Термодинамически согласованные уравнения состояния

Н. Н. Калиткин,[1] И. А. Козлитин,[1] А. А. Белов[2,3,a]

[1] *Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН. Россия, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4.*

[2] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

[3] *Российский университет дружбы народов. Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо–Маклая, д. 6.*

Статья поступила 01.11.2017, принята к публикации 20.11.2017.

Уравнение состояния газовой плазмы хорошо описывается моделью Саха. В данной работе в модель Саха включен учет собственного объема ионных остовов. Это позволило распространить модель Саха на область сверхвысоких плотностей и умеренных температур, где плазму можно называть жидкой. При этом термодинамика модели Саха существенно сблизилась с термодинамикой модели Томаса—Ферми с поправками (ТФП), которую традиционно применяют для описания конденсированного вещества. Это улучшило согласие теории с экспериментальными данными. С помощью специально интерполяции модель Саха и модель ТФП объединены в единое уравнение состояния, в котором обеспечена строгая термодинамическая согласованность всех величин. Последнее очень важно для применения уравнения состояния в газодинамических расчетах.

Ключевые слова: плазма, модель Саха, объем ионных остовов.
УДК: 533.9. PACS: 52.80.-s, 52.70.-m, 52.25.Kn.

1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННЫЕ МОДЕЛИ

При расчете мишеней для термоядерного синтеза или других конструкций современной физики применяются газодинамические коды. Физическим наполнением таких кодов служат таблицы термодинамических функций и других свойств веществ. Некоторые известные газодинамики замечали, что при использовании сложных ультрасовременных моделей термодинамики в таких расчетах возникали нефизичные эффекты. Они объяснили эти эффекты тем, что в использованных таблицах была нарушена термодинамическая согласованность различных величин; например, не выполнялось фундаментальное соотношение $\partial E/\partial V = T\partial P/\partial T - P$.

Чтобы избежать подобных нарушений, необходимо строить термодинамику из минимума некоторого термодинамического потенциала; например, особенно удобна свободная энергия $F(T, V, \mathbf{x})$, где $\mathbf{x}$ – вектор концентраций всех сортов частиц. Само выражение $F(T, V, \mathbf{x})$ является модельным, то есть приближенным, но все дальнейшие выкладки должны быть строгими, без упрощений, иначе может нарушиться термодинамическая согласованность выражений. Это существенно обесценивает сложные модели типа функционала плотности, так как в них не удается чисто выполнить все выкладки. Наоборот, повышается ценность простых, но строго построенных моделей.

В данной работе показано, как на примере двух достаточно простых моделей — модели ионизационного равновесия плазмы (модель Саха) и модели Томаса—Ферми с квантовой и обменной поправками (модель ТФП) можно построить единое уравнение состояния, хорошо описывающее термодинамику плазмы в диапазоне температур $T = 1$ эВ $- 40$ кэВ и плотности $\rho = 10^{-6} - 10^{+6}$ г/см^3. Такой диапазон покрывает потребности как астрофизических приложений, так и важнейших современных научно-технических приложений: управляемый термоядерный синтез, магнитокумулятивные генераторы сверхмощных магнитных полей и сверхсильных токов, сильноточные излучающие разряды, используемые для накачки сверхмощных лазеров, и многие другие.

2. МОДЕЛЬ САХА

Газовая плазма хорошо описывается моделью ионизационного равновесия (моделью Саха [1]). В ней рассматриваются электроны и k-кратные ионы с относительными концентрациями x_e, x_k. Для нее ранее предлагалось [2]

$$F = F_e + \sum_k x_k F_k + F_q + F_{mf}. \tag{1}$$

Здесь электроны считаются частично вырожденными:

$$F_e = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} T^{5/2} V \left[\frac{\mu}{T} I_{1/2}\left(\frac{\mu}{T}\right) - \frac{2}{3} I_{3/2}\left(\frac{\mu}{T}\right) \right], \tag{2}$$

где μ — химический потенциал и I_m — функции Ферми—Дирака. Ионы считались классическими и точечными:

$$F_k = \sum_{j=0}^{k} \varphi_j - T \ln \left[\frac{eVG_k}{x_k} \left(\frac{MT}{2\pi}\right)^{3/2} \right], \qquad e = 2.71828\ldots, \tag{3}$$

где φ_j — потенциалы ионизаций. Слагаемое F_q описывает кулоновское взаимодействие зарядов. Поскольку плазма в целом электронейтральна, величина $F_q < 0$. Различными авторами предлагались модельные выражения для F_q, предсказывавшие так называемый плазменный фазовый переход: скачкообразную конденсацию газообразной плазмы в жидкость при газовых плотностях. Однако ни в одном эксперименте этот фазовый переход не был обнаружен.

В [3, 4] было замечено, что в свободную энергию нужно вводить энергию плазменного микрополя.

[a] E-mail: aa.belov@physics.msu.ru

Это электрическое поле, создаваемое хаотическим тепловым движением свободных зарядов (ионов и электронов). Его энергия пропорциональна квадрату средней напряженности и положительна: $F_{mf} > 0$. Эта энергия должна в точности компенсировать величину F_q. Поясним причину такой компенсации.

Во-первых, плазменное микрополе существует только вместе с плазмой и не отделимо от нее. Оно не может «вытечь» из плазмы, в отличие от, например, излучения. Тем самым система плазма-микрополе является замкнутой. Энергия замкнутой системы не меняется. Поэтому энергии кулоновского взаимодействия и плазменного микрополя должны точно компенсироваться.

В самом деле, введем в кулоновское взаимодействие коэффициент пропорциональности α, который будем менять от 0 до 1. При $\alpha = 0$ плазма идеальна, то есть кулоновское взаимодействие равно нулю, а микрополе отсутствует. Тем самым сумма энергии взаимодействия и энергии микрополя равна нулю. При увеличении α до 1 в силу замкнутости системы эта сумма будет оставаться нулем. Это и доказывает сделанное выше утверждение о точной компенсации.

Во-вторых, любое взаимодействие частиц можно рассматривать через создаваемые ими поля. Поэтому плазменное микрополе есть самосогласованное поле взаимодействия зарядов. Следовательно, энергии микрополя и непосредственного кулоновского взаимодействия должны совпадать по модулю. Таким образом, энергия плазменного микрополя F_{mf} в точности компенсирует кулоновское слагаемое $F_q + F_{mf} = 0$. Это объясняет, почему плазменный фазовый переход так и не был обнаружен.

Учтем объем ионных остовов v_k. Из соображений размерности их радиусы $r_k = c(k+1)/\varphi_{k+1}$, где c — безразмерный коэффициент. Тогда в (1)–(3) надо вместо V подставить $V - v$, где

$$v = \sum_k x_k v_k, \quad v_k = \frac{4\pi}{3} r_k^3, \quad r_k = c\frac{k+1}{\varphi_{k+1}}.$$

Минимизируя F по всем концентрациям с учетом законов сохранения частиц и зарядов, получим обобщенные уравнения Саха:

$$\mu + T\ln\left(\frac{G_{k-1}x_k}{G_k x_{k-1}}\right) + \varphi_k + \Delta\varphi_k = 0.$$

Здесь $\Delta\varphi_k = P(v_k - v_{k-1})$ являются уменьшениями потенциалов ионизации, вызванными конечностью ионных объемов. Все термодинамические функции получаются дифференцированием F по T и V, например

$$P = -\frac{\partial F}{\partial V} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi^2} T^{5/2} I_{3/2}\left(\frac{\mu}{T}\right) + \frac{T}{V - v}.$$

Такие термодинамические выражения являются строго согласованными.

Коэффициент c можно оценить из разных соображений. Например, определим радиусы нейтральных атомов r_0 из нормальных плотностей веществ ρ_0 и сравним с (2), беря r_0 и φ_1 из справочников [5, 6]. На рис. 1 показано соответствующее c для всех элементов периодической системы. Оно колеблется в основном

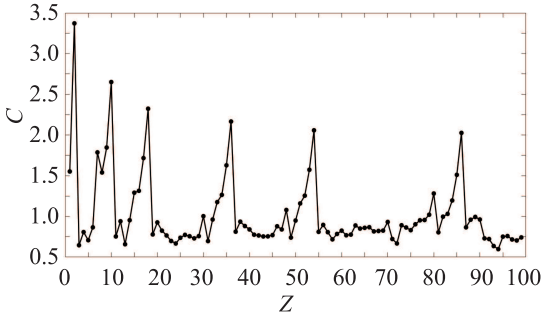

Рис. 1. Оценка c по ρ_0 для разных элементов

около 0.8. Эти значения не сильно отличаются от 1, что показывает разумность сделанного предположения.

Однако для многозарядных ионов такую оценку сделать невозможно. Далее мы рассмотрим другой способ оценки.

Заметим, что учет объема ионных остовов предпринимался и ранее (см., например, [7]). В указанной работе конечность ионных остовов учитывалась за счет введения эффективного потенциала взаимодействия. Он состоял из потенциала Юкавы, описывающего отталкивание на близких расстояниях, и кулоновского «хвоста», описывающего дальнодействие. Такой потенциал содержал несколько подгоночных параметров для каждого химического элемента, а точность оказывалась невысокой $\sim 10 - 20\,\%$ [8]. Вопрос о термодинамической согласованности указанной модели остается открытым, поскольку авторы его не исследовали. При этом они не исходили из термодинамического потенциала, а подходы такого рода лишь в исключительных случаях приводят к термодинамически согласованным моделям.

3. ЖИДКАЯ ПЛАЗМА

Обычно под плазмой понимают газовое состояния вещества, когда температура достаточно велика для одно- или многократной ионизации, а образовавшиеся ионы и электроны движутся как свободные частицы. Последнее справедливо при не слишком высоких плотностях. При сверхвысоких плотностях и высоких температурах вещество также может состоять из ионов и свободных электронов, но при этом свобода их движения будет ограничена малым объемом атомной ячейки. При этом ионы почти соприкасаются, так что в их расположении устанавливается ближний порядок. Однако дальний порядок в расположении ионов отсутствует. В оставшемся свободном объеме движутся электроны. Такое состояние с ближним порядком напоминает жидкость, и его естественно называть жидкой плазмой.

При точечных ионах ни о каком ближнем порядке не может быть речи. Это целиком свободное движение. Жидкая плазма может описываться только при учете конечного объема ионов. Поэтому построенная выше модель может описывать жидкую плазму и переход от газовой плазмы к жидкой. Этот переход является плавным, то есть надкритическим, а не фазовым переходом.

Продемонстрируем преимущества построенной модели, сравнивая ее с ранее известными моделями: с моделью Саха с точечными ионами (как с учетом вырождения свободных электронов, так и без него),

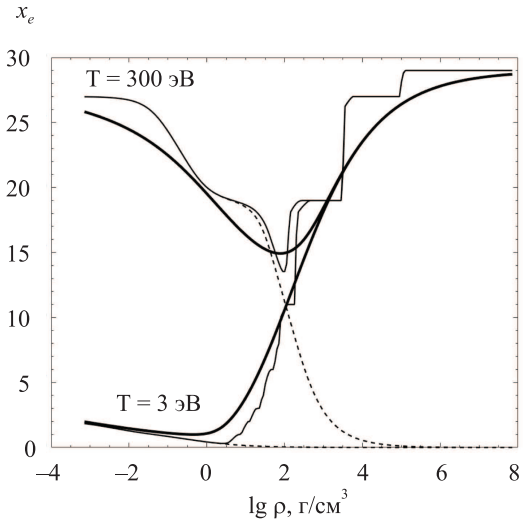

Рис. 2. Изотермы $x_e(\rho)$; значение T, эВ указано около кривых. Жирные линии — модель ТФП, модель Саха с неточечными ионами для $c = 1$ — тонкая сплошная; с точечными ионами — штриховая линия

а также с моделью ТФП, которая не учитывает оболочечных эффектов, но неплохо описывает сверхсжатое и не очень горячее вещество. Проиллюстрируем сравнение на примере меди Cu (Z = 29). Медь выбрана потому, что для нее имеется особенного много надежных экспериментальных данных по статическим и ударным сжатиям до сверхвысоких давлений до 0 до 200 миллионов атмосфер.

На рис. 2 изображены две изотермы $x_e(\rho)$, построенные по разным моделям. В газовой области, где $v \ll V$, все модели ведут себя практически одинаково. Однако при высоких плотностях и умеренных температурах, где плазма становится похожей на жидкость, поведение моделей оказывается существенно различным.

Для точечных ионов при увеличении ρ величина x_e продолжает убывать, как и в газовой плазме. Это кардинально отличается от модели ТФП, которая достаточно хорошо применима в этих условиях. Напротив, в модели Саха с неточечными ионами зависимость $x_e(\rho)$ становится возрастающей, начиная с некоторой плотности. Соответствующая кривая достаточно близка к модели ТФП. Таким образом, введение неточечных ионов описывает явление ионизации сжатием, характерное для конденсированного вещества.

На рис. 2 не показаны предельные кривые при $T \to 0$. В этом случае модель Саха с точечными ионами дает $x_e = 0$ при всех плотностях, включая сверхвысокие, что нефизично. Напротив, в модели с неточечными ионами $x_e = 0$ при малых плотностях; но начиная с некоторого ρ (довольно близкого к экспериментальной нормальной плотности) появляется ионизация, быстро возрастающая с ростом ρ. В правой части рис. 2 она выходит на те же предельные кривые.

На рис. 3 фонами показано отношение давлений в моделях Саха с неточечными ионами и ТФП. Видно, что для точечных ионов отличие велико во всей области жидкой плазмы (вырождение электронов при этом влияет слабо). При классических электронах и $c = 1$ отличие заметно меньше, то есть модель Саха начинает лучше описывать жидкую плазму. Для вырожденных электронов и $c = 1$ согласие кардинально улучшается; это показывает необходимость учета вырождения электронов.

Варьируя константу c, можно еще несколько улучшить согласие. Наилучшее согласие было получено при $c \simeq 0.6$. Здесь область фонов становится незначительной, а черный фон практически не появляется. Все отличия сосредоточены в основном в области плотностей, близких к нормальной, и невысоких температур. Эта область трудна для любых моделей, поэтому модель ТФП в ней нельзя считать эталоном. Видно еще одно отличие при $\rho \simeq 3 \cdot 10^5$ г/см^3. Оно обусловлено ионизацией K-оболочки. Здесь модель Саха достовернее модели ТФП. Ионизация на границе других оболочек лежит в области белого фона, то есть эти оболочечные эффекты оказываются небольшими. Значение $c = 0.6$ давало хорошее согласие моделей Саха

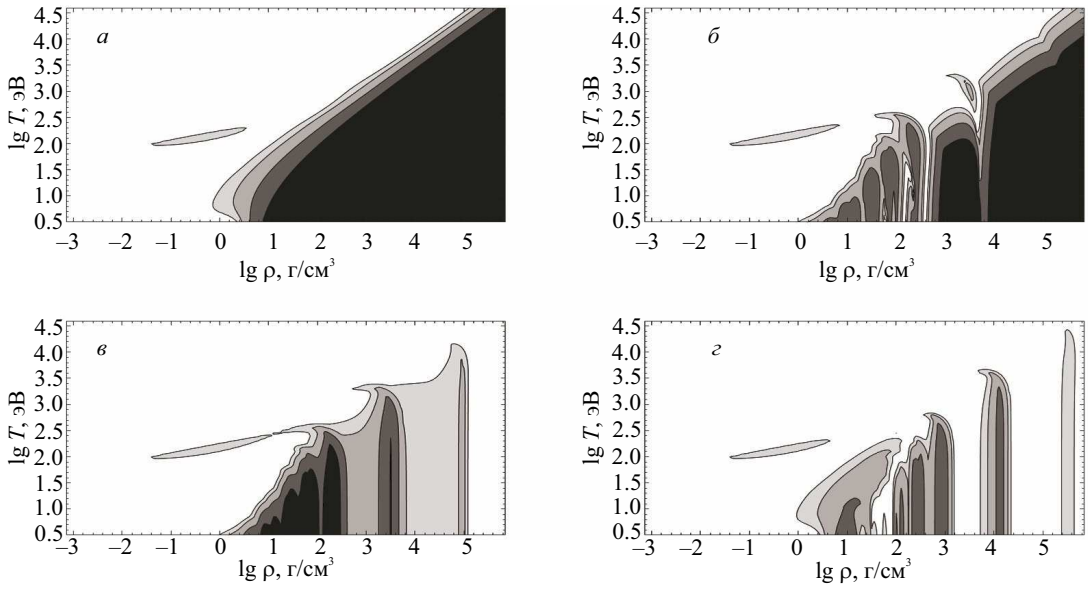

Рис. 3. Отношение $P_{\text{Saha}}/P_{\text{TFC}}$. Фоны: белый — отличие меньше 1.2, светло-серый — до 1.4, серый — до 2, темно-серый — до 4, черный — более 4. Варианты Саха: *а* — точечные ионы ($c = 0$); *б* — классические электроны и $c = 1$; *в* — вырожденные электроны и $c = 1$; *г* — вырожденные электроны и $c = 0.6$

и ТФП для подавляющего большинства элементов, поэтому это значение рекомендуется использовать с кратностью ионизации $k \geqslant 2$. Для однократной ионизации $k = 1$ целесообразно определять c индивидуально для каждого атома по его нормальной плотности (см. рис. 1).

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

Основными экспериментами в области сверхплотной плазмы являются ударно-волновые. Будем проводить сравнение в тех переменных, которые непосредственно измеряются в эксперименте. Это скорость ударной волны D и массовая скорость U (хотя более привычными являются координаты $P - \rho$). На рис. 4 показаны эксперименты и теория для главной ударной адиабаты Cu (главной называется ударная адиабата, где начальным состоянием является конденсированное вещество при давлении 1 атмосфера и комнатной температуре). Видно, что расчет по модели Саха с точечными ионами сильно отличается от экспериментов. Расчет по предложенной здесь модели с конечными ионами имеет отличную точность $\sim$1% при $D \geqslant 15$ км/с. Это соответствует $P \geqslant 11$ миллионов атмосфер, что является превосходным согласием для чисто теоретической модели, не содержащей подгонки под эксперименты.

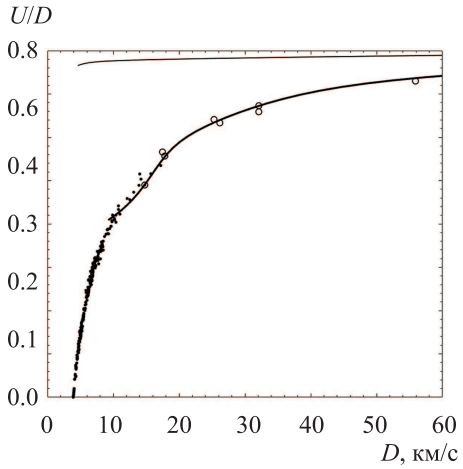

Рис. 4. Ударная адиабата Cu в скоростных переменных. Точки — эксперименты на взрывчатках, кружки — в подземных ядерных взрывах. Тонкая линия — расчет с точечными ионами, жирная — данная модель

Заметим, что предложенная модель по своей сложности и трудоемкости лишь незначительно превосходит классическую модель Саха. Расчеты подробных таблиц термодинамических функций по ней даже на ноутбуке не превосходят минуты. Точность современных сложных квантово-механических моделей не намного лучше, а расчеты одной точки таблицы по ним занимают часы на суперкомпьютерах.

Таким образом, предложенная модель хорошо описывает термодинамику плазмы в огромном диапазоне температур и плотностей.

5. ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА

Экспериментальная проверка описанной выше модели делалась по ударной адиабате. Однако на ударной адиабате при увеличении скорости ударной волны сжатия конденсированных веществ возрастают не более чем до 5–6-кратного, а рост давления обусловлен быстрым повышением температуры. Поэтому такая проверка захватывает лишь область умеренных сжатий и достаточно высоких температур. Область низких температур при сжатии более 10-кратного остается непроверенной.

Детальное исследование модели Саха с неточечными ионами при больших сжатиях и низких температурах обнаружило в ней некоторые нефизические эффекты. При $T \to 0$ и возрастании плотности ионизация нарастала пилообразно, что сопровождалось участками отрицательных значений $\partial P/\partial T$. Это означает, что при низких температурах и очень больших сжатиях указанную модель применять все же нельзя. Возможной причиной является то, что данная модель не учитывает сглаживающего влияния высоких плотностей на оболочечную структуру атома.

Это сглаживание заключается в том, что наружные оболочки «сминаются» внешним давлением и электроны этих оболочек можно рассматривать в квазиклассическом приближении. Именно такое рассмотрение лежит в основе модели ТФП. Поэтому в области холодных сверхвысоких сжатий целесообразно заменять модель горячей плазмы на модель Томаса—Ферми, в которой для большей точности следует учитывать квантовую и обменную поправки [9]. Однако такой переход не должен нарушать термодинамической согласованности получаемого уравнения состояния. Это означает, что производные P, S, E по T и V должны удовлетворять соотношениям, известным из статистической физики.

В мировой практике обычно пользуются методом «методом лоскутного одеяла». Модели сшивают на границах их применимости, обеспечивая непрерывность термодинамических функций. Однако при этом не удается обеспечить даже гладкость, не говоря о термодинамической согласованности. Идея интерполяции, обеспечивающей не только непрерывность, но и гладкость, и термодинамическую согласованность, была предложена в [10].

Идея заключается в следующем. Нельзя непосредственно склеивать отдельные термодинамические функции. Надо сначала построить термодинамический потенциал «склеенной» модели. Для этого возьмем термодинамические потенциалы свободной энергии F двух моделей во всей требуемой области. Поэтому пригодны не любые модели. Каждая из используемых моделей должна давать пусть неточные, но физически осмысленные результаты во всей требуемой области. Окончательный термодинамический потенциал F получается как интерполяция F_{Saha} и F_{TFC} с помощью некоторого физически обоснованного параметра. Термодинамические функции P и S определяются дифференцированием полного F по T и V. При этом параметр интерполяции также дифференцируется. Это обеспечивает полную термодинамическую согласованность интерполяционной модели.

В [10] в качестве интерполяционного параметра бралось $\varkappa = v/V$. Когда $\varkappa \to 0$, интерполяция должна давать модель Саха; при $\varkappa \to 1$ должна получаться модель ТФП. Однако в нашем случае объем v при малых температурах оказывается неподходящим для интерполяции из-за неплавности его поведения.

Поэтому в настоящей работе был подобран другой параметр интерполяции. Линия перехода к высоким плотностям и малым температурам примерно совпадает с границей вырождения электронов. Выше этой линии химический потенциал μ отрицателен, а ниже — положителен. Расчеты показали, что хорошим параметром интерполяции будет выражение

$$\varkappa(T,V) = \left[I_{1/2}(\mu/T)\right]^{3/2}. \qquad (4)$$

В области разреженной горячей плазмы $\varkappa \to 0$, а в области холодной сверхплотной плазмы $\varkappa \to \infty$. Характерное значение перехода от одной модели к другой есть $\varkappa \sim 1$. Поэтому окончательная интерполяция принимает следующий вид:

$$F = \frac{1}{1+\varkappa}F_{\text{Saha}} + \frac{\varkappa}{1+\varkappa}F_{\text{TFC}}. \qquad (5)$$

Дифференцированием (5) по T и V получаем термодинамические функции

$$P = \frac{1}{1+\varkappa}P_{\text{Saha}} + \frac{\varkappa}{1+\varkappa}P_{\text{TFC}} + \frac{\varkappa}{(1+\varkappa)^2}\frac{F_{\text{Saha}} - F_{\text{TFC}}}{V}\frac{\partial \lg \varkappa}{\partial \lg V}, \qquad (6)$$

$$S = \frac{1}{1+\varkappa}S_{\text{Saha}} + \frac{\varkappa}{1+\varkappa}S_{\text{TFC}} + \frac{\varkappa}{(1+\varkappa)^2}\frac{F_{\text{Saha}} - F_{\text{TFC}}}{T}\frac{\partial \lg \varkappa}{\partial \lg T}, \qquad (7)$$

$$E = \frac{1}{1+\varkappa}E_{\text{Saha}} + \frac{\varkappa}{1+\varkappa}E_{\text{TFC}} + \frac{\varkappa}{(1+\varkappa)^2}(F_{\text{Saha}} - F_{\text{TFC}})\frac{\partial \lg \varkappa}{\partial \lg T}. \qquad (8)$$

В формулах (6)–(8) появляется нетривиальное третье слагаемое, связанное с дифференцированием $\varkappa$. Во всех ранее предложенных способах интерполяции такого слагаемого не было; тем самым они не обеспечивали термодинамической согласованности составных моделей.

Описанная процедура была проведена для Cu. На рис. 5 показаны изолинии $\varkappa$, определяемого формулой (4). Видно, что поведение $\varkappa$ соответствует

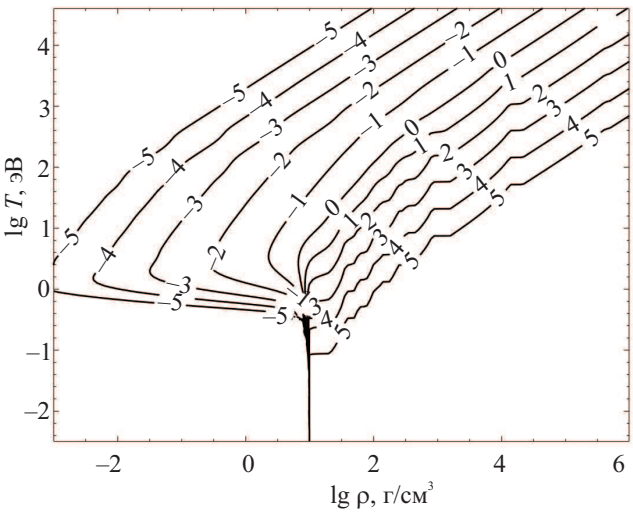

Рис. 5. Изолинии параметра интерполяции для Cu, определяемого формулой (4). Цифры на линиях — значения $\lg \varkappa$

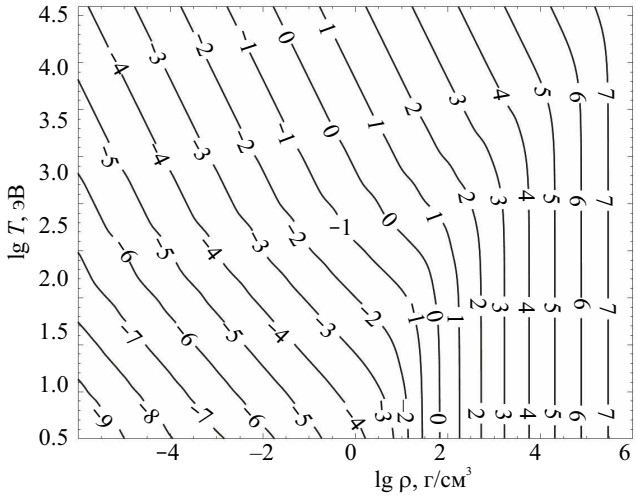

Рис. 6. Изолинии давления для Cu. Цифры на линиях — значения $\lg P$, ГПа

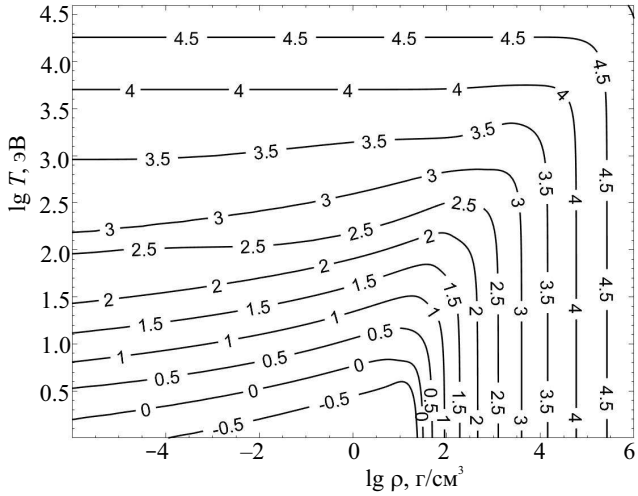

Рис. 7. Изолинии энергии для Cu. Цифры на линиях — значения $\lg E$, кДж/г

ожидаемому: $\varkappa \gg 1$ для холодного высокоплотного вещества и $\varkappa \ll 1$ для неплотной или достаточно горячей плазмы. Вблизи нормальной плотности вещества изолинии $\varkappa$ сильно сгущаются при невысоких температурах; при $\rho = \rho_0$ и $T = 0$ происходит скачок $\varkappa$. Это имитация фазового перехода, напоминающего непосредственное испарение твердого тела. Перехода в неионизованную жидкость и в область смеси фаз жидкость—пар данная модель не содержит.

На рис. 6 и 7 показаны изолинии давления и энергии соответственно. К их поведению относится сказанное выше про $\varkappa$. Подчеркнем, что теперь в области сильно сжатого негорячего вещества поведение давления и энергии качественно улучшается, а все их производные по T и V имеют правильные знаки. Надо также учесть, что в данной модели давление всюду остается неотрицательным, а энергия является отрицательной у слабосжатого твердого тела.

Таким образом, интерполяционная модель фактически является широкодиапазонным, строго термодинамически согласованным уравнением состояния.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 16-11-10001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зельдович Я. В., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматлит, 1966.
2. *Калиткин Н. Н., Ритус И. В., Миронов А. М.* // Ионизационное равновесие с учетом вырождения электронов. Препинты ИПМат. АН СССР. 1983. № 43.
3. *Калиткин Н. Н., Козлитин И. А.* // ДАН. 2016. **471**, № 5. С. 533.
4. *Белов А. А., Калиткин Н. Н., Козлитин И. А., Луцкий К. И.* // Известия РАН. Сер. физ. 2017. **81**, № 1. С. 63.
5. *Самсонов Г. В.* Свойства элементов. В 2-х частях. Ч. 1. Физические свойства. Справочник. 2-е изд. М.: Металлургия, 1976.
6. *Кикоин И. К.* // Таблицы физических величин. Справочник. М.: Атомиздат, 1976.
7. *Rogers F. J., Wilson B. G., Iglesias C. A.* // Phys. Rev. A. 1988. **38**. P. 5007.
8. *Rogers F. J.* et al. // Ap. J. Suppl. 2000. **127**. P. 433.
9. *Калиткин Н. Н.* // ЖЭТФ. 1960. **38**, № 5. С. 1534.
10. *Калиткин Н. Н., Луцкий К. И.* // Мат. моделирование. 2015. **27**, № 4. С. 31.

Thermodynamically Consistent Equations of State

N. N. Kalitkin[1], I. A. Kozlitin[1], A. A. Belov[2,3a]

[1]*M. V. Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS. Moscow 125047, Russia.*
[2]*Department of Mathematics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.*
[3]*Peoples' Frendship University of Russia (RUDN University). Moscow 117198, Russia.*
E-mail: [a]*aa.belov@physics.msu.ru.*

The equation of state for gaseous plasma is well described by the Saha model. In this work, accounting for the finite ion core volume is included in this model. This improvement allows the expansion of the Saha model to superhigh densities and moderate temperatures, where plasma can be considered as a liquid. In this domain, the thermodynamics of the Saha model is quite close to that of the Thomas—Fermi model with corrections (TFC), which is conventionally used for condensed matter. This improved the agreement of the theory with experimental data. Using a special interpolation, the Saha model and the TFC model are united in a single equation of state, in which the strict thermodynamic consistency of all quantities is provided. The latter is very important for the application of the equation of state in gasdynamic calculations.

Keywords: plasma, Saha model, ion cores volume.
PACS: 52.25.Kn.
Received 01 November 2017.

English version: *Moscow University Physics Bulletin*. 2018. **73**, No. 5. Pp. 507–512.

Сведения об авторах

1. Калиткин Николай Николаевич — член-корр. РАН., доктор физ.-мат. наук, профессор; e-mail: kalitkin@imamod.ru.
2. Козлитин Иван Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, мл. науч. сотрудник; e-mail: ioannkozlitin@gmail.com.
3. Белов Александр Александрович — канд. физ.-мат. наук, мл. науч. сотрудник; e-mail: aa.belov@physics.msu.ru.