

## Волновое обтекание и резонансное снижение радиационной заметности протяженных гофрированных рассеивателей

А. Н. Боголюбов<sup>1,a</sup>, А. Л. Делицын<sup>1,2,b</sup>, Д. А. Коняев<sup>1,3,c</sup>, Ф. Б. Хлебников<sup>1,d</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

<sup>2</sup> Главный научно-исследовательский испытательный центр робототехники Министерства обороны Российской Федерации (ФГБУГНИИЦ РТ). Россия, 125167, Москва, ул. Серегина, д. 5.

<sup>3</sup> ФГБУН Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук (ИТПЭ РАН). Россия, 125412, Москва, ул. Ижорская, д. 13.

E-mail: <sup>a</sup> bogan7@yandex.ru, <sup>b</sup> delitsyn@mail.ru, <sup>c</sup> konyayev@physics.msu.ru, <sup>d</sup> mnfkh1@gmail.com

Статья поступила 26.06.2017, подписана в печать 11.07.2017.

В работе рассматривается задача дифракции электромагнитных волн на протяженных проводящих телах постоянного сечения, граница которых имеет непрерывную кривизну. В качестве рассеивателей рассмотрены гофрированные цилиндры. Обнаружено резонансное снижение радиационной заметности таких тел.

*Ключевые слова:* задача дифракции, волновое обтекание, снижение радиационной заметности, протяженные проводящие тела.

УДК: 537.87, 519.632, 519.642.4. PACS: 41.20.Jb.

### Введение

В работе рассматривается задача дифракции на протяженных проводящих телах. Эта тема сама по себе не является новой [1–5], однако эта задача не перестает быть актуальной [6–9]. С развитием вычислительных средств удается решать все более и более сложные задачи из рассматриваемого класса [10, 11]. Появились принципиально новые возможности, позволяющие исследовать реальные, а не только модельные задачи строгими методами без каких-либо упрощающих предположений. Следует отметить, что широко используемые приближенные методы могут давать решения, качество которых трудно оценить, а их надежность при применении к прикладным задачам со сложной нерегулярной геометрией требует серьезных дополнительных исследований в каждом конкретном случае.

В настоящей работе установлен эффект резонансного волнового обтекания рассеивателя на примере гофрированного цилиндра [12–19]. Эффект заключается в отсутствии отраженного поля при определенных значениях частоты и глубины гофра. Диаграмма рассеяния, соответствующая длинным волнам, для которой характерно отражение поля в основном назад, в сторону падения волны, и малое рассеяние в область тени, зеркально обращается. Основной вклад в диаграмму рассеяния осуществляет поле, рассеянное вперед, с незначительным отражением назад. При уменьшении глубины гофра эффект пропадает.

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу дифракции на проводящем бесконечно протяженном теле постоянного сечения. Будем считать, что сечение тела представляет собой область, ограниченную замкнутой кривой,

обладающей непрерывной кривизной. На рис. 1 приведен пример сечения такого тела. Обозначим область вне сечения тела за  $\Omega$ , а его границу за  $\Gamma$ . Введем декартову систему координат, ось  $Oz$  которой параллельна образующей тела. Обозначим  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, 0)$  — внешнюю нормаль к границе тела.

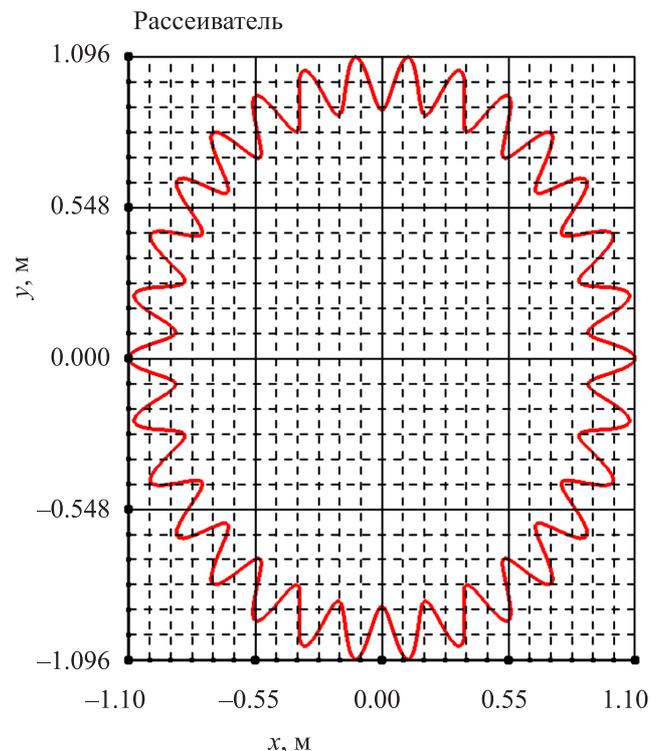


Рис. 1. Пример рассеивателя с гладкой границей

Также будем считать, что тело обладает высокой проводимостью, в частности может являться идеальным проводником.

В общем случае задача дифракции электромагнитных волн на проводниках описывается системой уравнений Максвелла (1), материальными уравнениями (2) и дополнительными условиями (3) [1–4]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= \frac{-\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \mathbf{D} &= 4\pi p, \\ \mathbf{B} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — векторы напряженностей электрического и магнитного полей,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  — векторы индукции электрического и магнитного полей,  $\mathbf{j}$  — плотность сторонних токов,  $p$  — объемная плотность зарядов;

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \\ \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E}, \\ \mathbf{j} &= \sigma \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость,  $\varepsilon$  — комплексная диэлектрическая проницаемость, а  $\sigma$  — проводимость материала;

$$\begin{aligned} \mu_1 (\mathbf{H}_1, \mathbf{n}) - \mu_2 (\mathbf{H}_2, \mathbf{n}) &= 0, \\ \varepsilon_1 (\mathbf{E}_1, \mathbf{n}) - \varepsilon_2 (\mathbf{E}_2, \mathbf{n}) &= p_{\text{пов}}, \\ \mu_1 [\mathbf{H}_1, \mathbf{n}] - \mu_2 [\mathbf{H}_2, \mathbf{n}] &= \mathbf{j}_{\text{пов}}, \\ \varepsilon_1 [\mathbf{E}_1, \mathbf{n}] - \varepsilon_2 [\mathbf{E}_2, \mathbf{n}] &= 0, \\ \mathbf{B} &= O\left(\frac{1}{r}\right), \quad \mathbf{H} = O\left(\frac{1}{r}\right), \\ \mathbf{D} &= O\left(\frac{1}{r}\right), \quad \mathbf{E} = O\left(\frac{1}{r}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\mathbf{j}_{\text{пов}}$  — поверхностная плотность токов,  $p_{\text{пов}}$  — поверхностная плотность зарядов, индекс 1 соответствует величинам вне тела, а 2 — внутри тела.

В качестве падающего поля будем рассматривать монохроматическую плоскую волну:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{E}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{E}_0 \end{pmatrix} e^{-i\omega t} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_0 \\ \mathbf{e}_0 \end{pmatrix} e^{(\gamma \cdot \mathbf{r}) - i\omega t}, \quad |\gamma| = k = \frac{\omega}{c}, \quad (4)$$

где  $k$  — волновое число свободного пространства,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\omega$  — круговая частота падающего излучения,  $\mathbf{h}_0$  и  $\mathbf{e}_0$  — постоянные векторы. Кроме того, будем считать, что сторонние токи и заряды отсутствуют:

$$\mathbf{j} = 0, \quad p = 0. \quad (5)$$

Ограничимся рассмотрением стационарной задачи, т.е. будем искать распределение комплексных амплитуд электромагнитных полей установившихся колебаний:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(M, t) &= \mathbf{B}(M) e^{-i\omega t}, \\ \mathbf{H}(M, t) &= \mathbf{H}(M) e^{-i\omega t}, \\ \mathbf{D}(M, t) &= \mathbf{D}(M) e^{-i\omega t}, \\ \mathbf{E}(M, t) &= \mathbf{E}(M) e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения Максвелла вне рассеивателя примут вид [1–4]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= -i\omega \varepsilon_0 \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= i\omega \mu_0 \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь опущены дивергентные уравнения, являющиеся следствиями вихревых уравнений [2, 3].

При достаточно больших величинах проводимости, как, например, в металлах, электромагнитное поле быстро убывает внутри рассеивателя, поэтому приближенно можно считать, что поле внутри проводника отсутствует, а на границе проводника поставить граничное условие Шукина–Леонтовича [1–3]

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}] = -W[\mathbf{n}, [\mathbf{n}, \mathbf{H}]], \quad (8)$$

где  $W = (1 - i)\sqrt{\frac{\mu\omega}{8\pi\sigma}}$  — импеданс металла,  $\mu$  — магнитная проницаемость металла,  $\sigma$  — его проводимость. Кроме того, на бесконечности необходимо поставить условия, исключающие волны (кроме падающей плоской волны), приходящие из бесконечности — условия излучения.

Как показано в [1–4], задача может быть сведена к двум двумерным задачам (9) и (10), решения которых называют ТЕ- и ТМ-волнами:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta E_z + (k^2 - \gamma_z^2) E_z &= 0, \\ \frac{\partial E_z}{\partial n} - i \frac{(\omega \mu_0)}{W} E_z &= 0, \\ \lim_{r \rightarrow +\infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial (E_z - E_{0z})}{\partial n} - i \sqrt{(k^2 - \gamma_z^2)} (E_z - E_{0z}) \right) &= 0, \\ H_z &= 0, \\ E_x &= \frac{i\gamma_z}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \\ E_y &= \frac{i\gamma_z}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \\ H_x &= \frac{-i\omega \varepsilon_0}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \\ H_y &= \frac{i\omega \varepsilon_0}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta H_z + (k^2 - \gamma_z^2) H_z &= 0, \\ \frac{\partial H_z}{\partial n} - i\omega \varepsilon_0 W H_z &= 0, \\ \lim_{r \rightarrow +\infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial (H_z - H_{0z})}{\partial n} - i \sqrt{(k^2 - \gamma_z^2)} (H_z - H_{0z}) \right) &= 0, \\ E_z &= 0, \\ E_x &= \frac{i\omega \mu_0}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \\ E_y &= \frac{-i\omega \mu_0}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \\ H_x &= \frac{i\gamma_z}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \\ H_y &= \frac{i\gamma_z}{(k^2 - \gamma_z^2)} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \end{aligned} \right. \quad (10)$$

где  $De$  — двумерный оператор Лапласа. Далее для удобства положим  $\gamma_z = 0$ . Таким образом, чтобы получить решение исходной задачи, необходимо

решить две краевые задачи для скалярных полей  $E_z$  и  $H_z$  в двумерной области, внешней по отношению к сечению рассеивателя. Обозначив неизвестную функцию  $u$ , коэффициент в краевом условии 3-го рода  $\alpha$ , а соответствующую компоненту поля падающей волны  $u_0$ , краевые задачи можно переписать в едином виде [1]:

$$\begin{cases} u + k^2 u = 0, & M = (x, y) \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial n} - i\alpha u = 0, & M = (x, y) \in \Gamma, \\ \lim_{r \rightarrow +\infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial(u - u_0)}{\partial n} - ik(u - u_0) \right) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

## 2. Сведение к интегральным уравнениям и построение численного решения

Как показано, например, в [1], при помощи третьей формулы Грина и свойств потенциалов двойного и простого слоев задача (11) сводится к интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода:

$$\frac{1}{2}u(M) + \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\partial g(M, P)}{\partial n_P} - i\alpha g(M, P) \right] u(P) dl_P = u_0(M), \quad (12)$$

где  $g(M, P) = \frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(kr_{MP})$  — функция Грина свободного пространства. Существуют частные случаи, в которых решение этого уравнения можно выписать аналитически, например в случае идеально проводящего ( $\alpha = 0$ ) кругового цилиндра радиуса  $a$  [4]. Зададим  $u_0 = e^{-ikx}$ , тогда решением уравнения будет ряд [4]

$$u(M) = u(r, \phi) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[ J_m(kr) - \frac{J'_m(ka)}{H_m^{(1)'}(ka)} H_m^{(1)}(kr) \right] e^{im(\phi - \pi/2)}. \quad (13)$$

В случае более общей границы приближенное решение уравнения (12) можно построить численно. Следуя [1], воспользуемся для этого методом Крылова-Боголюбова. Будем считать, что граница задана параметрически при помощи функций

$$x = \mathcal{X}(\xi), \quad y = \mathcal{Y}(\xi), \quad \xi \in [0; 2\pi]. \quad (14)$$

Зададим сетку на границе  $\Gamma$ , равномерную по  $\xi$ :

$$\xi_m = m\Delta\xi, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (15)$$

Кроме того, введем полуцелые узлы

$$\xi_{m+0.5} = (m + 0.5) \Delta\xi, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (16)$$

Неизвестную функцию  $u(M)$  будем считать постоянной на каждом из отрезков  $[P_m, P_{m+1}]$ . Обозначим  $U_{m+0.5} = u(P_{m+0.5})$ , тогда уравнение можно переписать в виде системы линейных алгебраических

уравнений

$$\left( \frac{1}{2}U_{m+0.5} + \sum_{j=0}^{N-1} \frac{U_{j+0.5}}{2\pi} \times \int_{P_j P_{j+1}} \left[ \frac{\partial g(P_{m+0.5}, P)}{\partial n_P} - i\alpha g(P_{m+0.5}, P) \right] dl_P \right) = u_0(P_{m+0.5}). \quad (17)$$

Вводя обозначения

$$A_{mj} = \frac{1}{2} + \frac{i}{4} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \left[ \frac{\partial H_0^{(1)}(kr_{P_{m+0.5}, P})}{\partial n_P} - i\alpha H_0^{(1)}(kr_{P_{m+0.5}, P}) \right] \times \sqrt{(\mathcal{X}'(\xi))^2 + (\mathcal{Y}'(\xi))^2} d\xi, \quad (18)$$

$$F_m = u_0(P_{m+0.5}),$$

перепишем систему линейных алгебраических уравнений в матричном виде

$$AU = F. \quad (19)$$

Заметим, что в случае  $m = j$  подынтегральная функция обладает логарифмической особенностью [1]. Рассмотрим более детально вид элементов матрицы системы (19). Для приближенного вычисления интегралов, входящих в определение элементов матрицы системы, удобно пользоваться методом средних, обладающим вторым порядком точности. В итоге получим для элементов матрицы системы (19) выражения

$$A_{mj} = \frac{1}{2} + \frac{i}{4} \left[ \frac{\partial H_0^{(1)}(kr_{P_{m+0.5}, P_{j+0.5}})}{\partial n_P} - i\alpha H_0^{(1)}(kr_{P_{m+0.5}, P_{j+0.5}}) \right] \times (\mathcal{X}'(\xi_{j+0.5}))^2 + (\mathcal{Y}'(\xi_{j+0.5}))^2 (\xi_{j+1} - \xi_j) \quad \text{при } m \neq j, \quad (20)$$

$$A_{mm} = \frac{1}{2} + \left( \frac{\kappa_{m+0.5}}{4\pi} + \frac{\alpha}{4} \left( \frac{2i}{\pi} + \zeta + \ln \frac{k}{2} \right) \right) \times \sqrt{(\mathcal{X}'(\xi_{j+0.5}))^2 + (\mathcal{Y}'(\xi_{j+0.5}))^2} (\xi_{j+1} - \xi_j) + \frac{i\alpha}{2\pi} \left( \sqrt{(\mathcal{X}'(\xi_{j+0.25}))^2 + (\mathcal{Y}'(\xi_{j+0.25}))^2} (\xi_{j+0.5} - \xi_j) \times \ln \left( \sqrt{(\mathcal{X}'(\xi_{j+0.25}))^2 + (\mathcal{Y}'(\xi_{j+0.25}))^2} (\xi_{j+0.5} - \xi_j) \right) + \sqrt{(\mathcal{X}'(\xi_{j+0.75}))^2 + (\mathcal{Y}'(\xi_{j+0.75}))^2} (\xi_{j+1} - \xi_{j+0.5}) \times \ln \left( \sqrt{(\mathcal{X}'(\xi_{j+0.75}))^2 + (\mathcal{Y}'(\xi_{j+0.75}))^2} (\xi_{j+1} - \xi_{j+0.5}) \right) \right), \quad (21)$$

где  $\kappa_{m+0.5}$  — кривизна контура  $\Gamma$  в точке  $P_{m+0.5}$ ,  $\zeta \approx 0.5772156649$  — постоянная Эйлера.

Матрица  $A$  системы (19) обладает диагональным преобладанием, поэтому решение этой системы можно осуществлять самой простой версией метода Гаусса [20].

Построенное на границе  $\Gamma$  решение при помощи третьей формулы Грина без труда продолжается в область  $\Omega$  [1–5].

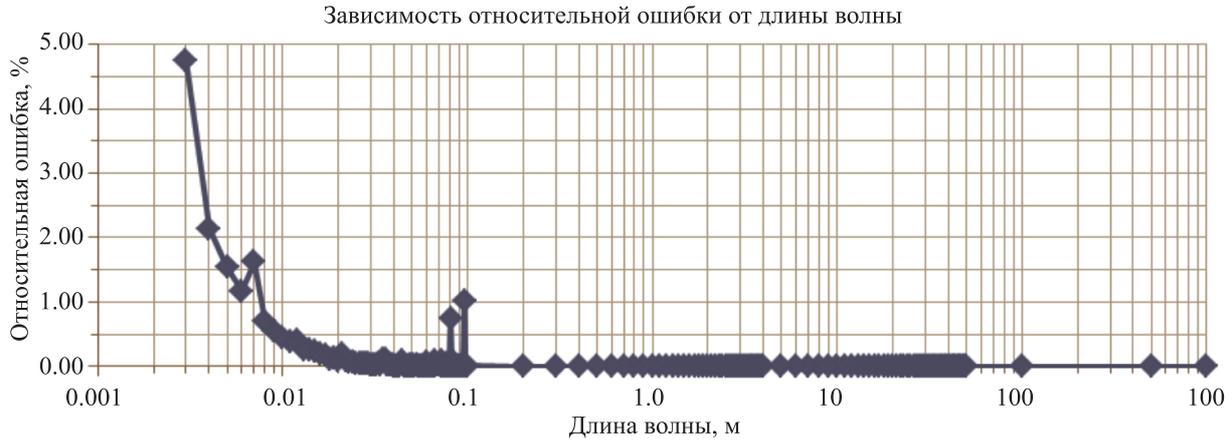


Рис. 2. Результаты сравнения численного решения с точным решением в виде ряда

### 3. Тестирование программы

Как отмечалось выше, рассмотренная задача дифракции имеет точное решение (13) в случае идеально проводящего ( $\alpha = 0$ ) кругового цилиндра радиуса  $a$  [4]. Этим решением можно воспользоваться для тестирования программы, позволяющей строить численное решение задачи дифракции на протяженных проводящих телах. Известно, что члены ряда в (13), соответствующие рассеянному полю, при  $t > ka$  очень быстро убывают [4]. Поэтому при сравнении будем использовать конечную сумму этого ряда, выбирая  $t > ka$ . Следует, однако, отметить, что вычисление бесселевых функций высоких порядков само по себе является сложной задачей. В данной работе предполагается, что стандартная библиотека языка C++ позволяет вычислять эти функции с приемлемой погрешностью хотя бы для порядков, не превышающих 2500. Далее для удобства положим  $a = 1$ . В качестве нормы для оценки погрешностей выберем сеточную  $C$ -норму

$$\|u\| = \max_{m \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\}} u(\mathcal{X}(\xi_{m+0.5}), \mathcal{Y}(\xi_{m+0.5})). \quad (22)$$

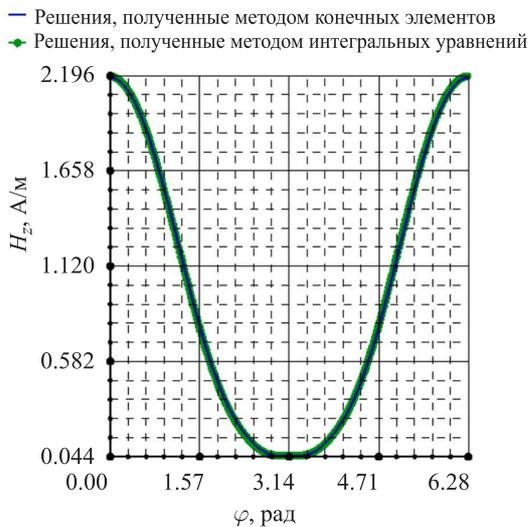


Рис. 3. Сравнение решений, полученных методом конечных элементов и интегральных уравнений

- ДН, полученная методом конечных элементов
- ДН, полученная методом интегральных уравнений

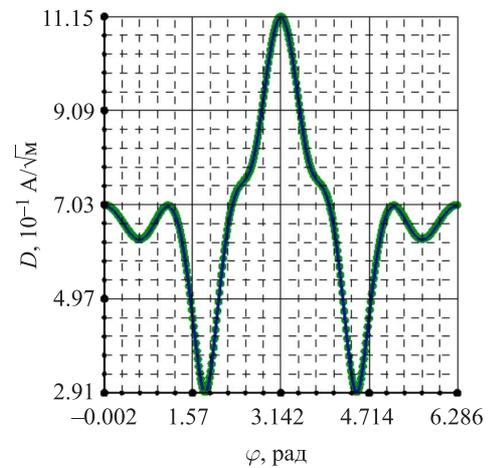


Рис. 4. Сравнение диаграмм рассеяния на круге, полученных методами конечных элементов и интегральных уравнений, при  $k = 3$

- ДН, полученная методом конечных элементов
- ДН, полученная методом интегральных уравнений

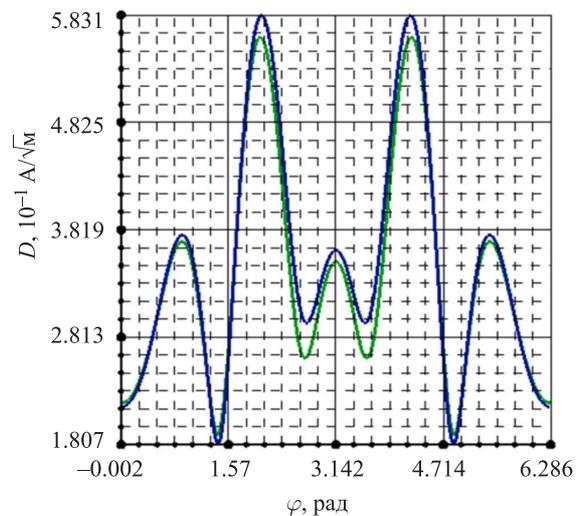


Рис. 5. Сравнение диаграмм рассеяния на цилиндре эллиптического сечения, полученных методами конечных элементов и интегральных уравнений, при  $k = 3$

Результаты сравнения решения в виде ряда (0) и численного решения, полученного при помощи программы, представлены на рис. 2.

Усложним тест. Теперь проверим, насколько хорошо реализованная программа работает при использовании условий третьего рода, которые применяются при моделировании задач дифракции на физических проводниках. В качестве тестового

граничного условия будем использовать условие

$$\frac{\partial u}{\partial n} + (2 + 3i)u = 0, \quad M = (x, y) \in \Gamma. \quad (23)$$

Конечно, это условие искусственное, но в силу своей простоты оно удобно для тестирования программы. На этот раз будем сравнивать численные решения, полученные разными программами:

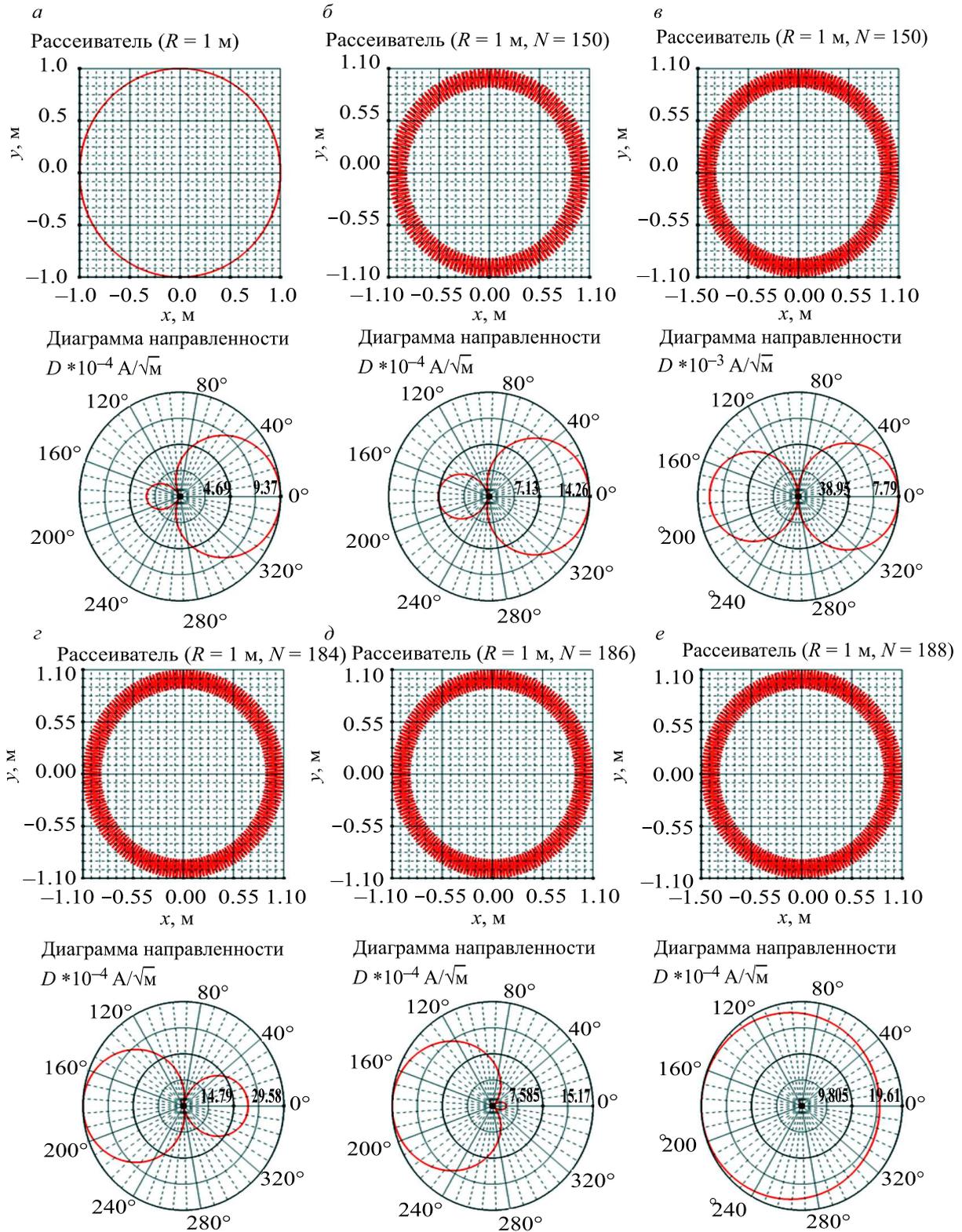


Рис. 6. Диаграммы направленности модулированного цилиндра

1) программным комплексом, позволяющим строить приближенные решения двумерных задач дифракции методом конечных элементов [11];

2) реализованной программой.

В качестве рассеивателя по-прежнему будем рассматривать бесконечный круговой цилиндр с сечением в виде круга единичного радиуса. Сравнения по-

лученных решений представлено на рис. 3. Нетрудно заметить, что полученные решения очень хорошо совпадают.

Следующим тестом является сравнение получаемых диаграмм рассеяния при рассмотрении дифракции на идеально проводящем цилиндре кругового сечения при помощи метода конечных элемен-

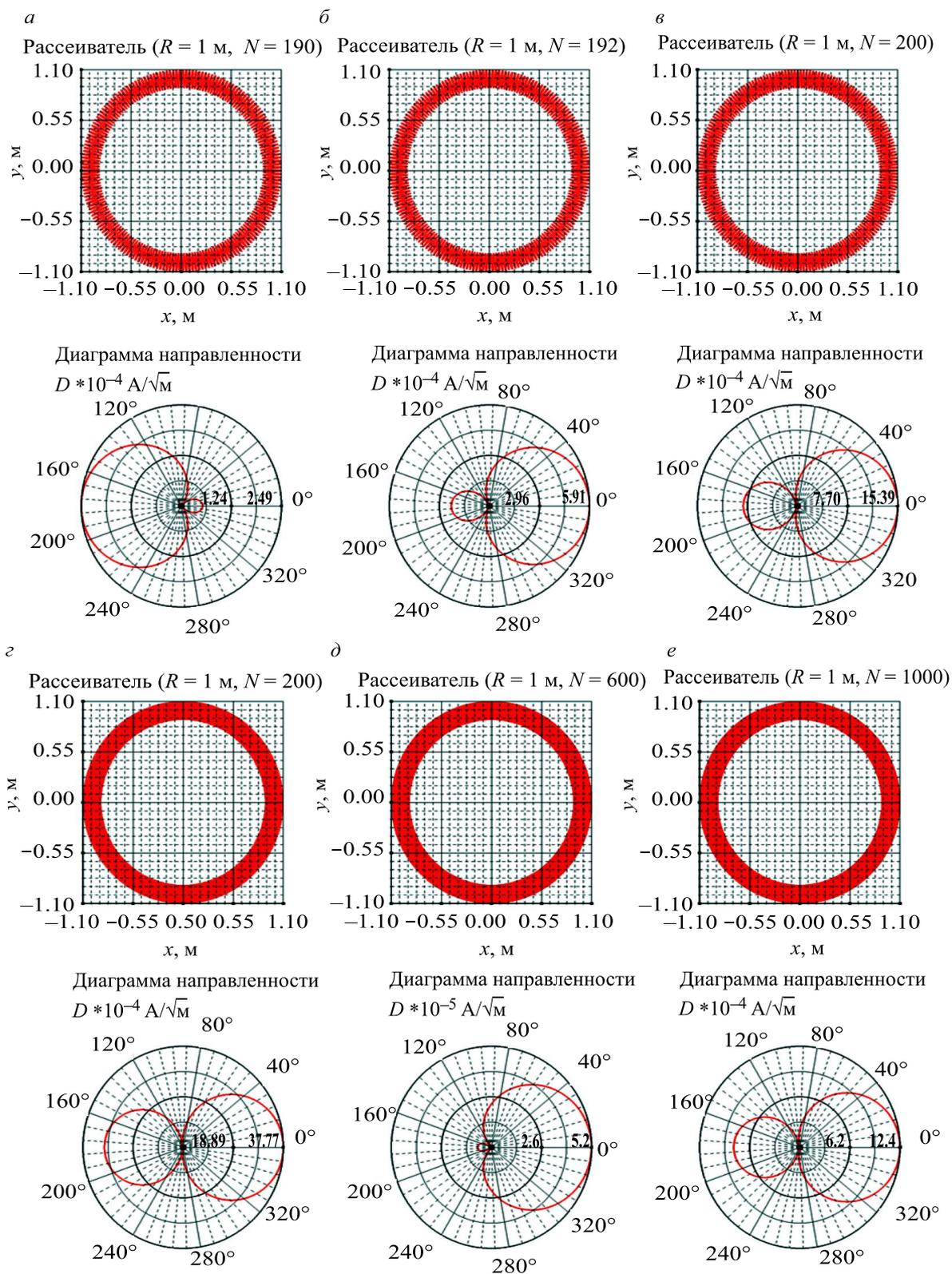


Рис. 7. Диаграммы направленности модулированного цилиндра

тов [11] и реализованной программы. Результаты сравнения представлены на рис. 4. Полученные диаграммы показали очень хорошее совпадение.

Следующий тест — сравнение получаемых диаграмм рассеяния при рассмотрении дифракции

на идеально проводящем цилиндре эллиптического сечения при помощи метода конечных элементов [11] и реализованной программы. Результаты сравнения представлены на рис. 5. Из рисунка видно, что диаграммы неплохо согласуются.

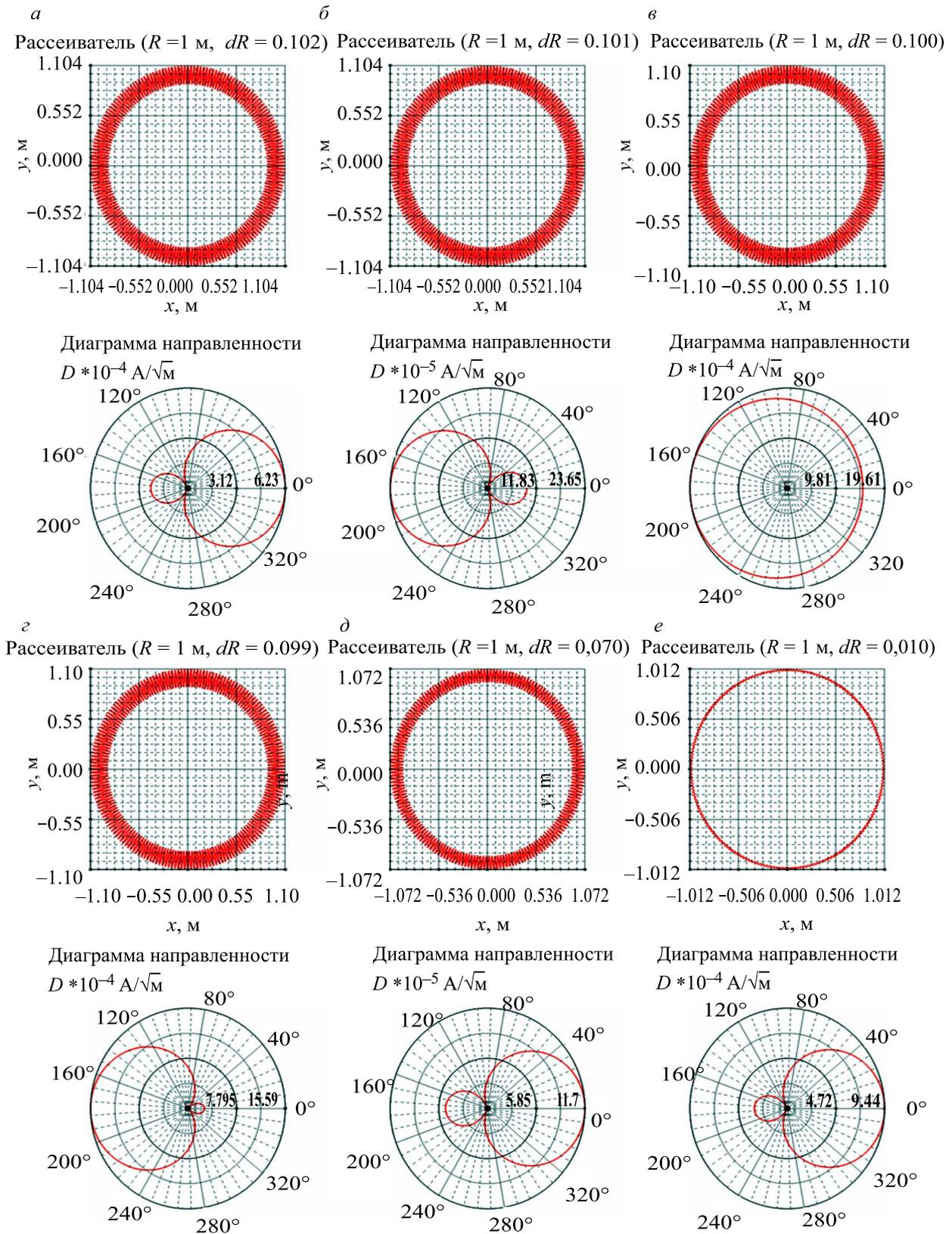


Рис. 8. Сравнение диаграмм рассеяния на возмущенном круговом цилиндре при уменьшении амплитуды возмущения

#### 4. Результаты: дифракция на гофрированном цилиндре

Рассмотрим задачу дифракции на цилиндре, граница которого модулирована синусоидой. Параметрически граница задается функциями

$$\begin{cases} x = (1 + dR \cos(N\xi)) \cos \xi, \\ y = (1 + dR \cos(N\xi)) \sin \xi, \end{cases} \quad \xi \in [0, 2\pi], \quad (24)$$

где  $N$  — число вершин на границе (локальных максимумов расстояния от начала координат до точки границы),  $dR$  — амплитуда возмущения границы. Будем выбирать сетку таким образом, чтобы на каждый период возмущения границы приходилось 20 элементов сетки. Выберем длину волны, равную 1000 м,  $dR = 0.1$  м, а  $N$  будем менять от 0 до 1000. Дальнейшее увеличение числа вершин уже требует наличие объема оперативной памяти, превышающего объем современного среднестатистического персонального компьютера.

Полученные результаты представлены на рис. 6 и 7. Видно, что при увеличении числа вершин вплоть до 130 диаграммы меняются слабо и в целом похожи на диаграммы невозмущенного цилиндра. Однако при  $N > 130$  изменения нарастают и при  $N = 188$  диаграмма приобретает качественные изменения по сравнению с диаграммой кругового цилиндра. Рассеянное поле назад практически отсутствует: поле рассеивается вперед или обтекает цилиндр. Обращает на себя внимание тот факт, что при определенной частоте диаграмма рассеяния приближается к равномерной круговой и описывается монотонной функцией без характерных слепых зон.

Нетрудно заметить, что при дальнейшем увеличении числа вершин диаграмма рассеяния возмущенного цилиндра опять становится схожей с диаграммой рассеяния кругового цилиндра. А впоследствии, при еще большем количестве вершин, эти качественные изменения диаграмм рассеяния повторяются.

Проверим, как будут себя вести диаграммы рассеяния при уменьшении амплитуды возмущения. Будем менять  $dR$  в пределах от 0.104 до 0.01. Соответствующие результаты представлены на рис. 8. Из рисунка видно, что при уменьшении амплитуды возмущения диаграммы рассеяния приближаются к диаграмме рассеяния кругового цилиндра, что косвенно подтверждает правильность вычислений.

#### Заключение

В работе была рассмотрена реализация метода интегральных уравнений для решения задач дифракции электромагнитных волн на протяженных проводящих телах постоянного сечения, граница которого имеет непрерывную кривизну. Было проведено

тестирование реализованной программы и продемонстрирована возможность решать задачи дифракции на телах с достаточно сложной границей на персональном компьютере методом интегральных уравнений. Реализованная программа позволяет охватить широкий спектр частот и рассеивателей, не прибегая к асимптотическим методам.

Качественно новым результатом является необычное поведение диаграммы направленности при дифракции поля на возмущенном цилиндре. При определенных параметрах возмущений поле рассеивается вперед или обтекает цилиндр, что может быть связано с распространением поверхностных волн вдоль возмущенной поверхности.

#### Список литературы

1. Галишникова Т.Н., Ильинский А.С. Численные методы в задачах дифракции. М.: Изд-во МГУ, 1987.
2. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г. Математические модели электродинамики. М.: Высшая школа, 1991.
3. Свешников А.Г., Могилевский И.Е. Избранные математические задачи теории дифракции. М.: Физ. факультет МГУ, 2012.
4. Хёлл К., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964.
5. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987.
6. Ylä-Oijala P., Taskinen M., Järvenpää S. // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2008. **32**, N 3. P. 196.
7. Zhang L., Deng A., Wang M. // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2012. **36**, N 5. P. 866.
8. Shore R.A., Yaghjian A.D. // IEEE Trans. on Antennas. 2005. **53**, N 5. P. 1706.
9. Yilmaz A.E., Jin J.-M., Michielssen E. // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 2004. **52**, N 10. P. 2692.
10. Коняев Д.А., Делицын А.Л. // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал), № 4.
11. Коняев Д.А., Делицын А.Л. // Математическое моделирование. 2014. **26**, № 8. С. 48.
12. Дубинов А.Е., Мытарина Л.А. // УФН. 2010. **180**, № 5. С. 475.
13. Алексеев Г.В. // ЖВМиМФ. 2013. **53**. С. 2044.
14. Алексеев Г.В., Романов В.Г. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2011. **14**, № 2. С. 15.
15. Алексеев Г.В., Лобанов А.В. // Дальневосточный математический журнал. 2014. **14**, № 2. С. 127.
16. Алексеев Г.В. // ЖВМиМФ. 2014. **54**, № 12. С. 1863.
17. Leonhardt U. // New Journal of Physics. 2006. **8**. P. 118 (16).
18. Luukkonen O., Tretyakov S., Alitalo P., Simovski C. // Phys. Rev. Lett. 2009. **103**. P. 109905.
19. McPhedran R.C., Nicorovici N.A., Milton G.W. // Phys. Rev. B. 2009. **49**. P. 8479.
20. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. Изд. 3-е. Гостехиздат, 1949.

**Wave flow and the resonant decrease in the radiation visibility of extensive corrugated diffusers****A. N. Bogolubov<sup>1,a</sup>, A. L. Delitsyn<sup>1,2b</sup>, D. A. Konyaev<sup>1,3,c</sup>, F. B. Khlebnikov<sup>1,d</sup>**<sup>1</sup> *Department of Mathematics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.*<sup>2</sup> *The Main Research and Testing Robotics Center, Ministry of Defense of Russia. Moscow 125167, Russia.*<sup>3</sup> *Institute of Theoretical and Applied Electrodynamics, Russian Academy of Sciences. Moscow 125412, Russia.*E-mail: <sup>a</sup> *bogan7@yandex.ru*, <sup>b</sup> *delitsyn@mail.ru*, <sup>c</sup> *konyaev@physics.msu.ru*, <sup>d</sup> *mnfkh1@gmail.com*.

In this paper, the problem of electromagnetic wave diffraction by extensive conducting bodies with uniform cross sections and continuous curvature boundaries is studied. Corrugated cylinders are considered as diffusers. A resonant decrease in the radiation visibility of such bodies was discovered.

*Keywords:* diffraction problem, wave flow, decrease in radiation visibility, extensive conducting bodies.

PACS: 41.20.Jb.

*Received 26 June 2017.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2018. **72**, No. 3. Pp. 269–277.

**Сведения об авторах**

1. Боголюбов Александр Николаевич — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. отделением прикл. математики; тел.: (495) 939-13-51, e-mail: *bogan7@yandex.ru*.
2. Делицын Андрей Леонидович — доктор физ.-мат. наук, профессор, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-39-47, e-mail: *delitsyn@mail.ru*.
3. Коняев Денис Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник, зам. зав. кафедрой, вед. инженер; тел.: (495) 939-13-51, e-mail: *konyaev@physics.msu.ru*.
4. Хлебников Фёдор Борисович — вед. программист; тел.: (495) 939-13-51, e-mail: *mnfkh1@gmail.com*.