Delta\varphi_0 = 0. \qquad (2)$$

Используя соотношение

$$2\nabla\varphi_0\nabla\chi_1 = 2\sqrt{\bar{\varepsilon}}\mathbf{S}_0\nabla\chi_1 = 2\sqrt{\bar{\varepsilon}}\frac{d\chi_1}{d\sigma},$$

где $\mathbf{S}_0 = d\mathbf{r}_0/d\sigma$ — единичный вектор, касательный к невозмущенному лучу, решение (1) можно представить в виде

$$\chi_1 = -\frac{1}{2}\int\limits_{\Sigma}(2\nabla\chi_0\nabla\varphi_1 + \Delta\varphi_1)\bar{\varepsilon}^{-1/2}\,d\sigma. \qquad (3)$$

Интегрирование здесь ведется вдоль невозмущенной траектории луча Σ ($d\sigma$ — элемент длины луча). Таким образом, если известна траектория невозмущенного луча, то уравнение переноса может быть проинтегрировано вдоль нее.

Для параболической модели регулярного плоскослоистого ионосферного слоя зависимость $\bar{\varepsilon}$ от высоты z имеет вид

$$\bar{\varepsilon}(z) = 1 - \frac{2}{p_0^2}\frac{z}{z_m} + \frac{1}{p_0^2}\left(\frac{z}{z_m}\right)^2, \quad 0 \leqslant z \leqslant 2z_m,$$

где z_m — высота максимума электронной концентрации N_m (полутолщина слоя), $p_0 = f/f_{\text{cr}}$, f_{cr} — критическая частота. Если плоскость распространения луча ($x0z$), а угол падения θ_0, то после введения переменной $t = \mp\sqrt{\bar{\varepsilon}(z) - \sin^2\theta_0}/\cos\theta_0$, $t \in [-1; +1]$ (по аналогии с моделью линейного слоя [8]), для уравнения траектории луча в параметрической форме можно найти

$$x(t) = x_{\text{in}} + z_m \operatorname{tg}\theta_0 p \ln\left(\sqrt{1 - p^2(1-t^2)} - pt\Big/(1-p)\right),$$

$$z(t) = z_m\left(1 - \sqrt{1 - p^2(1-t^2)}\right). \qquad (4)$$

Здесь x_{in} — точка входа луча в среду при $z = 0$ ($t = -1$), $p = p_0\cos\theta_0 = f/f_{\max}$, $f_{\max}$ — максимально применимая частота. Далее запишем выражение $\bar{\varepsilon}(z)$ в параметрической форме и учтем соотношение

$$\frac{d\sigma}{\sqrt{\bar{\varepsilon}}} = \frac{z_m p^2}{\cos\theta_0\sqrt{1 - p^2(1-t^2)}}\,dt.$$

Тогда для флуктуаций уровня амплитуды сигнала в параболическом слое вместо (3) получим следующее выражение (для восходящей траектории луча):

$$\chi_1 = -\frac{z_m p^2}{2\cos\theta_0}\int\limits_{-1}^{-t_T}\frac{2\nabla\chi_0\nabla\varphi_1 + \Delta\varphi_1}{\sqrt{1 - p^2(1-t^2)}}\,dt. \qquad (5)$$

Здесь t_T — текущее значение параметра t (соответствующее произвольной высоте z).

Используем далее решение уравнения (2) для функции χ_0 в приближении геометрической оптики [10, 11] и решение уравнения для флуктуаций эйконала φ_1 в первом порядке теории возмущений [12]. Тогда с помощью интегрирования в (5) по частям получим аналитические выражения для флуктуаций уровня амплитуды волны в параболическом ионосферном слое на высоте z восходящей траектории луча, которой соответствует параметр $t = -t_T$:

$$\chi_1 = \frac{z_m p^2}{4\cos^2\theta_0}\int\limits_{-1}^{-t_T}\left(\frac{1}{t_T} - \frac{1}{t_1}\right)\frac{\partial\varepsilon_1\left[x(t_1), y, z(t_1)\right]}{\partial z}\times$$
$$\times\frac{dt_1}{\sqrt{1 - p^2(1-t_1^2)}} -$$
$$-\frac{z_m^2 p^3}{2\cos\theta_0}\int\limits_{-1}^{-t_T}\ln\frac{\sqrt{1 - p^2(1-t_T^2)} + pt_T}{\sqrt{1 - p^2(1-t_1^2)} + pt_1}\times$$
$$\times\Delta\varepsilon_1\left[x(t_1), y, z(t_1)\right]\frac{dt_1}{\sqrt{1 - p^2(1-t_1^2)}}. \qquad (6)$$

Аналогичное соотношение можно записать для нисходящей ветви траектории луча. Из полученных выражений видно, что флуктуации уровня амплитуды возрастают при стремлении $t_T \to 0$, т. е. при приближении z к точке поворота луча (к области отражения). Таким образом, применимость этих соотношений вблизи точки поворота луча требует более тщательного анализа, который в дальнейшем проведем численно.

2. Пространственная автокорреляция уровня амплитуды

Исходя из соотношения (6), найдем пространственную функцию автокорреляции χ_1 на уровне z, представив ее в виде трех членов:

$$B_\chi(x_1, x_2, y_1, y_2, z) = B_{11} + B_{12} + B_{22}.$$

Выпишем эти выражения для восходящей траектории, предполагая пространственную статистическую однородность случайного поля диэлектрической проницаемости ε_1:

$$B_{11} = \frac{z_m^2 p^4 \sigma_\varepsilon^2}{16\cos^2\theta_0}\int\limits_{-1}^{-t_T}\left(\frac{t_T - t_1}{t_1}\right)\frac{dt_1}{\sqrt{1 - p^2(1-t_1^2)}}\times$$
$$\times\int\limits_{-1}^{-t_T}\left(\frac{t_T - t_2}{t_2}\right)\frac{\partial^2 R_\varepsilon[x(t_2) - x(t_1);\, y_2 - y_1;\, z(t_2) - z(t_1)]}{\partial z_1\partial z_2}\times$$
$$\times\frac{dt_2}{\sqrt{1 - p^2(1-t_2^2)}},$$

$$B_{22} = \left(\frac{z_m p^2}{2\cos^2\theta_0}\right)^4\frac{\sigma_\varepsilon^2}{p^2}\times$$

$$\int_{-1}^{-t_T} \ln \frac{pt_T + \sqrt{1-p^2(1-t_T^2)}}{pt_1 + \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \frac{dt_1}{\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \times$$
$$\times \int_{-1}^{-t_T} \ln \frac{pt_T + \sqrt{1-p^2(1-t_T^2)}}{pt_2 + \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \times$$
$$\times \Delta_1 \Delta_2 R_\varepsilon [x(t_2) - x(t_1);\ y_2 - y_1;\ z(t_2) - z(t_1)] \times$$
$$\times \frac{dt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}}. \quad (7)$$

Здесь точки $(x(t_2), y_2, z(t_2))$ и $(x(t_1), y_1, z(t_1))$ лежат на невозмущенных лучах, приходящих в точки наблюдения, R_ε — пространственный коэффициент автокорреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости, Δ_1 и Δ_2 — операторы Лапласа по переменным $(x(t_2), y_2, z(t_2))$ и $(x(t_1), y_1, z(t_1))$. В (7) учтено, что дисперсия диэлектрической проницаемости σ_ε^2 постоянна по высоте. Выражение для перекрестного члена B_{12} выписывать не будем ввиду его малости по сравнению с двумя оставленными.

Положим далее, что функция автокорреляции случайного поля диэлектрической проницаемости имеет вид гауссоиды с характерным масштабом a, а неоднородности изотропны. Тогда, опуская громоздкие выкладки, связанные с вычислением дифференциальных операторов под знаком интегралов и необходимыми преобразованиями, для пространственной функции автокорреляции уровня амплитуды плоской волны в параболическом слое на высоте z от начала слоя найдем

$$B_\chi(\rho, \eta, z) = \frac{1}{8} M t_T^{-2} (z_m/a)^{-2} \times$$
$$\times \int_{-1}^{-t_T} \frac{t_T - t_1}{t_1} \frac{dt_1}{\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \times$$
$$\times \int_{-1}^{-t_T} \frac{t_T - t_2}{t_2} \times \left[1 - 2\left(\frac{z_m}{a}\right)^2 f_2^2\right] \frac{\exp(-r^2/a^2)dt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} +$$
$$+ \frac{1}{4} p^4 M \int_{-1}^{-t_T} \ln \frac{pt_T + \sqrt{1-p^2(1-t_T^2)}}{pt_1 + \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \frac{dt_1}{\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \times$$
$$\times \int_{-1}^{-t_T} \ln \frac{pt_T + \sqrt{1-p^2(1-t_T^2)}}{pt_2 + \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \left[15 - 20\frac{r^2}{a^2} + 4\left(\frac{r^2}{a^2}\right)^2\right] \times$$
$$\times \frac{\exp(-r^2/a^2)dt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}}. \quad (8)$$

Здесь $r^2/a^2 = (\rho/a + z_m f_1/a)^2 + \eta^2/a^2 + (z_m f_2/a)^2$, $M = (z_m/a)^4 \times \langle N_1^2 \rangle / N_m^2$,

$$f_1 = p \operatorname{tg} \theta_0 \ln \left[\left(\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}\right)\left(\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}\right)^{-1}\right],$$

$$f_2 = \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)} - \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)},$$

ρ, η — расстояние между точками наблюдения по осям x, y соответственно; r — расстояние между двумя точками двух траекторий, описываемых (4), а также использовано соотношение $\sigma_\varepsilon^2 = \langle \varepsilon_1^2 \rangle = \cos^2\theta_0 / p^4 (\langle N_1^2 \rangle / N_m^2)$; $\langle N_1^2 \rangle$ — дисперсия флуктуаций электронной концентрации в ионосферном слое.

3. Численный анализ полученных решений

Дальнейший анализ полученных аналитических решений для автокорреляционной функции (8) и дисперсии уровня амплитуды волны σ_χ^2 проведем численно для разных высот z, определяемых переменной $t \equiv t_T$ как внутри слоя, так и на выходе из него $(t = 1)$ для различных условий ионосферного зондирования. Типичные значения параметров слоя F_2 (полутолщина слоя, характерный размер случайных неоднородностей, частота зондирования, максимальное значение электронной концентрации, дисперсия флуктуаций электронной концентрации, угол падения на слой), используемые нами при численных расчетах, приведены в известных монографиях [13, 14].

На рис. 1 представлены зависимости дисперсий уровня, нормированных на величину $M = (z_m/a)^4 \cdot \langle N_1^2 \rangle / N_m^2$, для разных частот зондирования (параметра p) от высоты z (параметра t) для восходящей ветви траектории луча в параболическом слое ионосферы с характерными параметрами: $z_m = 100$ км, $a = 5$ км; угол падения $\theta_0 = 45°$.

С увеличением высоты z относительная дисперсия уровня возрастает, причем это возрастание усиливается вблизи области отражения $t \to 0$. При этом интенсивность флуктуаций уровня на всех высотах возрастает с увеличением частоты зондирования.

Поведение флуктуаций уровня амплитуды вблизи области отражения представляет большой практический интерес. Как отмечено в работе [7], интенсивность поля на каустиках (в областях поворота

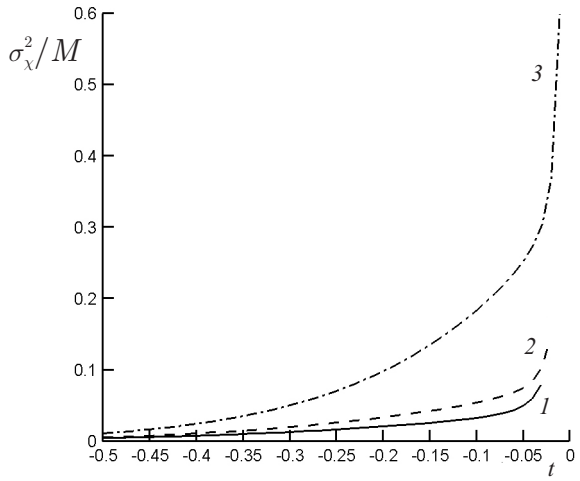

Рис. 1. Зависимость относительных дисперсий уровня амплитуды от высоты в слое: $z_0 = 100$ км; $a = 5$ км; $\theta_0 = 45°$. Для кривых *1–3* $p = 0.7,\ 0.8,\ 0.95$

лучей) формально (в лучевом приближении) обращается в бесконечность; однако реальная интенсивность поля в этих областях конечна, но существенно возрастает. В рассматриваемой нами задаче для определения влияния этой области на интенсивность флуктуаций уровня численно оценивался вклад отдельных членов, входящих в (8), в суммарную относительную дисперсию σ_χ^2/M, на разных высотах. Анализ показал, что влияние члена B_{11} на величину суммарной дисперсии уровня становится существенным лишь вблизи узкой области $t \approx t_{\min}$ $\left(\text{соответствующая высота } z_{\max} = z_m\left(1-\sqrt{1-p^2\left(1-t_{\min}^2\right)}\right)\right)$, когда этот член неограниченно возрастает, а приближение геометрической оптики становится неприменимым. При определении высоты $z_{\max}$, до которой справедливы полученные решения, нами использовался критерий, который соответствует равенству членов $B_{11}(0,0,z_{\max})$ и $B_{22}(0,0,z_{\max})$ на этой высоте. Заметим, что первый из указанных членов имеет в нуле (при $t=0$) логарифмическую расходимость. Исключив из рассмотрения эту узкую область вблизи области отражения, можно найти автокорреляционную функцию и дисперсию уровня амплитуды плоской волны на выходе из ионосферного слоя. С учетом сказанного это выражение можно представить в следующем виде:

$$B(\rho,\eta,z{=}0) = B(\rho,\eta,z{=}z_{\max}) + \\ + \frac{1}{8}Mt_T^{-2}(z_m/a)^{-2}\int\limits_{t_{\min}}^{1}\frac{1-t_1}{t_1}\frac{dt_1}{\sqrt{1-p^2\left(1-t_1^2\right)}}\times \\ \times\int\limits_{t_{\min}}^{1}\frac{1-t_2}{t_2}\left[1-2\left(\frac{z_m}{a}\right)^2 f_2^2\right]\frac{\exp\left(-r^2/a^2\right)dt_2}{\sqrt{1-p^2\left(1-t_2^2\right)}} + \\ + \frac{1}{4}p^4M\int\limits_{t_{\min}}^{1}\ln\frac{p+1}{pt_1+\sqrt{1-p^2\left(1-t_1^2\right)}}\cdot\frac{dt_1}{\sqrt{1-p^2\left(1-t_1^2\right)}}\times \\ \times\int\limits_{t_{\min}}^{1}\ln\frac{p+1}{pt_2+\sqrt{1-p^2\left(1-t_2^2\right)}}\left[15-20\frac{r^2}{a^2}+4\left(\frac{r^2}{a^2}\right)^2\right]\times \\ \times\frac{\exp\left(-r^2/a^2\right)dt_2}{\sqrt{1-p^2\left(1-t_2^2\right)}}. \quad (9)$$

С использованием полученных выражений были вычислены дисперсии уровня амплитуды на выходе из ионосферного слоя, нормированные на величину M. Результаты численного расчета представлены на рис. 2, где изображены зависимости σ_χ^2/M от параметра p при разных углах падения волны на слой и масштабах случайных неоднородностей. Кривые *1–3* соответствуют углу падения $\theta_0 = 45°$ и масштабам $a = 10$; 5; 2.5 км соответственно; кривые *4–6* — углу $\theta_0 = 20°$ и тем же масштабам a. Как видно из рисунка, при увеличении частоты зондирования дисперсия уровня монотонно

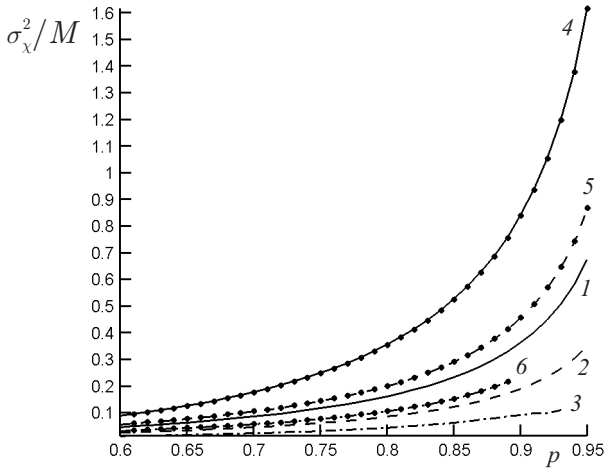

Рис. 2. Зависимость относительных дисперсий уровня амплитуды от частоты на выходе из слоя. Для кривых *1–3* $\theta_0 = 45°$; $a = 10$, 5, 2.5 км. Для кривых *4–6* $\theta_0 = 20°$

возрастает при всех приведенных углах θ_0 и масштабах a. В то же время при фиксированных значениях частоты зондирования и угла падения интенсивность флуктуаций уровня амплитуды возрастает при уменьшении размера неоднородностей. Это означает, что амплитудные флуктуации обусловлены в основном мелкомасштабной частью спектра диэлектрической проницаемости ε_1, как отмечалось в [9] при рассмотрении рассеяния в однородной в среднем среде.

Как уже было отмечено при определении высоты $z_{\max}$, критерий, использованный при ее нахождении, позволяет определить влияние параметров слоя на величину $t_{\min}$. На рис. 3 изображены зависимости $t_{\min}$ от частоты зондирования для кривых рис. 2.

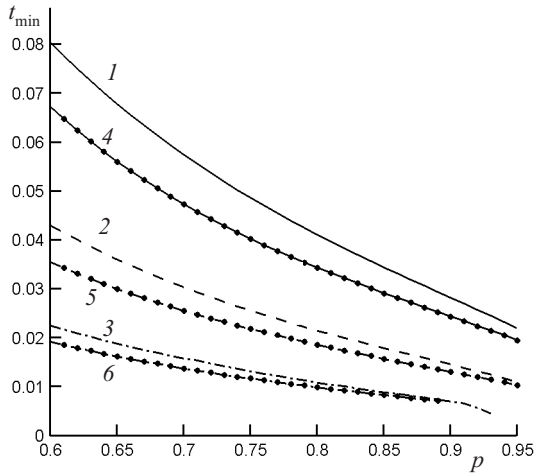

Рис. 3. Зависимости параметра $t_{\min}$ от частоты зондирования для кривых рис. 2

В связи с вышеизложенным отметим работу [15], в которой решение волнового уравнения при распространении плоских волн в плоскослоистой среде представлено в виде бегущих волн всюду в среде, включая область отражения. Вблизи области

отражения полученные решения описывают бегущие падающие и отраженные волны, амплитуды которых всюду конечны. В работе сделан вывод, что всюду в среде (а не только в области, в которой справедливо приближение геометрической оптики) можно однозначно представить поле в виде совокупности падающей и отраженной волн. При этом отмечается, что траектория нормали к фазовому фронту волны (для изотропной среды — траектория луча), совпадающая с траекторией вектора Умова–Пойнтинга, полученная на основе точного решения уравнения Гельмгольца, лишь в узкой области вблизи области отражения отличается от траектории луча в приближении геометрической оптики. Исключение из рассмотрения этой узкой области вблизи области отражения при нахождении корреляционных свойств уровня амплитуды волны на выходе из слоя свидетельствует о правомерности использованного нами геометрооптического приближения.

На рис. 4, 5 представлена структура коэффициентов автокорреляции уровня амплитуды волны внутри слоя на уровне $t = t_{\min}$ и на выходе из параболического слоя $t = 1$, когда точки наблюдения

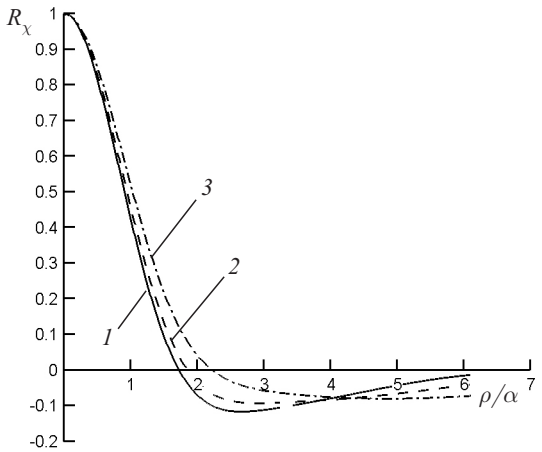

Рис. 4. Коэффициенты автокорреляции уровня амплитуды по оси x вблизи $t = -t_{\min}$. Для кривых *1–3* $p = 0.7,\ 0.8,\ 0.95$

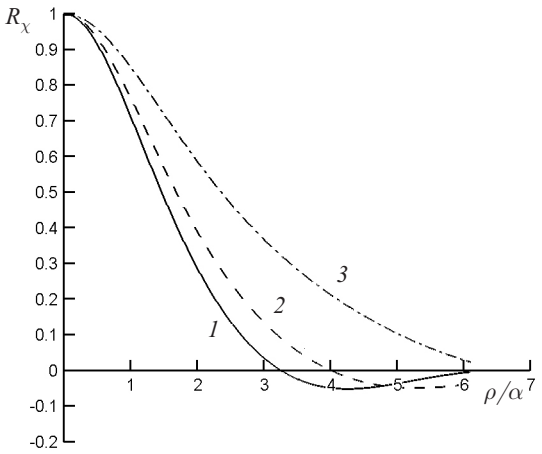

Рис. 5. Коэффициенты автокорреляции уровня амплитуды по оси x на выходе из слоя. Для кривых *1–3* $p = 0.7,\ 0.8,\ 0.95$

разнесены по оси x в плоскости падения. Кривые построены для угла падения $\theta_0 = 45°$, полутолщины $z_m = 100$ км, масштаба неоднородностей $a = 5$ км и разных частот зондирования: кривым *1–3* соответствуют параметры $p = 0.7;\ 0.8;\ 0.95$. Видно, что с увеличением p все кривые уширяются, а радиус корреляции ρ_k/a, который можно определить, например, по координате, при которой коэффициент автокорреляции обращается в нуль, увеличивается. При этом увеличение радиуса корреляции для всех кривых на выходе из слоя существенно больше, чем внутри слоя.

Если точки наблюдения разнесены по оси y (перпендикулярно плоскости падения) пространственный коэффициент автокорреляции уровня практически не зависит от параметров траектории луча в слое, а радиус корреляции $\eta_k \approx a$.

Таким образом, полученные различия пространственных коэффициентов и радиусов автокорреляции уровня амплитуды в плоскости падения и в плоскости, перпендикулярной ей, свидетельствуют о том, что при рассеянии на изотропных неоднородностях диэлектрической проницаемости среды регулярная рефракция приводит к анизотропии флуктуаций амплитуды. При этом степень анизотропии зависит от частоты зондирования, размера случайных неоднородностей и угла падения волны на слой.

Заметим, что полученные аналитические решения (8), (9) и их численный анализ ограничены известными условиями применимости геометрической оптики [10, 11] при нахождении невозмущенного уровня амплитуды χ_0 (или амплитуды невозмущенной волны A_0).

Список литературы

1. *Tinin M.V., Kim B.C., Kolesnik S.N.* // Waves in Random and Complex Media. 2005. **15**. P. 61.
2. *Manning R.M.* // Waves in Random and Complex Media. 2005. **15**. P. 405.
3. *Kravtsov Yu.A., Kasliar A., Shapiro S.A.* et al. // Waves in Random and Complex Media. 2005. **15**. P. 43.
4. *Fayar P., Field T.R.* // Waves in Random and Complex Media. 2011. **21**, N 1. P. 80.
5. *Bass F.G.* // Waves in Random and Complex Media. 2010. **20**, N 2. P. 251.
6. *Zabotin N.A., Wright J.W.* // Radio Science. 2004. **39**. RS3002.
7. *Лукин Д.С., Палкин Е.А., Ипатов Е.Б.* и др. // Труды XXV Открытой научной конференции «Распространение радиоволн». РРВ-25. Томск, 2016. **1**. С. 40.
8. *Вологдин А.Г., Приходько Л.И., Широков И.А.* // РЭ. 2010. **55**, № 8. С. 930. (*Vologdin A.G., Prikhodko L.I., Shirokov I.A.* // J. of Commun. Technol. and Electronics. 2010. **55**, N 8. P. 870.)
9. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
10. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1990.

11. *Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
12. *Вологдин А.Г., Власова О.К., Приходько Л.И.* // РЭ. 2007. **52**, №10. С. 1194. (*Vologdin A.G., Vlasova O.K., Prikhodko L.I.* // J. of Commun. Technol. and Electronics. 2007. **52**, N 10. P. 1100.)
13. *Дэвис К.* Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973.
14. *Альперт Я.Л.* Распространение радиоволн и ионосфера. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
15. *Виноградова М.Б., Гусев В.Д.* // РЭ. 1974. **19**, № 3. С. 481.

Spatial autocorrelation of the level of radio signal amplitude at oblique propagation in the ionosphere

L. I. Prikhodko[1,a], **A. G. Vologdin**[1], **I. A. Shirokov**[2,b]

[1] *Department of Physics of Atmosphere, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.*
[2] *Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.*
E-mail: [a] *prikhodko@mail.ru,* [b] *ivanshirokov@inbox.ru.*

Fluctuations of the amplitude level of a wave that propagates through a randomly inhomogeneous medium with regular reflection are considered. Analytical expressions for dispersion and amplitude correlation functions are derived in the parabolic model of a regular ionospheric layer inside the layer and at the exit from it. Special attention is paid to the study of the reflection area, where the conditions for the applicability of the geometric-optics method are violated. The results are analyzed numerically for ionospheric sounding under different conditions.

Keywords: ionospheric layer, random inhomogeneities, amplitude fluctuations, geometrical-optics approximation.
PACS: 02.50.Ey, 41.20.Jb, 42.25.Dd.
Received 28 May 2017.

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2018. **72**, No. 2. Pp. 187–192.

Сведения об авторах

1. Приходько Лидия Ивановна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-32-52, e-mail: l.prikhodko@mail.ru.
2. Вологдин Александр Георгиевич — канд. физ.-мат. наук, доцент.
3. Широков Иван Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: ivanshirokov@inbox.ru.