

Численное моделирование эффекта минерализации вод речного притока при развитии осеннего термобара (на примере озера Камлупс)

Б. О. Цыденов^a

*Национальный исследовательский Томский государственный университет,
механико-математический факультет, научно-исследовательская лаборатория
вычислительной геофизики. Россия, 634050, Томск, пр. Ленина, д. 36*

Статья поступила 19.07.2017, подписана в печать 02.09.2017.

Представлены результаты численного моделирования гидродинамических процессов в период существования осеннего термобара в озере Камлупс (Канада), полученные с помощью 2.5D негидростатической модели в приближении Буссинеска, учитывающей суточную изменчивость радиационных и турбулентных потоков тепла на поверхности водоема. Проведена серия вычислительных экспериментов с различными значениями минерализации вод, поступающих из реки Томпсон. Расчеты показали значительное влияние минерализации вод речного притока на динамику горизонтального перемещения термического фронта и структуру индуцированных термобаром циркуляций в период выхолаживания озера.

Ключевые слова: осенний термобар, математическая модель, температура максимальной плотности, численный эксперимент, озеро Камлупс.

УДК: 519.6, 556.5 PACS: 92.40.Cy

ВВЕДЕНИЕ

В озерах умеренных широт явление термобара, представляющее собой узкую зону погружения водных масс, возникает дважды в год — весной и осенью. Такой феномен впервые обнаружил швейцарский лимнолог Франсуа Форель на Женевском озере в 1880 году [1]. Формирование термобара происходит в периоды весеннего прогревания и осеннего выхолаживания водоема. В результате смешивания вод с разными температурными и соленостными характеристиками наиболее плотные водные массы опускаются, образуя фронтальный раздел. В классическом понимании температура воды внутри фронта термобара составляет 4°C [1, 2]. Термобар препятствует горизонтальному водообмену, что оказывает огромное влияние на жизнь планктонных сообществ, качество воды и экосистему озера в целом.

На сегодняшний день существуют различные математические модели для изучения эффектов термобара в пресноводном озере [3–7]. Однако в них не учитывается важнейший фактор формирования и развития термобара — реальная суточная изменчивость радиационных и турбулентных потоков тепла на поверхности озера (как правило, при моделировании задается постоянный тепловой поток, соответствующий среднемесячному значению солнечного излучения). Кроме того, если с помощью численных экспериментов получены обширные данные об особенностях весеннего термобара [3–11], то знания о гидрофизических процессах в период существования осеннего термобара весьма ограничены.

Известно, что плотность воды зависит не только от температуры, но и от солености. Поэтому особый

интерес представляет изучение зависимости гидродинамических процессов от минерализации воды. Цель настоящей работы — численное исследование влияния минерализации вод речного притока на эволюцию осеннего термобара на примере озера Камлупс с помощью негидростатической 2.5D-модели [12] с учетом суточной изменчивости состояния атмосферы и реальных морфометрических условий водоема.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

1.1. Основные уравнения модели

Негидростатическая 2.5D-модель для воспроизведения озерной гидродинамики и изучения соленостных эффектов речных вод во время существования осеннего термобара в крупном водоеме включает следующие уравнения:

1. Уравнение баланса солености (минерализации)

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} + \frac{\partial wS}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial S}{\partial z} \right);$$

2. Уравнение энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial wT}{\partial z} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{\partial H_{\text{sol}}}{\partial z}; \end{aligned}$$

3. Уравнения количества движения

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2\Omega_z v - 2\Omega_y w; \end{aligned}$$

^a E-mail: tsydenov@math.tsu.ru

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial wv}{\partial x} + \frac{\partial wv}{\partial z} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) + 2\Omega_x w - 2\Omega_z u; \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{g\rho}{\rho_0} + 2\Omega_y u - 2\Omega_x v; \end{aligned}$$

4. Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

где S – соленость; T – температура; u и v – горизонтальные компоненты скорости (вдоль осей x и y соответственно); w – вертикальная компонента скорости (вдоль оси z); Ω_x , Ω_y и Ω_z – компоненты вектора угловой скорости вращения Земли; K_x (D_x) и K_z (D_z) – коэффициенты турбулентной вязкости (диффузии) в соответствующих направлениях; g – ускорение свободного падения; c_p – удельная теплоемкость; p – давление; ρ_0 – плотность воды при стандартном атмосферном давлении, температуре T_L и солености S_L .

Поглощение солнечной (коротковолновой) радиации H_{sol} рассчитывается по закону Бугера–Ламберта–Бера:

$$H_{\text{sol}} = H_{S_{\text{sol}},0} (1 - r_s) \exp(-\epsilon_{\text{abs}} d),$$

где $r_s \approx 0.2$ – коэффициент отражения воды; $\epsilon_{\text{abs}} \approx 0.3 \text{ м}^{-1}$ – коэффициент поглощения солнечной радиации в воде; $d = |L_z - z|$ – глубина, м. Приток коротковолновой радиации $H_{S_{\text{sol}},0}$ на поверхность озера определяется соотношением

$$H_{S_{\text{sol}},0} = \begin{cases} S_0 (a_g - a_w) \cos \zeta [a(C) + \\ + b(C) \ln(\cos \zeta)], & \cos(\zeta) > 0; \\ 0, & \cos(\zeta) \leq 0, \end{cases}$$

где $S_0 = 1367 \text{ Вт/м}^2$ – солнечная постоянная; $a(C)$ и $b(C)$ – эмпирические коэффициенты, зависящие от степени покрытия небесного свода облачностью C [13]; ζ – зенитный угол Солнца; эмпирические функции a_g и a_w представляют соответственно молекулярное рассеяние и поглощение перманентных газов.

Коэффициенты интенсивности диффузионного переноса импульса и тепла определяются на основе k - w -модели турбулентности [14] и алгебраических соотношений [15].

Для расчета плотности воды выбрано уравнение Чена–Миллера [16]

$$\rho(S, T, p) = \frac{\rho^0}{1 - \frac{p}{K}},$$

где ρ^0 вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \rho^0 = 999.8395 + 6.7914 \times 10^{-2} T_C - \\ - 9.0894 \times 10^{-3} T_C^2 + 1.0171 \times 10^{-4} T_C^3 - 1.2846 \times 10^{-6} T_C^4 + \\ + 1.1592 \times 10^{-8} T_C^5 - 5.0125 \times 10^{-11} T_C^6 + \\ + (0.8181 - 3.85 \times 10^{-3} T_C + 4.96 \times 10^{-5} T_C^2) S; \end{aligned}$$

объемный модуль упругости K определяется как

$$\begin{aligned} K = 19625.17 + 148.113 T_C - 2.293 T_C^2 + \\ + 1.256 \times 10^{-2} T_C^3 - 4.18 \times 10^{-5} T_C^4 + \\ + (3.2726 - 2.147 \times 10^{-4} T_C + 1.128 \times 10^{-4} T_C^2) p + \\ + (53.238 - 0.313 T_C + 5.728 \times 10^{-3} p) S, \end{aligned}$$

здесь T_C – температура воды, °C.

Температура максимальной плотности вычисляется по формуле [16]:

$$\begin{aligned} T_{md} = 3.9839 - 1.9911 \times 10^{-2} p - 5.822 \times 10^{-6} p^2 - \\ - (0.2219 + 1.106 \times 10^{-4} p) S. \end{aligned}$$

Метод численного решения уравнений модели описан в работах [17, 18].

1.2. Начальные и граничные условия

Начальные условия ($t = 0$) для уравнений модели задаются в виде

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad S = S_L, \quad T = T_L,$$

где S_L и T_L – соленость и температура воды в озере соответственно.

Граничные условия для уравнений имеют вид

а) на границе раздела вода–воздух

$$\begin{aligned} K_z \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\tau_{\text{surf}}^u}{\rho_0}; \quad K_z \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\tau_{\text{surf}}^v}{\rho_0}; \\ w = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial z} = 0; \quad D_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{H_{\text{net}}}{\rho_0 c_p}, \end{aligned}$$

где τ_{surf}^u и τ_{surf}^v – составляющие сдвигового напряжения ветра; H_{net} – тепловой поток, включающий в себя компоненты длинноволновой радиации (H_{lw}) и скрытого (H_L) и явного (H_S) тепла, параметризация которых осуществляется согласно расчетным формулам модели № 3 из [19]:

$$- \quad H_{lw} = \epsilon_w \epsilon_a \sigma (1 + 0.17 C^2) T_A^4 - \epsilon_w \sigma T^4,$$

где ϵ_w и ϵ_a – коэффициенты излучения воды и атмосферы соответственно, σ – коэффициент Стефана–Больцмана, T_A – температура воздуха, T – температура воды;

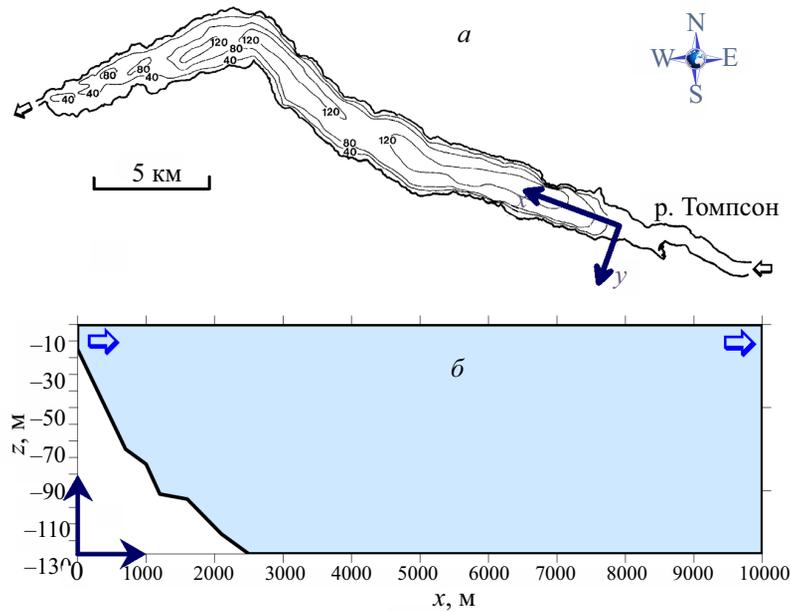


Рис. 1. Озеро Камлупс: *a* — батиметрия, *b* — расчетная область (продольное сечение)

$$H_L = f_u (e_A - e_w), \quad f_u = 6.9 + 0.345 U^2,$$

$$e_w = 6.112 \exp\left(\frac{17.67 (T_A - 273.15)}{T_A - 29.65}\right),$$

где e_A — давление водяного пара в атмосфере, e_w — давление насыщенного водяного пара вблизи подстилающей поверхности, f_u — коэффициент массоотдачи, U — скорость ветра;

$$H_S = 0.62 f_u (T_A - T);$$

б) на твердых границах (на дне)

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = 0, \quad D_z \frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{H_{\text{geo}}}{\rho_0 c_p},$$

где H_{geo} — геотермальное тепло, n — направление внешней нормали к области;

в) на границе раздела река—озеро

$$u = u_R, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad S = S_R, \quad T = T_R,$$

где u_R — скорость притока в устье реки; S_R и T_R — соленость и температура речных вод соответственно;

г) на открытой границе задаются условия радиационного типа [20] и простые градиентные условия

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (\phi = u, v, S, T), \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0.$$

2. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ

Рассматривается вертикальное сечение озера Камлупс, расположенного на юго-западе Канады (провинция Британская Колумбия) в 340 км северо-восточнее Ванкувера между $50^\circ 26' - 50^\circ 45'$ с.ш. и $120^\circ 03' - 120^\circ 32'$ з.д. по течению реки Томпсон и имеющего вытянутую форму (рис. 1, *a*). Расчетная область имеет протяженность 10 км и глубину 138 м (рис. 1, *b*), ось x направлена по течению р. Томпсон, начало системы координат совпадает с устьем реки (рис. 1, *a*).

Начальная температура воды в озере имеет вертикально неоднородное распределение

$$T_L(z) = 0.00004d^2 - 0.0156d + 279.6,$$

что соответствует термическому режиму водоема в осенний период [21]. Температура поступающей в озеро воды речного притока меняется согласно данным измерений гидрографических станций в диапазоне от 2.8°C до 0.35°C [21]. Скорость р. Томпсон на границе раздела река—озеро составляет 3×10^{-3} м/с, минерализация воды в озере равна 0.1 г/кг [22]. Вычислительная область (рис. 1, *b*) покрыта равномерной ортогональной сеткой с шагами $h_x = 25$ м и $h_z = 3$ м. Шаг по времени — 60 с.

Данные о температуре воздуха, относительной влажности, атмосферном давлении, облачности взяты из архива погодных условий метеостанции г. Камлупс в период с 01.12.2015 по 30.12.2015 г. (<http://climate.weather.gc.ca>). Для оценки степени влияния минерализации вод речного притока на развитие термобара значения H_{geo} , τ_{surf}^u и τ_{surf}^v в вычислительных экспериментах приняты равными нулю.

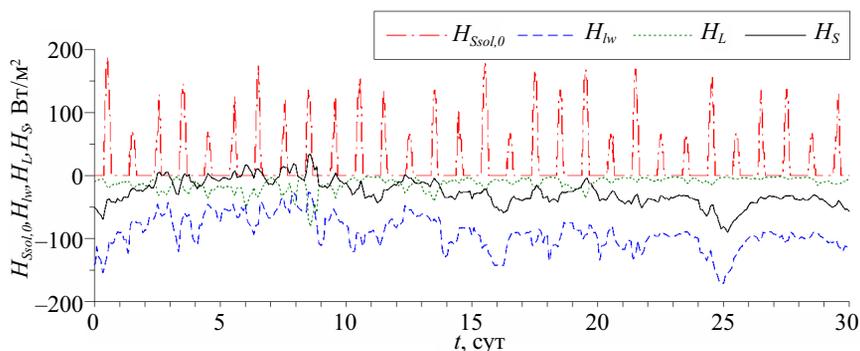


Рис. 2. Вычисленные значения тепловых потоков с 01.12.2015 по 30.12.2015 г. (местное стандартное время)

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.1. Тепловые потоки на поверхности озера

По имеющимся данным метеонаблюдений вычислены значения потоков коротковолновой и длинноволновой радиации, скрытого и явного тепла (рис. 2). Расчеты показали, что в декабре 2015 г. поток коротковолновой радиации не превышает 187.1 Вт/м². Потоки длинноволнового излучения и скрытого тепла направлены на выхолаживание водоема и варьировались в диапазоне от -26.3 до -171.2 Вт/м² и от -1.6 до -81.6 Вт/м² соответственно. Благодаря повышению температуры воздуха поток явного тепла в первой декаде месяца достигал положительных значений, во второй и третьей декадах был отрицателен и способствовал охлаждению водоема. Диапазон значений потока явного тепла на протяжении всего месяца — от 34.1 до -90.1 Вт/м². Здесь важно заметить, что активное длительное выхолаживание водной поверхности наблюдался в ночное время, когда отсутствовала солнечная радиация.

3.2. Влияние минерализации реки на эволюцию термобара

С целью выявления эффектов минерализации вод речного притока на динамику термобара выполнена серия вычислительных экспериментов с различными значениями S_R (таблица). В эксперименте № 1 речная минерализация совпадает с озерной ($S_R = S_L = 0.1$ г/кг), в эксперименте № 2 — $S_R < S_L$, в эксперименте № 3 — $S_R > S_L$.

При условии $S_R = S_L = 0.1$ г/кг (эксперимент № 1)

Таблица. Минерализация вод речного притока в вычислительных экспериментах

№ эксперимента	S_R , г/кг
1	0.10
2	0.05
3	0.20

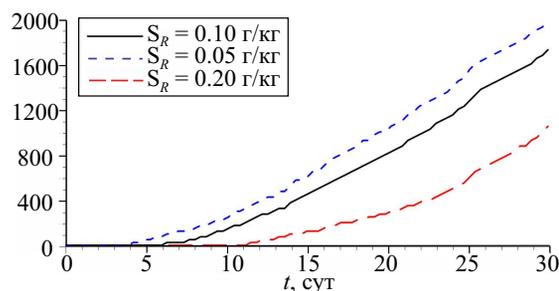


Рис. 3. Динамика горизонтального перемещения области расположения температуры максимальной плотности на поверхности озера

фронт термобара (линия конвергенции течений) проходит через область температуры максимальной плотности ($\sim 4^\circ\text{C}$), что совпадает с его классической трактовкой [1, 2]. Формирование термобара происходит на шестые сутки моделирования (рис. 3, сплошная линия). На двадцатый день термобар располагается на расстоянии 750 м от устья реки Томпсон (рис. 4, а1). Линии тока указывают на то, что в районе изотермы 4°C (рис. 4, а1, б1) происходит погружение наиболее плотных поверхностных вод, образующихся в результате смешивания теплой озерной ($> 4^\circ\text{C}$) и холодной речной ($< 4^\circ\text{C}$) водных масс. Опускание вод в зоне конвергенции вызывает возникновение крупного вихря в теплоинертной области (справа от фронта термобара). По мере выхолаживания озера термобар продвигается в центральную часть акватории, на тридцатый день достигает расстояния 1700 м (рис. 4, б1). Средняя скорость движения фронта термобара на поверхности водоема — 70 м/сут. Полученные распределения изотерм качественно согласуются с температурными полями, измеренными гидрографическими станциями [21].

В экспериментах № 2 и № 3 область схождения вихрей и изотерма 4°C не совпадают, что отличается от классической трактовки термобара. По этой причине в дальнейшем под термобаром будем понимать линию конвергенции вихревых структур.

Когда речные воды менее минерализованы (эксперимент № 2), скорость горизонтального перемещения термобара выше благодаря эффектам плавучести:

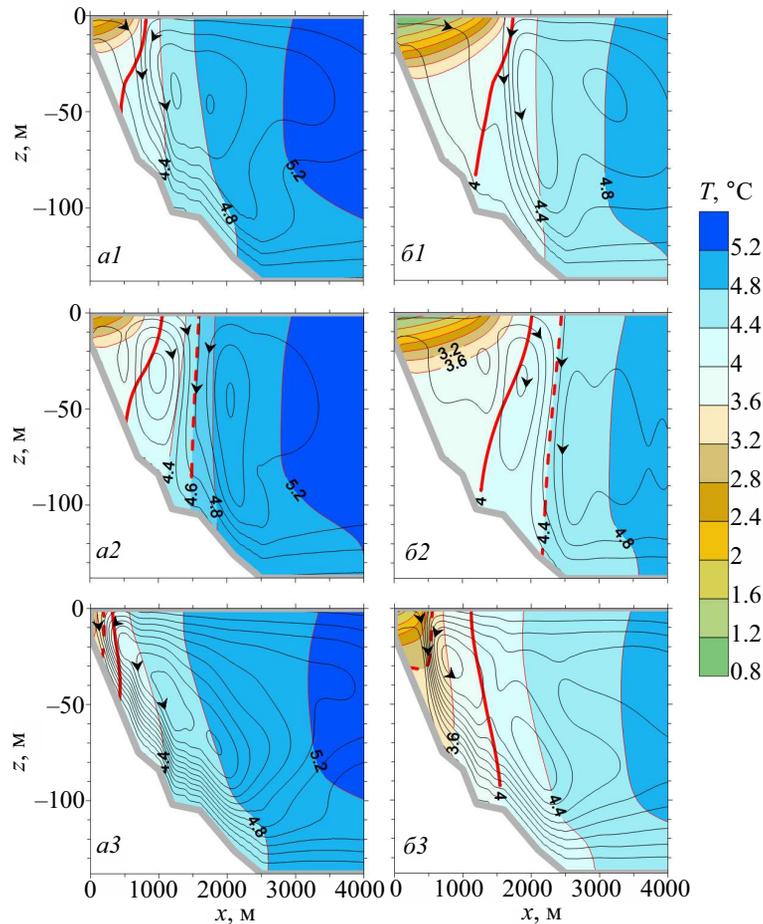


Рис. 4. Изотермы и линии тока на 20 (а) и 30 (б) сутки в вычислительных экспериментах при $S_R = 0.1$ г/кг (1), $S_R = 0.05$ г/кг (2) и $S_R = 0.2$ г/кг (3). Жирной сплошной линией показана изотерма 4°C , пунктиром — изотерма, совпадающая с фронтом термобара

поступающая из реки менее плотная (в силу меньшей минерализации) водная масса распространяется по поверхности озера дальше (по сравнению с результатами эксперимента № 1), пока не достигнет максимальной плотности (рис. 4, *a2*, *b2*). В этом случае температура внутри фронта термобара выше 4°C : на двадцатый день моделирования температура в зоне схождения вод составляет 4.6°C (рис. 4, *a2*), на тридцатый день — 4.4°C (рис. 4, *b2*). График изменения области расположения температуры максимальной плотности (рис. 3, штриховая линия) показывает, что поверхностное выхолаживание водоема происходит быстрее. Важно заметить, что в данном эксперименте (в отличие от эксперимента № 1) наблюдается интенсивная циркуляция в теплоактивной области (слева от фронта термобара), а вихревое течение в теплоинертной области ослабевает по мере удаления термобара от устья реки.

Эксперимент № 3 показал, что при высокой минерализации вод речного притока водные массы опускаются по склону дна и формируется крупномасштабный вдольсклоновый вихрь (рис. 4, *a3*). Развитие термобара происходит значительно медленнее (рис. 4, *a3*, *b3*). Линия конвергенции проходит в районе изотермы 3.6°C

(на двадцатые сутки) и 3.2°C (на тридцатые сутки). По динамике горизонтального перемещения области расположения температуры максимальной плотности (рис. 3, пунктирная линия) можно заключить, что процесс охлаждения водной поверхности в данном случае протекает медленнее, чем при низкой минерализации притока.

Изохалины также свидетельствуют о том, что менее минерализованные речные воды имеют тенденцию распространяться по поверхности водоема (рис. 2, *a2*, *b2*), в то время как более соленая водная масса под действием силы тяжести интенсивно опускается по склону, образуя придонное течение (рис. 5, *a3*, *b3*).

Таким образом, численное моделирование показало, что в период выхолаживания озера при различии соленостных характеристик речных и озерных вод зона конвергенции водных масс и область расположения температуры максимальной плотности перестают совпадать, что не соответствует классической трактовке термобара как изотермы 4°C . Аналогичное расхождение может наблюдаться и при ветровых нагрузках [23]. Кроме того, важно заметить, что в результате наблюдений за фронтами в эстуариях выявлены факты

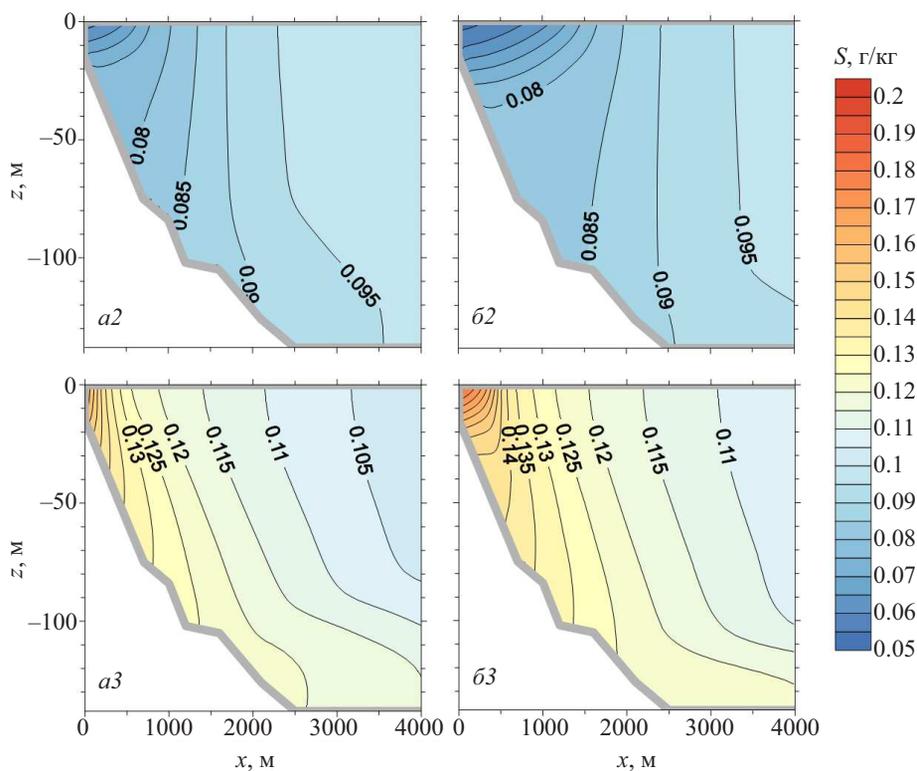


Рис. 5. Изохалины на 20 (а) и 30 (б) сутки в вычислительных экспериментах при $S_R = 0.05$ г/кг (2) и $S_R = 0.2$ г/кг (3)

смещения линии цветового контраста и полосы мусора относительно полосы пены, являющейся признаком схождения течений на фронте [24].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Впервые смоделирована динамика осеннего речного термобара.
2. Рассчитаны значения потоков коротковолновой и длинноволновой радиации, скрытого и явного тепла в период выхолаживания озера Камлупс.
3. Получены распределения температуры, солёности, линий тока в озере Камлупс во время существования осеннего термобара.
4. Выявлено качественное соответствие рассчитанных температурных полей с данными натурных наблюдений.
5. Установлено влияние минерализации вод речного притока на эволюцию термобара.

Автор выражает благодарность рецензенту за ценные замечания и рекомендации, позволившие улучшить текст статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-35-00029 мол_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Forel F.A. // L'Écho des Alpes. 1880. N 3. P. 149.
2. Тихомиров А.И. Термика крупных озер. Л., 1982.
3. Holland P.R., Kay A., Botte V. // J. Mar. Syst. 2003. **43**, N 1–2. P. 61.
4. Farrow D.E., McDonald N.R. // J. Geophys. Res. Oceans. 2002. **107**, N 5. P. 1.
5. Блохина Н.С., Орданович А.Е., Савельева О.С. // Водные ресурсы. 2001. **28**, № 2. С. 224. (Blokhina N.S., Ordanovich A.E., Savel'eva O.S. // Water Resources. 2001. **28**, N 2. P. 201.)
6. Цветова Е.А. // Метеорология и гидрология. 1997. № 9. С. 58.
7. Malm J. // Nordic Hydrology. 1995. **26**, N 4–5. P. 331.
8. Tsydenov B. O., Kay A., Starchenko A. V. // Procedia Computer Science. 2015. **51**, N 1. P. 2658.
9. Блохина Н.С. // Водные ресурсы. 2014. **41**, № 4. С. 355. (Blokhina N.S. // Water Resources. 2014. **41**, N 4. P. 379.)
10. Botte V., Kay A. // Dyn. Atmos. Oceans. 2002. **35**, N 2. P. 131.
11. Farrow D.E. // Environ. Fluid Mech. 2002. **2**, N 3. P. 197.
12. Tsydenov B. O., Kay A., Starchenko A. V. // Ocean Modelling. 2016. **104**. P. 73.
13. Александрова М.П., Гулев С.К., Синицын А.В. // Метеорология и гидрология. 2007. № 4. С. 45. (Aleksandrova M.P., Gulev S.K., Sinitsyn A.V. // Russian Meteorology and Hydrology. 2007. **32**, N 4. P. 245.)
14. Wilcox D. C. // AIAA J. 1988. **26**, N 11. P. 1299.
15. Цыденов Б.О., Старченко А.В. // Вест. Том. гос. ун-та. Матем. и мех. 2014. № 5(31). С. 104.

16. *Chen C. T., Millero F. G.* // *Limnol. Oceanogr.* 1986. **31**, N 3. P. 657.
17. *Цыденов Б. О.* // *Вычисл. технологии.* 2017. **22**, № S1. С. 113.
18. *Цыденов Б. О.* Численное моделирование эффекта весеннего термобара в глубоком озере: Дисс. . . . канд. физ.-мат. наук. Томск. 2013.
19. *Tsydenov B. O., Starchenko A. V.* // *Proc. SPIE.* 2015. **9680**. 96800H.
20. *Orlanski I.* // *J. Comput. Phys.* 1976. **21**, N 3. P. 251.
21. *John B. E. St., Carmack E. C., Daley R. J.* et al. *The limnology of Kamloops Lake*, B. C. Vancouver, 1976.
22. *Holland P. R.* Numerical modelling of the riverine thermal bar: Ph.D. Thesis. Loughborough, 2001.
23. *Блохина Н. С.* // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 2015. № 4. С. 102. (*Blokhina N. S.* // *Moscow University Phys. Bull.* 2015. **70**, N 4. P. 319.)
24. *Федоров К. Н.* Физическая природа и структура океанических фронтов. Л., 1983.

Numerical Modeling of the Effect of Inflow Water Mineralization in the Dynamics of the Autumnal Thermal Bar in Kamloops Lake

B. O. Tsydenov

Computational Geophysics Laboratory, Faculty of Mechanics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk 634050, Russia.

E-mail: tsydenov@math.tsu.ru.

The results of numerical modeling of hydrodynamic processes that occur during the period of existence of an autumnal thermal bar in Kamloops Lake, Canada are presented. These results were obtained using a nonhydrostatic 2.5D model in the Boussinesq approximation with allowance for the diurnal variability of radiative and turbulent heat fluxes at the surface of the lake. A series of numerical experiments with various values of water mineralization in the Thompson River have been performed. The calculations show that the mineralization of inflow river waters has a significant effect on the dynamics of horizontal movements of the thermal front and on the pattern of circulation flows induced by the thermal bar during the period of lake cooling.

Keywords: autumnal thermal bar, mathematical model, temperature of maximum density, numerical experiment, Kamloops Lake.

PACS: 92.40.Cy.

Received 19 July 2017.

English version: *Moscow University Physics Bulletin.* 2018. **73**, No. 4. Pp. 435–440.

Сведения об авторах

Цыденов Баир Олегович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (3822) 783-593, e-mail: tsydenov@math.tsu.ru.