Влияние параметра Маккамбера на параметрическое усиление высокочастотного излучения контактами Джозефсона

В. Ч. Жуковский^{1,*a*}, О. Д. Позднякова², В. Д. Кревчик³, М. Б. Семенов³, А. В. Шорохов^{2,*b*}

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,

кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

² Национальный исследовательский Мордовский государственный университет,

Институт физики и химии, кафедра теоретической физики.

Россия, 430005, Саранск, ул. Большевисткая, д. 68.

³ Пензенский государственный университет, факультет приборостроения, информационных

технологий и электроники, кафедра физики. Россия, 440026, Пенза, ул. Красная, д. 40, ПГУ.

E-mail: ^avlchzh@gmail.com, ^balex.shorokhov@mail.ru

Статья поступила 12.06.2017, подписана в печать 26.06.2017.

В рамках резистивной модели изучено влияние внутренней емкости контакта Джозефсона на параметрическое усиление внешнего высокочастотного излучения контактами Джозефсона. Выяснено влияние параметра Маккамбера на параметрическое усиление. Показана возможность возникновения дополнительных областей усиления вблизи субгармонических ступенек Шапиро для контактов с внутренней емкостью.

Ключевые слова: контакт Джозефсона, резистивная модель, параметрическое усиление, параметр Маккамбера.

УДК: 538.945. PACS: 74.50.+r, 74.81.Fa.

Введение

Хорошо известно, что, если ток через джозефсоновский контакт превышает некоторое критическое значение, обусловленное свойствами самого контакта, на контакте возникает разность потенциалов V и контакт начинает излучать высокочастотное электромагнитное излучение с джозефсоновской частотой $\omega_J = 2eV/\hbar$ (нестационарный эффект Джозефсона [1]). Однако возможно создать условия, при которых собственная джозефсоновская генерация выступает в качестве поля накачки, а сигнал наблюдается и на частоте, не совпадающей с собственной джозефсоновской частотой. Такое параметрическое усиление может обладать тем преимуществом, что позволяет сдвинуть генерируемый сигнал в другой частотный диапазон, в частности в область терагерцевых частот.

Как правило, для анализа подобных явлений вблизи критической температуры используется достаточно простая резистивная модель [2, 3], в рамках которой джозефсоновский контакт может быть представлен в виде параллельно соединенных идеального джозефсоновского контакта, через который течет только бездиссипативный ток куперовских пар, и резистивного элемента с активным сопротивлением, через который течет диссипативный ток одиночных электронов проводимости (нормальный ток). Для учета внутренней емкости контакта в резистивной модели в эквивалентную схему перехода добавляют также конденсатор. Для некоторых типов джозефсоновских контактов (например, для точечных контактов) емкостью контактов можно пренебречь.

В рамках резистивной модели и с помощью теории возмущений в [4-8], а также с использованием численных методов [9] было показано, что во внешнем переменном поле действительная часть импеданса контакта может принимать отрицательные значения при частотах джозефсоновской генерации, близких к частоте внешнего излучения, причем частота внешнего сигнала должна быть больше частоты собственной джозефсоновской генерации. Однако в работе [6] показано, что при достаточно большой внутренней емкости контакта действительная часть импеданса может принимать отрицательные значения, напротив, при частотах внешнего сигнала, меньших частоты джозефсоновской генерации. В [4, 5] в слабосигнальном приближении было показано, что аномальное поведение импеданса контакта Джозефсона обусловлено поведением индуктивности контакта. Аномальное поведение импеданса и связанное с ним параметрическое усиление экспериментально наблюдалось в [10] и [11]. Благодаря параметрическому взаимодействию джозефсоновского и внешнего ВЧ-излучения на контакте, частоту усиливаемого сигнала можно сдвинуть, в том числе и в терагерцевый диапазон. Целью настоящей работы является рассмотрение влияния внутренней емкости контактов Джозефсона на параметрическое усиление внешнего высокочастотного излучения.

Отметим, что мощность параметрического (неджозефсоновского) излучения одиночным джо-

зефсоновским контактом очень мала (порядка нескольких нановатт). В связи с этим большой интерес представляют массивы синхронизированных контактов Джозефсона, способных излучать когерентно. Мощность параметрического излучения, полученная с помощью больших массивов джозефсоновских контактов, может достигать нескольких микроватт [12, 13]. В связи с этим в настоящей работе мы проанализировали и особенности параметрического усиления высокочастотного излучения массивами контактов Джозефсона с учетом их внутренней емкости.

1. Одиночный контакт Джозефсона

Рассмотрим контакт Джозефсона с конечной внутренней емкостью в режиме заданного тока (который часто реализуется в реальной экспериментальной ситуации), в рамках резистивной модели, при температуре, близкой к критической температуре контакта ($T \approx T_c$) [2]. Эквивалентная схема контакта изображена на рис. 1, *а*.



Рис. 1. а — Эквивалентная схема контакта Джозефсона с учетом внутренней емкости, б — одномерный массив контактов Джозефсона в резонаторе

Если приложить к контакту дополнительное слабое высокочастотное поле частотой $\omega_{\rm pr}$, то через контакт будет течь дополнительный переменный ток такой же частоты. В этом случае в рамках резистивной модели можно записать уравнение для разности фаз φ контактирующих сверхпроводников:

$$\beta_c \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} + \frac{d\varphi}{d\tau} + \sin(\varphi) = i_{\rm dc} + i_{\rm pr} \cos(\Omega_{\rm pr} \tau), \quad (1)$$

где $\tau = \omega_c t$, $\omega_c = \frac{2e}{\hbar} V_c$ — характерная частота контакта; $V_c = I_c R_J$ — характерное напряжение; I_c — критический ток; $i_{\rm dc} = \frac{I_{\rm dc}}{I_c}$ — нормированный постоянный ток; $i_{\rm pr} = \frac{I_{\rm pr}}{I_c}$ — амплитуда переменного тока в единицах I_c ; $\Omega_{\rm pr} = \frac{\omega_{\rm pr}}{\omega_c}$ — частота переменного тока; $\beta_c = \frac{2e}{\hbar} R_J^2 I_c C_J$ — параметр Маккамбера, учитывающий внутреннюю емкость контакта C_J [3].

Хорошо видно, что данное уравнение имеет вид уравнения движения маятника под действием вынуждающей силы и при наличии в системе трения. Проводя электромеханическую аналогию, можно сказать, что параметр Маккамбера играет в системе роль массы. Отметим, что учет емкости системы, т.е. ее инертных свойств, приводит к гистерезису ее вольт-амперной характеристики. Решив уравнение (1) численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка, найдем среднюю поглощенную мощность контакта на частоте внешнего пробного сигнала по формуле

$$\frac{P}{I_{\rm pr}V_c} = \left\langle \dot{\varphi}\cos(\Omega_{\rm pr}\tau) \right\rangle_{\tau}.$$
(2)

Величина *Р* пропорциональна действительной части импеданса контакта с точностью до постоянного множителя [9]. Графики зависимости средней поглощенной мощности от постоянного тока при различных значениях параметра Маккамбера представлены на рис. 2.



Рис. 2. Графики зависимости средней поглощенной мощности от постоянного тока для значений параметра Маккамбера $\beta_c = 0, 2, 3$ и при $\omega_{\rm pr} = 0.4\omega_c$, $I_{\rm pr} = 0.3 I_c$

Область значений P < 0 соответствует усилению пробного сигнала. Из рис. 2 видно, что зависимость максимума мощности усиливаемого сигнала от параметра Маккамбера является нелинейной, в частности усиление возрастает с ростом параметра Маккамбера до достижения параметром некоторого значения $\beta_c \leq 1$, а при дальнейшем увеличении параметра Маккамбера усиление уменьшается и при больших значениях параметра Маккамбера поглощенная мощность выходит в область P > 0.

Рассмотрим теперь влияние емкости контакта на структуру ступенек Шапиро. Известно, что действие внешнего высокочастотного излучения на контакт Джозефсона приводит к появлению ступенек тока на ВАХ контакта (ступеньки Шапиро) [14]. Учет емкости перехода может также привести к появлению на ВАХ, помимо ступенек Шапиро при $\frac{2eV}{\hbar} = m\omega_1$, субгармонических ступенек (или субступенек) при $\frac{2e\overline{V}}{\hbar}=\frac{m}{n}\omega_{1},$ где $m,n=1,2,3,\ldots$ [15, 16]. Причиной данного эффекта является многочастичное туннелирование одиночных электронов проводимости через переход в результате многофотонного поглощения ими внешнего высокочастотного излучения при $ne\overline{V} > \Delta_1 + \Delta_2 - m\hbar\omega_1$, где $\Delta_{1,2}$ — полуширина энергетической щели в первом и втором сверхпроводнике соответственно [17-22]. На рис. 3 представлены ВАХ и график поглощенной мощности контакта для частоты $\omega_{\rm pr} > \omega_c$.



Рис. 3. а — ВАХ ($\Omega_I = \omega_I / \omega_c = \overline{V} / V_c$), б — график зависимости средней поглощенной мощности от постоянного тока при $\beta_c = 0.5$, $\omega_{\rm pr} = 1.2\omega_c$, $I_{\rm pr} = 0.3I_c$



Рис. 4. График зависимости средней поглощенной мощности от параметра Маккамбера и постоянного тока при $\omega_{\rm pr} = 1.2\omega_c$, $I_{\rm pr} = 0.3I_c$

Из рисунка видно, что область усиления (P < 0) возникает не только вблизи первой ступеньки Шапиро ($\omega_J = \omega_{\rm pr}$), но и вблизи субгармонических ступенек $\omega_J = \frac{\omega_{\rm pr}}{2}$ и $\omega_J = \frac{\omega_{\rm pr}}{3}$. При дальнейшем увеличении параметра Маккамбера области усиления вблизи субступенек уменьшаются, как и основная область усиления (вблизи первой ступеньки Шапиро), как видно из рис. 4.

2. Массив контактов Джозефсона в резонаторе

Существуют различные способы соединения джозефсоновских контактов в массив и различные механизмы и модели их синхронизации [23–26]. Нами рассмотрен одномерный массив N последовательно соединенных одинаковых контактов Джозефсона в резонаторе и внешнем ВЧ-поле. Резонатор представлен как *LC*-контур. Эквивалентная схема изучаемой системы приведена на рис. 1, *б*. В безразмерных единицах получим следующую систему N + 1 уравнений:

$$\begin{cases} \beta_c \ddot{\varphi}_k + \dot{\varphi}_k + \sin(\varphi_k) + \beta \dot{q} = i_{\rm dc} + i_{\rm pr} \cos(\Omega_{\rm pr}\tau), \\ k = 1, 2, \dots, N; \\ \ddot{q} + \Omega_0^2 q = \Omega_0^2 \sum_{k=1}^N \dot{\varphi}_k, \end{cases}$$
(3)



Рис. 5. а — ВАХ ($\Omega_J = \omega_J/\omega_c = \overline{V}/V_c$), б — график зависимости средней поглощенной мощности от постоянного тока для одномерного массива из N = 10 одинаковых контактов Джозефсона при $\beta_c = 1$, $\omega_{\rm pr} = 1.2\omega_c$, $I_{\rm pr} = 0.3I_c$, $\omega_0 = 2.4\omega_c$

где $q = \frac{Q}{R_J I_c C}$, Q — заряд на обкладках конденсатора; $\Omega_0 = \frac{1}{\sqrt{l\beta}}; \ l = \frac{L}{L_c}, \ L$ — индуктивность резонатора; $L_c = \frac{\hbar}{2eI_c}; \ \beta = \frac{2e}{\hbar} R_J^2 I_c C$ — параметр, характеризующий емкость резонатора $C; \ \dot{\varphi}$ и $\ddot{\varphi}, \ \ddot{q}$ — первая и вторые производные по $\tau = \omega_c t$ соответственно.

Численный анализ показал, что контакты в массиве могут синхронизироваться таким образом, что усиление, получаемое на каждом контакте массива, складывается с усилением других контактов лишь при небольших емкостях резонатора, т.е. при $\beta \ll 1$, даже если изначально контакты в массиве были не синхронизированы, т.е. $\varphi_1(0) \neq \varphi_2(0) + 2\pi n \neq \ldots \neq \varphi_N(0) + 2\pi n$, n = 0, 1, 2... Также численный анализ показал, что средняя поглощенная мощность внешнего сигнала на частоте $\omega_{\rm pr}$ может принимать отрицательные значения при частоте резонатора, кратной частоте усиливаемого переменного тока, т.е. при $\omega_0 = m\omega_{\rm pr}$, где $m = 2, 3, \ldots$ (при m = 1 усиление на частоте пробного сигнала отсутствует).

Численно решив систему уравнений (3) методом Рунге–Кутты 4-го порядка, среднюю поглощенную мощность для массива контактов можно вычислить по формуле (2). В начальный момент времени контакты считались несинхронизированными, т. е. начальные условия в системе (3) задавались произвольно. ВАХ и графики зависимости средней поглощенной мощности от постоянного тока для массива из N = 10 контактов представлены на рис. 5.

Контакты Джозефсона с конечной внутренней емкостью синхронизируются в массиве как при малых, так и при достаточно больших значениях параметра Маккамбера ($\beta_c > 1$). При $\beta_c \leq 1$ контакты в массиве могут излучать когерентно также вблизи субгармонических ступенек ВАХ, что видно на рис. 5.

Заключение

В настоящей работе теоретически изучено влияние внутренней емкости контакта Джозефсона на параметрическое усиление внешнего высокочастотного электромагнитного излучения как одиночным контактом, так и одномерным массивом одинаковых контактов. В рамках резистивной модели показано, что для контактов с конечной внутренней емкостью могут возникать дополнительные области усиления вблизи субгармонических ступенек ВАХ. Эти дополнительные области в случае массива (при условии синхронизации контактов в нем) увеличиваются так же с ростом числа контактов в массиве, как и основная область усиления вблизи первой ступеньки Шапиро. Также численный анализ и сравнение графиков средней поглощенной мощности, построенных при разных значениях параметра Маккамбера, показали, что зависимость величины областей усиления от параметра Маккамбера должна иметь максимум при $\beta_c \leq 1$, а при дальнейшем увеличении параметра $\beta_c > 1$ области усиления уменьшаются.

Результаты настоящей статьи были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (№ 3.6321.2017/8.9).

Список литературы

- 1. Josephson B.D. // Phys. Lett. 1962. 1. P. 251.
- 2. Асламазов Л.Г., Ларкин А.И. // Письма в ЖЭТФ. 1969. 9. C. 150.
- 3. McCumber D.E. // J. Appl. Phys. 1968. 39, N 7. P. 3113.
- 4. Выставкин А.Н., Губанков В.Н., Кузьмин Л.С. и др. // Радиотехника и электроника. 1971. 17. С. 896.
- 5. Выставкин А.Н., Губанков В.Н., Лещенко Г.Ф. и др. // Радиотехника и электроника. 1970. 15. С. 2404.
- 6. Ulrich B.T., Levinsen M.T. // Appl. Phys. Lett. 1975. 26, N 3. P. 131.

- 7. Kanter H., Vernon F.L. // J. Appl. Phys. 1972. 43. P. 3174.
- 8. Thompson E.D. // J. Appl. Phys. 1973. 44, N 12. P. 5587.
- 9. Auracher F., Van Duzer T. // J. Appl. Phys. 1973. 44, N 2. P. 848.
- 10. Выставкин А.Н., Губанков В.Н., Кузьмин Л.С. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1973. 17. С. 284.
- 11. Kanter H. // Appl. Phys. Lett. 1973. 23, N 6. P. 350.
- 12. Song F., Muller F., Scheller T. et al. // Appl. Phys. Lett. 2011. 98. P. 142506.
- 13. Tachiki M., Ivanovic K., Kadowaki K., Koyama T. // Phys. Rev. B. 2011. 83. P. 014508.
- 14. Shapiro S. // Phys. Rev. Lett. 1963. 11. P. 80.
- 15. Anderson P.W., Dayem A.H. // Phys. Rev. Lett. 1964. 13, N 6. P. 195.
- 16. Hamilton C.A., Johnson E.G. Jr. // Phys. Lett. A. 1972. 41, N 4. P. 393.
- 17. Tien P.K., Gordon J.P. // Phys. Rev. 1963. 129, N 2. P. 647.
- 18. Tucker J.R., Feldman M.J. // Rev. Mod. Phys. 1985. 57, N 4. P. 1055.
- 19. Hasselberg L.E., Levinsen M.T., Samuelsen M.R. // Rev. Phys. Appl. 1974. 9, N 1. P. 157.
- 20. Gregers-Hansen P.E., Pickett G.R. // Rev. Phys. Appl. 1974. 9, N 1. P. 145.
- 21. Hasselberg L.E., Levinsen M.T., Samuelsen M.R. // J. Low Temp. Phys. 1975. 21. P. 567.
- 22. Seidel P., Siegel M., Heinz E. // Physica C. 1991. 180. P. 284.
- 23. Darula M., Doderer T., Beuven S. // Supercond. Sci. Technol. 1999. 12. P. R1.
- 24. Filatrella G., Pedersen N.F., Wiesenfeld K. // Phys. Rev. E. 2000. 61. P. 2513.
- 25. Acebron J.A., Bonilla L.L., Perez Vicente C.J. et al. // Rev. Mod. Phys. 2005. 77. P. 137.
- 26. Jain A.K., Likharev K.K., Lukens J.E., Sauvageau J.E. // Phys. Rep. 1984. 109. P. 309.

The Influence of the McCumber parameter on parametric amplification of high-rrequency radiation by Josephson junctions

V. Ch. Zhukovskii^{1,a}, O. D. Pozdnyakova², V. D. Krevchik³, M. B. Semenov³, A. V. Shorokhov^{2,b}

¹Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.

² Department of Theoretical Physics, Institute of Physics and Chemistry, National Research Mordovia State University. Saransk 430005, Russia.

³ Faculty of Instrument Engineering, Information Systems and Technologies, Penza State University. Penza 440026, Russia.

E-mail: ^{*a*} *vlchzh*@gmail.com, ^{*b*} *alex.shorokhov*@mail.ru.

The inf luence of the internal capacity of a Josephson junction on the parametric amplification of external electromagnetic radiation was studied in terms of a resistively and capacitively shunted junction model. The inf luence of the McCumber parameter on parametric amplification was clarified. It is shown that the additional regions of amplification can occur near subharmonic Shapiro steps in the case of Josephson junctions with internal capacity.

Keywords: Josephson junction, resistively shunted junction model, parametric amplification, McCumber parameter.

PACS: 74.50.+r, 74.81.Fa. Received 12 June 2017.

English version: Moscow University Physics Bulletin. 2018. 72, No. 2. Pp. 211–215.

Сведения об авторах

- 1. Жуковский Владимир Чеславович доктор физ.-мат. наук, профессор, зам. зав. кафедрой; e-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.
- Позднякова Олеся Дмитриевна e-mail: pozdn-olesya@yandex.ru.
 Кревчик Владимир Дмитриевич доктор физ.-мат. наук, профессор, декан; e-mail: physics@pnzgu.ru.
- 4. Семёнов Михаил Борисович доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; e-mail: physics@pnzgu.ru.
- 5. Шорохов Алексей Владимирович доктор физ.-мат. наук, доцент, профессор; e-mail: alex.shorokhov@mail.ru