Улучшенная генерация высших гармоник и подавление низших гармоник в рентгеновском ЛСЭ с двухчастотным ондулятором

К. В. Жуковский[a]
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

Статья поступила 24.01.2018, принята к публикации 26.02.2018.

Проводится теоретическое исследование и моделирование подавления низших гармоник излучения лазера на свободных электронах (ЛСЭ) с двухчастотным ондулятором. Для этого применяется феноменологическая модель ЛСЭ, которая описывает эволюцию мощности в ЛСЭ с учетом всех основных потерь. Проводится сравнение излучения гармоник в ЛСЭ с двухчастотным плоским ондулятором и с обычным плоским ондулятором. Исследуется излучение гармоник и индуцированный ЛСЭ разброс энергии в однопроходном ЛСЭ, где низшие по отношению к n-й гармонике подавлены, например, сдвигом фазы электронов относительно фотонов на $k\pi/n$, k — четное между ондуляторными секциями. Показываются преимущества использования двухчастотного ондулятора в ЛСЭ с подавленными низшими гармониками и возможность генерации в нем мощного рентгеновского излучения высших гармоник в линейном режиме. Мощность последних может превосходить мощность основного тона обычного ЛСЭ с плоским ондулятором.

Ключевые слова: ондуляторное излучение, генерация гармоник, лазер на свободных электронах (ЛСЭ), двухчастотный ондулятор, фазовый сдвиг.
УДК: 539.12.01. PACS: 41.60 m, 41.60 m, 41.60.Ap, 41.60.Cr.

ВВЕДЕНИЕ

Синхротронное излучение (СИ) и ондуляторное излучение (ОИ) возникают при движении в магнитных полях ускоренных релятивистских зарядов с $\gamma = E/mc^2 \gg 1$, где γ — релятивистский параметр, E — энергия электрона, m — масса электрона, c — скорость света. СИ возникает при движении заряженных частиц по круговой траектории и приходит к пользователю с ее короткого участка, а ОИ возникает при движении зарядов в пространственно–периодическом магнитном поле и собирается со всей длины ондулятора [1, 2]. Таким образом, существенная разница между СИ и ОИ заключается в длине, на которой оно формируется. Принцип действия ондулятора был предложен в 1947 г. В. Л. Гинзбургом [3], который отметил, что излучение не сгруппированного электронного пучка в ондуляторе некогерентно, а излучение электронного сгустка (микробанча), продольные размеры которого меньше длины генерируемой волны, когерентно, как и излучение от последовательности таких микробанчей, разделенных длиной волны излучения. Ондулятор был реализован в 1951 г. Х. Мотцом (H. Motz) [4]. Строгая теория ОИ представлена, например, в [1, 5–9]. В основном интерес к ОИ в последние десятилетия стимулируется возможностью формирования когерентного ОИ и созданием лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) — устройств, в которых взаимодействие ОИ с электронами в ондуляторе вызывает их группировку на длине волны излучения. При этом происходит значительный рост интенсивности излучения и оно становится в большой степени когерентным. Обычные источники когерентного излучения — лазеры — работают на длинах волн более 200 нм. Для генерации более коротковолнового когерентного излучения трудно найти материалы с хорошим коэффициентом отражения. Для исследования физических, химических и биологических процессов на масштабе нанометра в качестве источников излучения используют ЛСЭ. Рентгеновские ЛСЭ значительно превосходят мощность СИ в рентгеновском диапазоне [10–16].

Сама идея ЛСЭ была сформулирована Гинзбургом, который также предложил динамический ондулятор с движением электронного пучка в переменном во времени поле электромагнитной волны. Описание взаимодействия релятивистского электронного пучка в ондуляторе с излучением и теория ЛСЭ с малым коэффициентом усиления (small gain) были впервые предложены Мадэем (Madey) [17]; он также предположил, что ЛСЭ могут генерировать когерентное рентгеновское излучение. Экспериментальное подтверждение теории Мадэя было получено в [18, 19]. Кроме режима малого усиления в ЛСЭ возможен также режим большого усиления сигнала (high gain) [20–24], при котором экспоненциальный рост мощности излучения и насыщение происходят в ЛСЭ без оптического резонатора за один проход излучения. Отсутствие зеркал снимает естественное ограничение ЛСЭ по мощности и частоте, но отсутствие оптического резонатора не позволяет использовать его моды для задания структуры излучения. В ЛСЭ со спонтанным самоусилением излучения (ССИ) процесс генерации зарождается из начального шума со случайной фазой и приводит к постепенному образованию групп электронов, разделенных длиной волны излучения. На выходе такого ЛСЭ можно получить серии сверхкоротких импульсов большой пиковой мощности с хорошей пространственной когерентностью, но случайный характер начального шума обусловливает слабую временную когерентность излучения ЛСЭ ССИ. Для преодоления этого недостатка можно использовать затравочное лазерное излучение на частоте ЛСЭ. В современных ЛСЭ, работающих в рентгеновском диапазоне, требуются пучки электронов высоких энергий, а сами ЛСЭ имеют огромные размеры, что обусловливает высокую стоимость и сложность конструкции.

[a] E-mail: zhukovsk@physics.msu.ru

Кроме основной гармоники возможно использование высших гармоник в ЛСЭ. Так, в [25–32] были предложены ЛСЭ с усилением высших гармоник (УВГ или HGHG FEL), сочетающие их генерацию, умножение, усиление и излучение. Генерация высших гармоник ОИ лучше всего осуществляется в ондуляторах с двоякопериодическим магнитным полем [33–37]; в ЛСЭ такие ондуляторы также дают преимущества в мощности гармоник [38, 39]. Далее мы покажем как с использованием имеющихся двухчастотных ондуляторов и электронных пучков с $\gamma \approx 1500$ и током ≈ 1 кА можно получить нано метровое излучение пиковой мощностью ≈ 1 ГВт в ЛСЭ длиной < 30 м. Это меньше размеров устройств, исследованных в [40–43], при этом предлагаемый нами ЛСЭ имеет большую мощность и меньшую длину волны, $\lambda \approx 4$ нм.

1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОПРОХОДНОГО КАСКАДНОГО ЛСЭ

Описание работы ЛСЭ с большим усилением (high gain FEL) проводится как в одномерных, так и в трехмерных моделях (например, [10–15, 44, 45]). В одномерном случае рассматривается эволюция всех процессов в ЛСЭ только по одной координате z вдоль ондулятора ЛСЭ; исследование вопросов фокусировки и др. может быть проделано с помощью соответствующих формул [46–49] или компьютерных программ. Трехмерные модели позволяют описать эффекты аксиальной асимметрии пространственного распределения электронной плотности, фокусировку пучка и др., что в результате дает более реалистичное описание динамики ЛСЭ. Простейшее полуаналитическое описание ЛСЭ с ССИ на основе логистического уравнения было предложено Даттоли [50]. Мощность гармоники n в однопроходном ЛСЭ экспоненциально растет по координате z вдоль оси ЛСЭ до мощности насыщения $P_{n,F} = \frac{P_F}{\sqrt{n}}\left(\frac{f_n}{nf_1}\right)^2$, при использовании $\sim 1/9$ начальной мощности $P_{0,n}$ [10–15]. Зависимость мощности гармоник от z может быть аппроксимирована следующим логистическим уравнением [38]:

$$P_{L,n}(z) \cong \frac{P_{0,n}A(n,z)\,e^{0.223z/Z_s}}{1+(A(n,z)-1)P_{0,n}/P_{n,F}},$$
$$A(n,z) \cong \frac{1}{3} + \frac{\cosh\dfrac{z}{L_{n,g}}}{4.5} + \frac{\cos\dfrac{\sqrt{3}z}{2L_{n,g}}\cosh\dfrac{z}{2L_{n,g}}}{0.444}, \tag{1}$$

где $L_{n,g} \cong \lambda_u/(4\pi\sqrt{3}n^{1/3}\rho_n)$ — длина усиления, $Z_s \cong 1.07L_{1,g}\ln(9P_F/P_{0,1})$ — длина насыщения, $P_F \cong \sqrt{2}\rho_1 P_e$, λu — основной период ондулятора [м], P_e — мощность электронного пучка, $\rho_n = \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{J}{4\pi i}(\lambda_u k_{\text{eff}} f_n)^2\right)^{1/3}$ — параметр Пирса ЛСЭ (например, [13, 14]), k_{eff} — эффективный ондуляторный параметр [36], f_n — коэффициенты Бесселя для гармоники n ОИ (например, [38, 55]), J — плотность электронного тока, А/м^2, $i \cong 1.7 \times 10^4$ — значение тока Альфвена, А. Для предварительно сгруппированного пучка электронов рост мощности гармоник ЛСЭ приближенно описывается следующим образом [51]:

$$P_{L,n}(z) \cong \frac{P_{0,n}F(n,z)}{1+F(n,z)\dfrac{P_{0,n}}{P_{F,n}}},$$
$$F(n,z) \cong \left|2\left(\cosh\frac{z}{L_{n,g}} - \cos\frac{z}{2L_{n,g}}\cosh\frac{z}{2L_{n,g}}\right)\right|, \tag{2}$$

где $P_{0,n}$ — начальная мощность гармоники n, поступающая из предыдущей секции ЛСЭ, или эквивалентная мощность за счет банчинга; непрерывность последнего обеспечивается ренормализацией множителем $\rho_{1,\text{sec}1}/\rho_{1,\text{sec}2}$ для отличающихся друг от друга ондуляторов в соседних секциях. Линейную генерацию гармоник (1)–(2) дополняет нелинейная генерация, при которой мощность гармоник растет как n-я степень мощности основного тона [56–58] и приближенно описывается следующей логистической функцией [51]:

$$Q_n(z) \cong P_{n,0}\frac{\exp(nz/L_g)}{1+(\exp(nz/L_g)-1)P_{n,0}/P_{n,F}}, \tag{3}$$

где $L_g \equiv L_{1,g}$, $P_{n,0} \cong d_n b_n^2 P_{n,F}$ — эквивалентная затравочная мощность за счет банчинга, $d_3 \cong 8$, $d_5 \cong 116$, b_n — индуцированные основной гармоникой ЛСЭ коэффициенты группировки, которые эволюционируют вдоль ЛСЭ таким образом: $b_n(z) \cong h_n(P_1(z)/P_e\rho_1)^{n/2}$ [58], где $h_{1,2,3,4,5} \cong \{1, 1.5, 2.4, 4.3, 7.7\}$. Коэффициенты h_i описывают более ранний рост и насыщение высших гармоник, чем в одномерных моделях, что дает согласие с экспериментом и с 3D-симуляциями. Полная мощность излучения гармоник складывается из линейной и нелинейной составляющих: $P_n = P_{L,n} + Q_n$. Коэффициенты Бесселя f_n [38] для обычного плоского ондулятора (см. (4) с $d = 0$), $f_{n,x} = J_{\frac{n-1}{2}}(n\xi) - J_{\frac{n+1}{2}}(n\xi)$ содержат обычные функции Бесселя $J_n(\xi)$, где $\xi = k^2/4(1+k^2/2)$. Ранее нами было установлено [33–36], что плоский двухчастотный ондулятор с магнитным полем

$$\mathbf{H} = (0,\, H_0(\sin(k_\lambda z) + d\sin(hk_\lambda z)), 0),$$
$$k_\lambda = 2\pi/\lambda_u, \quad h \in \text{Z}, \quad d,\, h = \text{const}, \tag{4}$$

позволяет при определенных значениях d и h усилить гармоники спонтанного ОИ. В исследовании вынужденного ОИ в однопроходном ЛСЭ с двухчастотным ондулятором [55] нами были продемонстрированы большие коэффициенты группировки и соответственно большая мощность гармоник. Коэффициенты Бесселя для ондулятора (4) $f_{n,x} = I_{n-1}^{(h)}(n) + I_{n+1}^{(h)}(n) + \frac{d}{h}\left(I_{n+h}^{(h)}(n) + I_{n-h}^{(h)}(n)\right)$ [53] содержат обобщенные функции Бесселя со следующим интегральным представлением [38]:

$$I_n^{(h)}(m) = \int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\cos\left(n\varphi + \frac{mk^2(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\xi_4)}{1+k_{\text{eff}}^2/2}\right),$$
$$\xi_1 = \frac{\sin(2\varphi)}{4}, \quad \xi_2 = \frac{d\sin((h-1)\varphi)}{h(h-1)}, \tag{5}$$
$$\xi_3 = \frac{d\sin((h+1)\varphi)}{h(h+1)}, \quad \xi_4 = \frac{d^2\sin(2h\varphi)}{4h^3},$$

где $k_{\text{eff}}^2 = k^2 + k_2^2$, $k_2 = k|d/h|$. Для обычного ондулятора $d = 0$. Приведенные выше формулы описывают эволюцию мощности гармоник в идеальных условиях монохроматичного не расходящегося пучка без потерь, что значительно расходится с экспериментом, как показано нами в [62, 63]. Влияние дифракции пучка можно учесть следующей феноменологической формулой [51], корректирующей параметр Пирса:

$$\rho_n \to \rho_{D,n} = \frac{\rho_n}{(1+\mu_{D,n})^{1/3}}, \quad \mu_{D,n} = \frac{\lambda_u \lambda_n}{(4\pi)^2 \rho_n \sigma}, \quad (6)$$

где $\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2}\left(1 + \frac{k_{\text{eff}}^2}{2}\right)$ — длина волны гармоники излучения, $\sigma = \frac{P_e}{\pi E_e \gamma J}$ — сечение гауссова электронного пучка, $E_e = m_e c^2 \cong 0.51 \times 10^6$ эВ — энергия покоя электрона, P_e — мощность пучка, $J = I_0/\pi\sigma$ — плотность тока в гауссовом пучке, I_0 — электронный ток. Кроме этого, нужно учесть тот факт, что высшие гармоники ОИ более чувствительны к неидеальностям пучка и ондулятора, чем основная гармоника, что продемонстрировано нами в [53, 54]. Учет повышенной чувствительности гармоник ЛСЭ к разбросу энергий электронов произведен нами в [55]; при этом получается хорошее согласие с экспериментом и с соответствующими численными симуляциями. Разброс энергий и расходимость пучка увеличивают длину насыщения и уменьшают мощность насыщения для каждой гармоники n, $L_{n,g} \to L_{n,g}\Phi$, $P_{n,F} \to P_{n,F}\eta$. Еще лучшее согласие модели с экспериментом получено нами в [62, 63]. Оно обеспечивается следующими феноменологическими формулами:

$$\mu_{\varepsilon,n}(\sigma_\varepsilon, n) \cong 2n\sigma_\varepsilon \Big/ \left(n^{1/3}\rho_n\right),$$
$$\zeta \cong 1 + 0.07 \sum_{i=x,y} \mu_i + 0.35 \sum_i \mu_i^2, \quad (7)$$

$$\Phi_n \cong \left(\zeta^{n^{1/2}} + 0.165\mu_{\varepsilon,n}^2\right) e^{0.034\mu_{\varepsilon,n}^2},$$
$$\eta_n \cong \frac{\left(e^{-\Phi_n(\Phi_n - 0.9)} + 1.57(\Phi_n - 0.9)/\Phi_n^3\right)}{1.062}. \quad (8)$$

Зависимость $\mu_{x,y}$ от параметров Твисса и эмиттанса приведена в [52]; она довольно сложная и не меняет существа формул (7), (8); для согласованного пучка $\zeta \approx 1.02 - 1.08$. Для стабильной работы ЛСЭ необходим малый разброс энергий и эмиттанс пучка: $\varepsilon_{x,y} \leqslant \lambda_0/4\pi$, $\sigma_\varepsilon \leqslant \rho/2$ (например, [13, 15]). В рентгеновском диапазоне получаем $\zeta \approx 1.01 - 1.04$. В подавляющем большинстве случаев основной тон ЛСЭ доминирует над гармониками. Приведенные выше формулы описывают этот случай. Взаимодействие излучения с электронным банчем увеличивает разброс энергий электронов за счет индуцированного ЛСЭ вклада σ_{FEL}, дополняющего начальный разброс $\sigma_{\varepsilon,0}$ согласно [50].

Выясним, как меняются ранее разработанные формулы для специального случая, когда доминирует гармоника n, а основной тон тем или иным способом подавлен. В отсутствии основного тона рост мощности гармоники n вдоль оси ондулятора не ограничен насыщением основного тона и продолжается далее по z далее, пока не достигнет естественного насыщения с мощностью $P_{F,n} \cong \sqrt{2}\rho_n P_e$, которая значительно превышает $P_{n,F} = \frac{P_F}{\sqrt{n}}\left(\frac{f_n}{nf_1}\right)^2$. С учетом всех потерь реальная мощность окажется несколько ниже. В рамках феноменологической модели лучшее согласие с результатами 3D-симуляций [58] и экспериментом получается с $P_{F,n,D} \cong \sqrt{2}(\rho_{D,n})^2 P_e \eta_n/\rho_n$. Нелинейная генерация гармоник теперь индуцируется гармоникой n и описывается формулой (3), где длина усиления $L_{n,g}$, а не L_g, и мощность насыщения $P_{m\times n,F,D} = \frac{P_{F,n,D}}{\sqrt{m}}\left(\frac{f_{m\times n}}{mf_n}\right)^2 \eta_m$, а не $P_{m,F}$ (1). Банчинг на длине волны субгармоники m индуцируется доминирующей гармоникой n и его коэффициенты эволюционируют так: $b_{m\times n}(z) \cong h_m(P_n(z)/P_e\rho_{D,m\times n})^{m/2}$. Ввиду малости значений параметра Пирса и Бесселя f_m для высоких гармоник в обычных ондуляторах такая генерация субгармоник возможна на практике только в двухчастотных ондуляторах, которые поддерживают высокие гармоники. Разброс энергий индуцируется доминирующей гармоникой n и записывается теперь следующим образом:

$$\sigma_\varepsilon^2(z) = \sigma_{\varepsilon,0}^2 + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\rho_{D,n}P_{0,n}A(n,z)\big|_{\rho\to\rho_{D,n}} \Big/ P_e}{1 + 1.24P_{0,n}\left[A(n,z)\big|_{\rho\to\rho_{D,n}} - 1\right] \Big/ P_{n,F}\eta(\mu_{\varepsilon,n})}}.$$

Описанная выше улучшенная феноменологическая модель ЛСЭ учитывает все основные потери и лучше описывает эволюцию высших гармоник по сравнению с [55]. Учет подавления низших гармоник и описание мощности субгармоник отличает разработанную выше модель от использованной в [59–63] и позволяет применить ее для моделирования каскадного ЛСЭ с подавленным основным тоном, которое мы проведем с следующих разделах. Использование феноменологических параметров позволяет получить соответствие описания роста гармоник трехмерным моделям и эксперименту.

2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ МОЩНОСТИ ГАРМОНИК РЕНТГЕНОВСКОГО ЛСЭ С ДВУХЧАСТОТНЫМ И ОБЫЧНЫМ ОНДУЛЯТОРАМИ

С помощью гармоник ОИ двухчастотных ондуляторов, можно получить мягкое рентгеновское излучение в ЛСЭ с электронным пучком относительно невысоких энергий и низкой частотой затравочного лазера. Для генерации мягкого рентгеновского излучения в нанометровом диапазоне используем параметры ондулятора SPARC, $k = 2.133$, $\lambda_{u,1} = 2.80$ см, электроны энергии $E \approx 0.77$ ГэВ и для двухчастотного ондулятора выберем $h = 3$, $d = 0.7$, чтобы усилить высшие гармоники [36, 53, 54]. Некоторые данные моделирования приведены в Приложении 1. На рис. 1 линиями *2, 3, 5* показана эволюция мощности гармоник ЛСЭ с двухчастотным ондулятором с полем (4), линиями *1, 4, 6* — ЛСЭ с обычным плоским ондулятором с $k = 2.133$, $\lambda_{u,1} = 2.80$ см (Приложение 2), *8* — основная гармоника ЛСЭ с плоским ондулятором с $k = 0.355$, $\lambda_{u,1} = 0.933$ см (Приложение 4), *7* — основная гармоника ЛСЭ с плоским ондулятором с $k = 0.9$, $\lambda_{u,1} = 1.25$ см (Приложение 3).

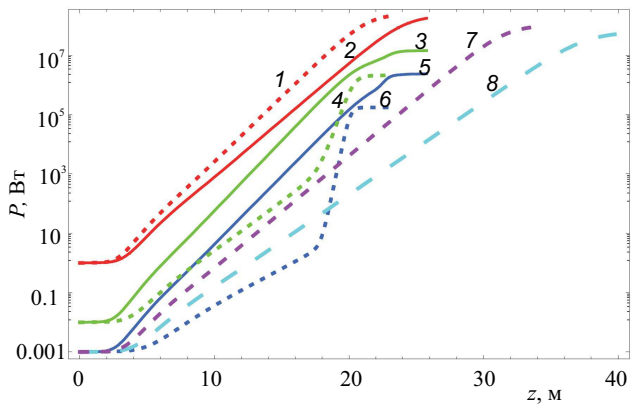

Рис. 1. Рост мощности гармоник по длине ЛСЭ с двухчастотным ондулятором с $k = 2.133$, $\lambda_{u,1} = 2.80$ см, $h = 3$, $d = 0.7$ (линии *2, 3, 5*); с обычным ондулятором, с $k = 2.133$, $\lambda_{u,1} = 2.80$ см (линии *1, 4, 6*); основной тон обычного ондулятора с $k = 0.356$, $\lambda_{u,1} = 0.93$ см, соответствующего второму периодическому полю двухчастотного ондулятора (линия *8*); и основной тон плоского ондулятора с $k = 0.90$, $\lambda_{u,1} = 1.25$ см (линия *7*)

При этом энергии электронных пучков, естественно, выбраны так, чтобы частоты соответствующих гармоник ондуляторов совпадали: основная гармоника *2* с длиной волны $\lambda_{n=1} = 20.6$ нм, третья гармоника *3* — с $\lambda_{n=3} = 6.9$ нм, пятая гармоника *5* — с $\lambda_{n=5} = 4.1$ нм. Штриховые синие линии соответствуют основному тону с $\lambda_{n=1} = 4.1$ нм ЛСЭ с обычными плоскими ондуляторами. Сравнительный анализ поведения мощности гармоник ЛСЭ с двухчастотным ондулятором с $k = 2.133$, $\lambda_{u,1} = 2.80$ см, $h = 3$, $d = 0.7$ (линии *2, 3, 5* на рис. 1) и с обычными ондуляторами (линии *1, 4, 6, 7, 8*) показывает очевидные преимущества двухчастотного ондулятора. Обычный ондулятор с основным полем двухчастотного ондулятора *7, 8* дает мощную основную гармонику *2*, короткую длину насыщения ~ 23 м, но слабые высшие гармоники *4* и *6*, которые индицируются основным тоном в нелинейном режиме после 18 м. На длине 18 м мощность гармоник двухчастотного ондулятора превышает мощность соответствующих гармоник обычного ондулятора в ~ 103 раз (*3, 4, 5, 6* на рис. 1). Используя обычный ондулятор с коротким периодом и полем, соответствующим второму периодическому полю двухчастотного ондулятора, получаем излучение его основной гармоники *7* на длине волны пятой гармоники двухчастотного ондулятора и высокую мощность насыщения ~ 50 МВт. Однако длина усиления и насыщения в этом случае оказывается на $\approx 50\%$ больше, чем у ЛСЭ с двухчастотным ондулятором: 40 м вместо 25 м (рис. 1). На длине 20 м мощность пятой гармоники двухчастотного ондулятора больше в 103 раз (ср. *5* и *8* на рис. 1). ЛСЭ с обычным ондулятором с оптимальными параметрами для генерации основного тона на $\lambda_{n=1} = 4.1$ нм, $k = 0.9$, $\lambda_{u,1} = 1.25$ см имеет бóльшую мощность насыщения, чем мощность насыщения гармоник ЛСЭ с двухчастотным ондулятором, но в линейном режиме до 20 м гармоники двухчастотного ондулятора мощнее на один — два порядка (ср. *5* и *7* на рис. 1). Мощность насыщения пятой гармоники двухчастотного ондулятора ~ 2 МВт достигается на ~ 23 м (*5* на рис. 1); в ЛСЭ с обычным ондулятором она достигается на 33 м (*8* на рис. 1). Кроме того, как показано в [55], для высших гармоник коэффициент группировки электронов в пучке с малым разбросом энергии $\sigma_\varepsilon = 0.0001$ эволюционирует, следуя за коэффициентом группировки для основной частоты ЛСЭ, и лазерный эффект для гармоник получается во многом за счет группировки на их длинах волн λ_n, а не только на длине λ_0. Для обычного ондулятора, где все в основном определяется ростом мощности первой гармоники, коэффициенты группировки для высших гармоник имеют меньшие значения, чем для двухчастотного, и они растут слабо, вплоть до нелинейного роста мощности этих гармоник, индуцированного основным тоном. В ЛСЭ с УВГ, где усилитель–излучатель настроен на высшую гармонику группирователя, использование двухчастотного ондулятора–группирователя электронов дает значительные преимущества в мощности линейной генерации гармоник и группировке на из длинах волн, что позволяет эффективно использовать его и в каскадных ЛСЭ [59–63].

3. УСИЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ГАРМОНИК ЛСЭ ПОДАВЛЕНИЕМ ОСНОВНОГО ТОНА

Выше мы показали, что в ЛСЭ с двухчастотным ондулятором можно получить значительную мощность высших гармоник, однако в процессе экспоненциального роста мощности основная гармоника ЛСЭ доминирует над высшими и определяет индуцированный ЛСЭ разброс энергий электронов. Насыщение высших гармоник наступает с насыщением основного тона ЛСЭ или несколько ранее ([30, 57] и др.). Чтобы получить максимальную мощность высших гармоник ЛСЭ, можно подавить излучение основного тона, например с помощью фильтров или путем наложения фазового сдвига, например в $2\pi/n$ или $4\pi/n$ между электронами и фотонами в линии последовательно установленных ондуляторов [64, 65]. Такая разфазировка положения микробанчей электронов и волны фотонного импульса на $k\pi/n$, где $k = 2, 4, 6\ldots$, не затрагивает процесс лазерного излучения на гармонике n, и последняя может доминировать в спектре ЛСЭ [64, 65]. Ослабление основной частоты ЛСЭ также уменьшает индуцированный ЛСЭ разброс энергии, который теперь зависит от роста мощности гармоник, а не от основного тона.

Нами впервые смоделировано подобное конструктивное решение применительно к двухчастотному ондулятору, в котором происходит сильный рост высших гармоник, не индуцированный основным тоном. В частности, расфазировка электронов и фотонов на $2\pi/5$ не препятствует группировке электронов на длине волны пятой гармоники $n = 5$ и на ней можно получить интенсивное лазерное излучение, в то время сдвиг фаз на $2\pi/5$ нарушает группировку электронов на длинах волн других гармоник [64, 65].

Мы выбрали тот же двухчастотный ондулятор, что и в предыдущем примере на рис. 1 и пучок электронов с $\gamma = 1507$ с малым разбросом энергии $\sigma_\varepsilon = 0.0001$, и током ≈ 1 кА, типичным для современных ЛСЭ [10, 11, 16]. Некоторые данные моделирования приведены в Приложении 5, результат графически представлен на рис. 2. Как видно на рис. 2, подавление основной гармоники позволяет пятой гармонике ЛСЭ

с двухчастотным ондулятором продолжать рост значительно дальше. Насыщение основного тона более не ограничивает мощность пятой гармоники с длиной волны $\lambda_{n=5} = 4.1$ нм. Начиная с длины ~ 22 м в обычном ЛСЭ наступает насыщение пятой гармоники, а в ЛСЭ с подавленными низшими гармониками мощность пятой гармоники растет вплоть до 29 м и достигает насыщения на 1 ГВт (сплошная синяя линия на рис. 2), превосходя на два порядка соответствующую мощность насыщения ~ 10 МВт той же гармоники в обычном ЛСЭ с двухчастотным ондулятором. Учет шума банча не меняет поведения гармоник в конце ЛСЭ, а большая начальная мощность уменьшит длину ЛСЭ.

Более того, в ЛСЭ с двухчастотным ондулятором с подавленными низшими гармониками (например, разфазировкой электронов и фотонов) пятая гармоника (сплошная синяя линия на рис. 2), не будучи ограничена основным тоном, становится доминирующей (сплошная синяя линия на рис. 2) и задает индуцированный разброс энергий в ЛСЭ. Кроме того, она способна сама генерировать высшие по отношению к ней гармоники, подобно тому как главная гармоника в обычном ондуляторе генерирует гармоники в нелинейном режиме. Нами показано, что с пучком электронов с разбросом энергии $\sigma_\varepsilon = 0.0001$ в конце ЛСЭ возможна нелинейная генерация мощной третьей субгармоники с мощностью насыщения ~ 2.6 МВт (сплошная фиолетовая линия на рис. 2) за счет доминирующей в ЛСЭ пятой гармоники. Это невозможно при наличии мощного основного тона в ЛСЭ (пунктирные линии на рис. 2), так как высшие гармоники имеют малую начальную мощность и ограниченный основным тоном рост.

На рис. 3 на левом графике показана эволюция разброса энергии по длине ЛСЭ с двухчастотным ондулятором с подавленной основной гармоникой (сплошная линия) и в случае, когда основной тон, как обычно, доминирует (штриховая линия). Притом что мощность пятой гармоники в обоих случаях растет одинаково до ~ 20 м (ср. сплошную и пунктирную синие линии на рис. 2), а индуцированный ЛСЭ разброс энергий в случае подавленного основного тона значительно меньше на 18–27 м (правый график на рис. 3). Более того, на длине 22.5 м, соответствующей насыщению пятой

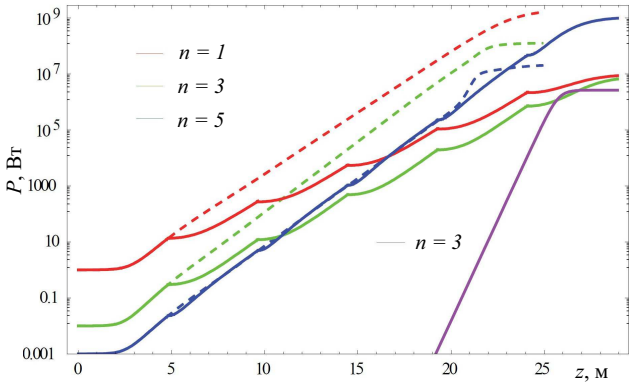

Рис. 2. Рост мощности гармоник ЛСЭ с двухчастотным ондулятором. Рост мощности излучения в ЛСЭ с подавленными 1-й и 3-й гармониками показан сплошными, в обычном ЛСЭ — пунктирными линиями

гармоники обычного ЛСЭ, индуцированный разброс энергии в ЛСЭ с подавлением низших гармоник фазовым сдвигом оказывается почти в восемь раз меньше, чем в обычном ЛСЭ (правый график на рис. 3).

Итак, в ЛСЭ с двухчастотным ондулятором с подавленным основным тоном благодаря значительному, по сравнению с обычным ондулятором, усилению гармоник в линейном режиме, которое происходит независимо от основного тона и не ограничено им, удается получить пятую гармонику с мощностью, превышающей мощность основного тона обычного ондулятора, настроенного на частоту пятой гармоники двухчастотного ондулятора. Кроме того, индуцированный разброс энергий в ЛСЭ с подавленными низшими гармониками значительно ниже по сравнению с обычным.

ВЫВОДЫ

При помощи феноменологической модели ЛСЭ с учетом основных потерь мы сравнили эволюцию мощности гармоник однопроходных ЛСЭ с обычным и с двухчастотным ондуляторами. Сравнение работы ЛСЭ с обычным плоским ондулятором и с двухчастотным плоским ондулятором показало значительные преимущества последнего в генерации и излучении гармоник в линейном режиме независимо от излучения основного тона ЛСЭ. Разница в мощности излучения гармоник в ЛСЭ с обычным плоским и с двухчастотным ондуляторами на одинаковой длине ЛСЭ составляет до 10^2 раз.

Используя подавление низших гармоник ЛСЭ, например с помощью сдвига фазы электронов относительно фотонов между секциями ондуляторов на $2\pi/n$, можно повысить максимальную мощность гармоники n в ЛСЭ. Мы впервые продемонстрировали, что в ЛСЭ с двухчастотным ондулятором и с пучком электронов высокого качества можно сделать пятую гармонику доминирующей. При этом ее излучение происходит независимо от основного тона в линейном режиме и ее мощность насыщения повышается до 100 раз. Например, с электронами с $\gamma = 1500$ и током ≈ 135 А можно получить 125 МВт на длине волны $\lambda_{n=5} \approx 4$ нм на 28 м, а с током 1 кА получаем 1 ГВт излучения на той же длине волны (рис. 2). Эта мощность больше, а длина насыщения короче, чем соответствующие величины для основной гармоники ЛСЭ с обычным ондулятором, работающим на той же длине волны.

Нами продемонстрировано, что в компактном ЛСЭ длиной ~ 28 м с двухчастотным ондулятором и подавленными низшими гармониками возможна генерация мощной, 2.6 МВт, третьей субгармоники на длине волны $\lambda_{n=5\times 3} = 1.37$ нм (сплошная фиолетовая линия на рис. 2) за счет доминирующей пятой гармоники. Это невозможно при наличии мощного основного тона в обычном ЛСЭ даже с двухчастотным ондулятором.

Кроме того, нами показано, что в однопроходном ЛСЭ с подавленными низшими гармониками разброс энергии, определяемый в нашем случае пятой гармоникой двухчастотного ондулятора, оказывается до восьми раз меньше, чем в обычном ЛСЭ, где доминирует основной тон. Разница в индуцированном ЛСЭ разбросе энергии максимальна на длине насыщения пятой гармоники в обычном ЛСЭ.

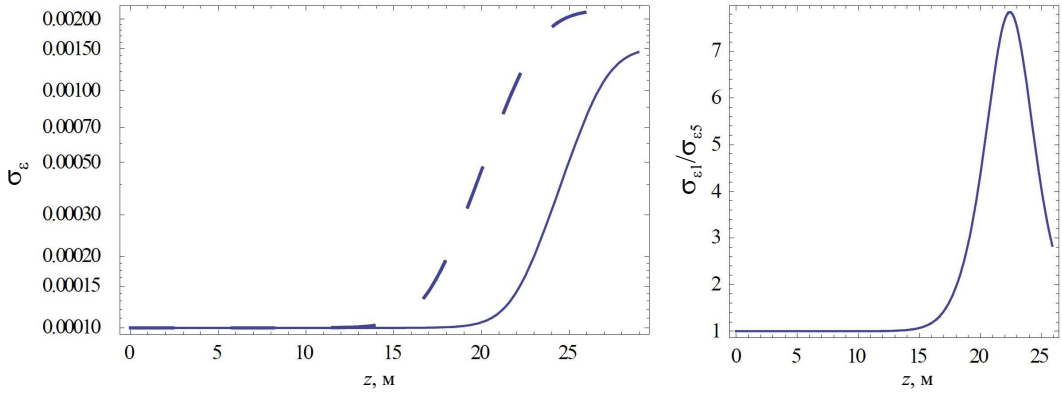

Рис. 3. Эволюция разброса энергий электронов в ЛСЭ по его длине: пунктирные линии соответствуют обычному ЛСЭ, сплошные линии — ЛСЭ с подавленными низшими гармониками. На графике справа — отношение разброса энергий в обычном ЛСЭ к разбросу в ЛСЭ с подавленными низшими гармониками.

Таким образом, фильтрация и подавление низших гармоник, например за счет фазового сдвига электронов и фотонов на $k\pi/n$, $k = 2, 4, 6, \ldots$ еще более повышает эффективность двухчастотного ондулятора в ЛСЭ и позволяет получить мощное доминирующее излучение гармоники n в рентгеновском диапазоне, достигающее мощности 1 ГВт с электронным током 1 кА. Рассмотренные компактные ЛСЭ с генерацией высших гармоник представляют альтернативу большим и дорогостоящим установкам типа X-FEL [66] и др.

Авторы благодарят профессора А. В. Борисова, профессора В. Ч. Жуковского, профессора А. Н. Васильева и ведущего научного сотрудника А. Е. Лобанова за полезные обсуждения.

Приложение 1

Некоторые данные моделирования излучения ЛСЭ на 20.6 нм с двухчастотным ондулятором (рис. 1):

$$f_n = \{0.685, 0.526, 0.421\},$$
$$\rho_n = \{0.0012, 0.0011, 0.0010\}, \quad \gamma = 1507,$$
$$P_E = 104 \text{ ГВт}, \quad J = 9.96 \times 10^9 \text{ А/м}^2,$$
$$\sigma = 4.31 \times 10^{-9} \text{ м}^2, \quad I_0 = 135 \text{ А},$$
$$\sigma_e = 0.0001, \quad \zeta = 1.07, \quad k = 2.133, \quad h = 3,$$
$$d = 0.7, \quad \lambda_u = 2.8 \text{ см}, \quad L_s = 26 \text{ м}, \quad L_{\text{gain}} = 1.1 \text{ м},$$
$$\lambda_n = 1 = 20.6 \text{ нм}, \quad \lambda_{n=3} = 6.9 \text{ нм}, \quad \lambda_{n=5} = 4.1 \text{ нм}.$$

Приложение 2

Некоторые данные моделирования излучения ЛСЭ на 20.6 нм с обычным плоским ондулятором с периодом 2.8 см (рис. 1):

$$f_n = \{0.799, 0.330, 0.201\},$$
$$\rho_n = \{0.0014, 0.0008, 0.0006\}, \quad \gamma = 1492,$$
$$P_E = 104 \text{ ГВт}, \quad J = 9.96 \times 10^9 \text{ А/м}^2,$$
$$\sigma = 4.36 \times 10^{-9} \text{ м}^2, \quad I_0 = 136 \text{ А},$$
$$\sigma_e = 0.0001, \quad \zeta = 1.07, \quad k = 2.133, \quad \lambda_{u,1} = 2.8 \text{ см},$$
$$L_s = 23 \text{ м}, \quad L_{\text{gain}} = 1.0 \text{ м}, \quad \lambda_{n=1} = 20.6 \text{ нм},$$
$$\lambda_{n=3} = 6.9 \text{ нм}, \quad \lambda_{n=5} = 4.1 \text{ нм}.$$

Приложение 3

Некоторые данные моделирования излучения ЛСЭ с основной гармоникой на 4.1 нм с обычным плоским ондулятором с периодом 1.33 см (рис. 1):

$$f_n = \{0.923, 0.188, 0.055\},$$
$$\rho_n = \{0.0006, 0.0002, 0.0001\}, \quad \gamma = 1507,$$
$$P_E = 103.95 \text{ ГВт}, \quad J = 9.96 \times 10^9 \text{ А/м}^2,$$
$$\sigma = 4.31 \times 10^{-9} \text{ м}^2, \quad I_0 = 135 \text{ А},$$
$$\sigma_e = 0.0001, \quad \zeta = 1.07, \quad k = 0.9, \quad \lambda_{u,1} = 1.33 \text{ см},$$
$$L_s = 34 \text{ м}, \quad L_{\text{gain}} = 1.2 \text{ м}, \quad \lambda_{n=1} = 4.1 \text{ нм}.$$

Приложение 4

Некоторые данные моделирования излучения ЛСЭ с основной гармоникой на 4.1 нм с обычным плоским ондулятором с периодом 0.93 см (рис. 1):

$$f_n = \{0.985, 0.044, 0.003\},$$
$$\rho_n = \{0.0003, 4 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-6}\}, \quad \gamma = 1098,$$
$$P_E = 104 \text{ ГВт}, \quad J = 9.96 \times 10^9 \text{ А/м}^2,$$
$$\sigma = 5.92 \times 10^{-9} \text{ м}^2, \quad I_0 = 185 \text{ А},$$
$$\sigma_e = 0.0001, \quad \zeta = 1.07, \quad k = 0.356, \quad \lambda_{u,1} = 0.93 \text{ см},$$
$$L_s = 40 \text{ м}, \quad L_{\text{gain}} = 1.4 \text{ м}, \quad \lambda_{n=1} = 4.1 \text{ нм}.$$

Приложение 5

Некоторые данные моделирования излучения ЛСЭ на 4.1 нм с двухчастотным ондулятором с подавлением основного тона сдвигом фазы электронов и фотонов между секциями (рис. 2):

$$f_n = \{0.685, 0.526, 0.421\},$$
$$\rho_n = \{0.0014, 0.0012, 0.0010\}, \quad \gamma = 1507,$$
$$P_E = 800 \text{ ГВт}, \quad J = 9.96 \times 10^9 \text{ А/м}^2,$$
$$\sigma = 3.3 \times 10^{-8} \text{ м}^2, \quad I_0 = 1039 \text{ А},$$
$$\sigma_e = 0.0001, \quad \zeta = 1.07, \quad k = 2.133, \quad h = 3,$$
$$d = 0.7, \quad P_0 = 1 \text{ Вт}, \quad \lambda_u = 2.8 \text{ см},$$
$$L_s = 25 \text{ м}, \quad L_{s5} = 29 \text{ м}, \quad L_{\text{gain}} = 1 \text{ м},$$
$$\lambda_{n=1} = 20.6 \text{ нм}, \quad \lambda_{n=3} = 6.9 \text{ нм}, \quad \lambda_{n=5} = 4.1 \text{ нм},$$
$$\lambda_{n=5\times3} = 1.37 \text{ нм}, \quad P^{\text{sat}}_{n=5} = 1.0 \text{ ГВт},$$
$$P^{\text{sat}}_{n=5\times3} = 2.6 \text{ МВт}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Багров В. Г., Бисноватый-Коган Г. С., Бордовицын В. А.* Теория излучения релятивистских частиц. М.: Физматлит, 2002.
2. *Багров В. Г., Тернов И. М., Холомай Б. В.* Излучение релятивистских электронов в продольном периодическом электрическом поле кристалла. Томск: ТФ СО АН СССР, 1987.
3. *Гинзбург В. Л.* // Изв. АН СССР (Физика). 1947. **11**. С. 1651.
4. *Motz H., Thon W., Whitehurst R. N. J.* // Appl. Phys. 1953. **24**. P. 826.
5. *Арцимович Л. А., Померанчук И. Я.* // ЖЭТФ. 1946. **16**. С. 379.
6. *Тернов И. М., Михайлин В. В., Халилов В. Р.* Синхротронное излучение и его применения. М.: Изд-во МГУ, 1980.
7. *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А. Бессонов Е. Г.*// ЖТФ. 1974. **18**. С. 1336.
8. *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Черенков П. А.* // УФН. 1989. **157**. С. 389
9. *Alexeev V. I., Bessonov E. G.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1991. **308.** С. 140.
10. *McNeil B. W. J., Thompson N. R.* // Nature Photonics. 2010. **4**. P. 814.
11. *Pellegrini C., Marinelli A., Reiche S.* // Rev. Mod. Phys. 2016. **88**. 015006.
12. *Huang Z., Kim K. J.* // Phys. Rev. ST-AB. 2007. **10**. 034801.
13. *Saldin E. L., Schneidmiller E. A., Yurkov M. V.* The Physics of Free Electron Lasers. Springer, Singapore, 2000.
14. *Bonifacio R., Pellegrini C., Narducci L.* // Opt. Comm. 1984. **50**. P. 373.
15. *Schmüser P., Dohlus M., Rossbach J., Behrens C.* Springer Tracts in Modern Physics. **258**. Springer, 2014.
16. *Pellegrini C.* // Phys. Scr. 2016. **2016**. 014004.
17. *Madey J. M. J.* // J. Appl. Phys. 1971. **42**. P. 1906.
18. *Elias L. R.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1976. **36**. P. 717.
19. *Deacon D. A.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1977. **38.** P. 892.
20. *Kroll N. M., McMullin W. A.* // Phys. Rev. A. 1978. **17.** P. 300.
21. *Colson W. B.* // Nucl. Instrum. Meth. A. 1997. **393**. P. 82–85.
22. *Sprangle P., Smith R. A.* // Phys. Rev. A. 1980. **21**. P. 293.
23. *Bonifacio R., Pellegrini C., Narducci L. M.* // Opt. Comm. 1984. **50**. P. 373.
24. *Kim K. J., Xie M.* // Nucl. Instrum. Meth. A. 1993. **331**. P. 359–364.
25. *Yu L.-H.* et.al. // Science. 2000. **289**. P. 932.
26. *Yu L.-H.* // Phys. Rev. A. 1991. **44**. P. 5178.
27. *Saldin E. L., Schneidmiller E. A., Yurkov M. V.* // Opt. Comm. 2002. **202**. P. 169.
28. *Shaftan T., Yu L.-H.* // Phys. Rev. E. 2005. **71**. 046501.
29. *Li He-Ting, Jia Qi-Ka* // Chinese Physics C. 2013. **37**. 028102.
30. *Deng Hai-Xiao, Dai Zhi-Min* // Chinese Physics C. 2013. **37**. 102001.
31. *Deng Hai-Xiao, Dai Zhi-Min* // Chinese Physics C. 2010. **34**. P. 1140.
32. *Ling Zeng* et al. // Chinese Physics C. 2016. **40**. 098102.
33. *Жуковский К. В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2015. № 4. С. 18.
34. *Zhukovsky K. V.* // J. Electromagn. Wave. 2015. **29**. P. 132.
35. *Zhukovsky K.* // J. Electromagn. Wave. 2014. **28**. P. 1869.
36. *Zhukovsky K.* // Laser Part. Beams. 2016. **34**. P. 447.
37. *Mishra G., Gehlot M., Hussain J.-K.* // Nucl. Instrum. A. 2009. **603**. P. 495.
38. *Dattoli G., Mikhailin V. V., Ottaviani P. L., Zhukovsky K.* // J. Appl. Phys. 2006. **100**. 084507.
39. *Dattoli G., Mirian N. S., DiPalma E., Petrillo V.* // Phys. Rev. ST-AB. 2014. **17**. 050702.
40. *Shintake T.* // Nature Photonics. 2008. **2**. P. 555.
41. *Yu L.-H.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. **91**. 074801.
42. *McNeil B.* // Nature Photonics. 2008. **2**. P. 522.
43. *Tiedtke K.* et al. // New J. Phys. 2009. **11**. 023029.
44. *Seddon E. A.* et al. // Rep. Prog. Phys. 2017. **80**. P. 115901.
45. *Saldin E. L.* et al. // New J. Phys. 2010. **12**. P. 035010.
46. *Quattromini M.* et al. // Phys.Rev ST-AB. 2012. **15**. 080704.
47. *Walker R. P.* // Nucl. Instrum. Meth. A. 1993. **335**. P. 328.
48. *Винокуров Н. А., Левичев Е. Б.* // УФН. 2015. **185**. С. 917.
49. *Onuki H., Elleaume P.* Undulators, wigglers and their applications, Taylor & Francis. New York, 2003.
50. *Dattoli G., Ottaviani P. L.* // Opt.Comm. 2002. **204**. P. 283.
51. *Dattoli G., Ottaviani P. L., Pagnutti S.* // J. Appl. Phys. 2005. **97**. P. 113102.
52. *Dattoli G., Giannessi L., Ottaviani P. L., Ronsivalle C.* // J. Appl. Phys. 2004. **95.** P. 3206.
53. *Zhukovsky K.* // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B, 2016. **369**. P. 9.
54. *Zhukovsky K.* // Opt. Comm. 2015. **353**. P. 35.
55. *Zhukovsky K., Potapov I.* // Laser Part. Beams, 2017. **35**. P. 326.
56. *De Martini F.* Laser Handbook, edited by W. B. Colson, C. Pellegrini and A. Renieri (North-Holland, Amsterdam), 1990. **6**. P. 195.
57. *Bonifacio R., De Salvo L., Pierini P.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 1990. **293**. P. 627.
58. *Huang Z., Kim K.-J.* // Phys. Rev. E. 2000. **62**. P. 7295.
59. *Zhukovsky K.* // EPL. 2017. **119**. P. 34002.
60. *Жуковский К. В.* // Изв. вузов. Физика. 2017. **60**, № 9. С. 155.
61. *Жуковский К.В.* // Изв. вузов. Физика. 2018. **61**, № 2. С. 67.
62. *Zhukovsky K.* // J. Phys. D. 2017. **50**. 505601.
63. *Zhukovsky K.* // J. Appl. Phys. 2017. **122**. 233103.
64. *McNeil B. W. J., Robb G. R. M., Poole M. W., Thompson N. R.* // Phys. Rev. Lett. 2006. **96**. 084801.
65. *Schneidmille, E.A., Yurkov M. V.* // Phys. Rev. ST-AB. 2012. **15**. 080702.
66. *Altarelli M.* et al. // European XFEL Annual Report No. XFEL.EUAR-2016. 2016.

Improved Generation of Higher Harmonics and Suppression of the Lowest Harmonics in an X-Ray FEL with a Two-Frequency Undulator

K. V. Zhukovsky

Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia. E-mail: zhukovsk@physics.msu.ru.

Theoretical research and simulation of the suppression of the lowest harmonics of free-electron laser radiation (FEL) with a two-frequency undulator was carried out. A phenomenological model of an FEL that describes the evolution of power in an FEL considering all the main losses was used. Radiation of harmonics in an FEL with a two-frequency flat undulator is compared with the radiation of harmonics in an FEL with an ordinary flat undulator. Radiation of harmonics and the FEL-induced energy spread in a single-pass FEL, where harmonics that are lower with respect to the nth harmonic are suppressed, for example, by a shift of the electron phase relative to photons by $k\pi/n$, $k =$ even, between the undulator walls were investigated. The advantages of using a two-frequency undulator in an FEL with suppressed lowest harmonics and the possibility of generating high-power X-ray radiation of higher harmonics in a linear mode are illustrated. The power of the higher harmonics can exceed the pitch power of an ordinary FEL with a flat undulator.

Keywords: undulator radiation, harmonic generation, free-electron laser (FEL), two-frequency undulator, phase shift.
PACS: 41.60 m. 41.60 m, 41.60.Ap, 41.60.Cr.
Received 24 January 2018.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2018. **73**, No. 5. Pp. 462–469.

Сведения об авторах

Жуковский Константин Владимирович — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: zhukovsk@physics.msu.ru.